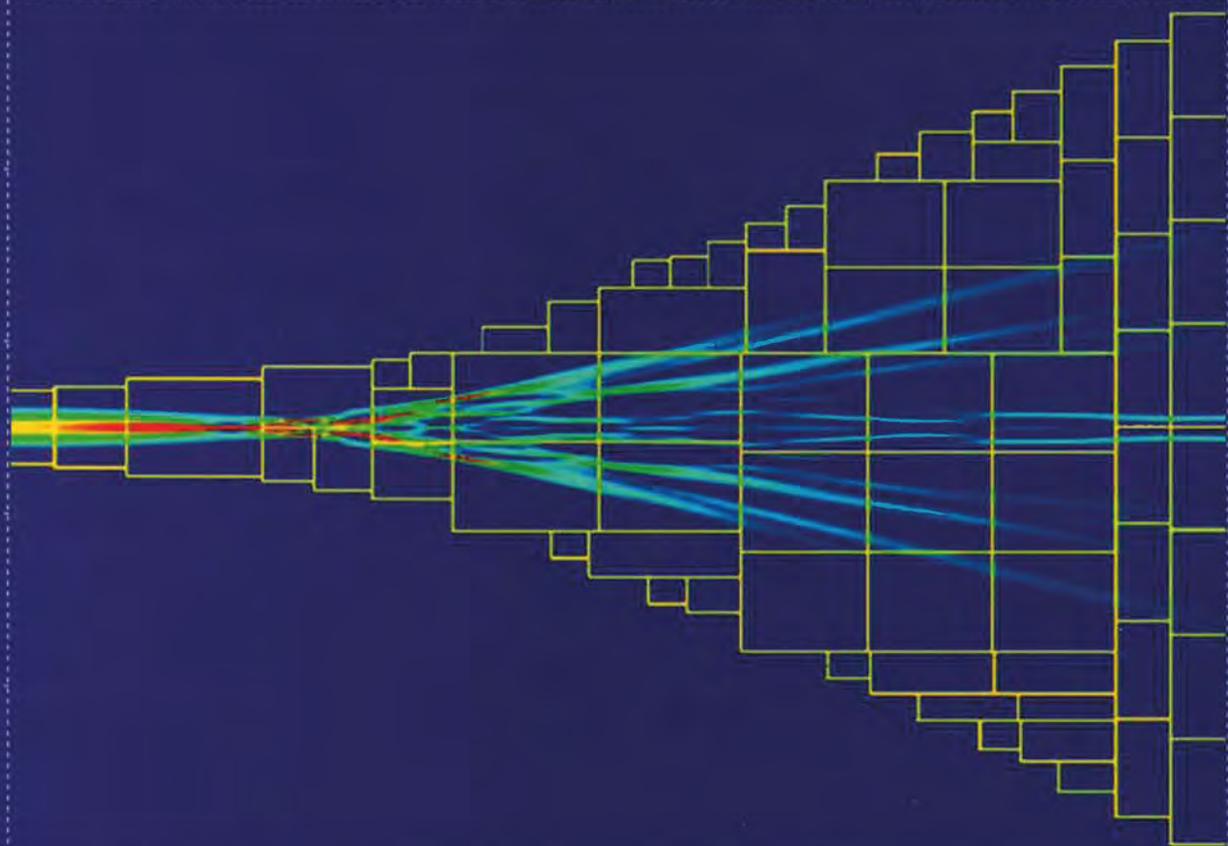


# POTENCIA EN RÉGIMEN NO-SINUSOIDAL

LUIS IGNACIO EGUÍLUZ MORÁN

*Editor*



**UC**

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

### **EGUÍLUZ MORÁN, LUIS IGNACIO**

Doctor Ingeniero Industrial. Catedrático de Universidad.  
Director del Dpto. de Ingeniería Eléctrica y Energética  
de la Universidad de Cantabria. Miembro del Subcomité  
77-210 de AENOR, Compatibilidad Electromagnética

### **LARA SANTILLAN, PEDRO MARIA**

Doctor Ingeniero Industrial. Profesor del Dpto. de Ingeniería  
Eléctrica de la Universidad de La Rioja

### **LAVANDERO GONZÁLEZ, JOSÉ CARLOS**

Doctor Ingeniero Industrial. Profesor Titular de Universidad.  
de Ingeniería Eléctrica  
de la Universidad de Cantabria

### **MANANA CANTELI, MARIO**

Doctor Ingeniero de Telecomunicación, Profesor Titular  
de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Cantabria

### **MONTAÑO ASQUERINO, JUAN CARLOS**

Dr. Ciencias Físicas. Investigador Científico del CSIC.  
Sevilla

### **PÉREZ MIGUEL, ÁNGEL ALBERTO**

Director Técnico y Responsable de Formación y Calidad.  
MGE UPS Systems España, S. A.

### **SALMERÓN REVUELTA, PATRICIO**

Dr. Ciencias Físicas. Director del Dpto. de Física Aplicada  
e Ingeniería Eléctrica. Universidad de Huelva.

XVII CURSOS DE VERANO DE LAREDO

# POTENCIA EN RÉGIMEN NO-SINUSOIDAL

Laredo, 30 de julio - 3 de agosto de 2001

Luis Ignacio Eguíluz Morán  
EDITOR

The logo consists of the letters 'UC' in a bold, dark blue, sans-serif font. The 'U' and 'C' are connected at the top.

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

POTENCIA en régimen no-sinusoidal: Laredo, 30 de julio - 3 de agosto de 2001: XVII Cursos de Verano de Laredo / Luis Ignacio Eguiluz Morán, ed. – Santander: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cantabria, 2002.

ISBN 84-8102-321-3

1. Redes Eléctricas (Energía) 2. Energía Eléctrica - Transporte I. Eguiluz Morán, Luis Ignacio, ed. lit. II. Cursos de Verano de Laredo (17º. 2001. Laredo). 621.315/316

Esta edición es propiedad del SERVICIO DE PUBLICACIONES DE LA UNIVERSIDAD DE CANTABRIA y no se puede copiar, fotocopiar, reproducir, traducir o convertir a cualquier medio impreso, electrónico o legible por máquina, enteramente ni en parte, sin su previo consentimiento.

Digitalización: Manuel Ángel Ortiz Velasco [emeaov]

ISBN (13): 978-84-8102-321-3

ISNI: 0000 0005 0686 0180

DOI: <https://doi.org/10.22429/Euc2024.026>

[www.editorial.unican.es](http://www.editorial.unican.es)



This work is licensed under Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International

© Autores

© Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cantabria

Avda. Los Castros, s/n  
39005 Santander

ISBN: 84-8102-321-3

D. L.: SA - 97 - 2003

Imprime Gráficas Calima, S. A.

# AUTORES

Se relacionan los conferenciantes que han intervenido en este Curso de Verano, incluyendo su escueto Curriculum Vitae.

Luis Ignacio EGUÍLUZ MORÁN. Doctor Ingeniero Industrial. Catedrático de Universidad. Director del Dpto. de Ingeniería Eléctrica y Energética de la Universidad de Cantabria. Miembro del Subcomité 77-210 de AENOR, Compatibilidad Electromagnética.

Pedro María LARA SANTILLÁN. Doctor Ingeniero Industrial. Profesor del Dpto. de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de la Rioja.

José Carlos LAVANDERO GONZÁLEZ. Doctor Ingeniero Industrial. Profesor Titular de Universidad de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Cantabria.

Mario MAÑANA CANTELI. Doctor Ingeniero de Telecomunicación. Profesor Titular de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Cantabria.

Juan Carlos MONTAÑO ASQUERINO. Dr. Ciencias Físicas. Investigador Científico del CSIC. Sevilla.

Ángel Alberto PÉREZ MIGUEL. Director Técnico y Responsable de Formación y Calidad. MGE UPS SYSTEMS ESPAÑA, S. A.

Patricio SALMERÓN REVUELTA. Dr. Ciencias Físicas. Director del Dpto. de Física Aplicada e Ingeniería Eléctrica. Universidad de Huelva.



# PRÓLOGO

En esta publicación se incluyen los textos de las conferencias, impartidas en el Seminario “*Potencia en régimen no-sinusoidal*”, que se ha desarrollado en el marco de los XVII Cursos de Verano de la Universidad de Cantabria.

El objetivo general del curso es el estudio de la problemática del flujo de potencias –tanto para redes monofásicas como trifásicas– en circuitos distorsionados. Igualmente, se analizaron las técnicas de compensación, y los medidores de potencia y energía, no sólo los utilizados en la actualidad, sino también los que deberían emplearse para la incentivación de la eficiencia en el consumo.

Aunque el primero en desarrollar una teoría de la potencia en redes monofásicas fue Steinmetz, en 1892, hasta los años veinte no se han formulado las interpretaciones más conocidas del flujo de potencia; Iliovici, Buchholz, Budeanu y Fryze fueron los autores que presentaron las formulaciones mejor percibidas por el mundo técnico y científico. En el último decenio, los estudios se han centrado en el establecimiento del flujo de potencias en redes trifásicas en régimen no-sinusoidal o desequilibrado sinusoidal, ya que pueden establecerse distintas formulaciones para totalizar el balance de las componentes de potencia de las distintas fases, y diferentes estrategias para su formulación.

La propuesta de flujo trifásico de potencia que ha originado un mayor interés entre gran número de especialistas es la presentada por el Grupo de Trabajo de IEEE de potencia en regímenes distorsionados; el equilibrio entre las profesiones de sus integrantes garantiza, de una parte, la solvencia científica de su propuesta y, de otra, su posible aplicación a una nueva filosofía para la facturación de la energía eléctrica.

Debe destacarse que la discusión planteada entre distintos autores sobre el flujo de potencias en regímenes distorsionados, en la mayoría de los casos, no tiene carácter académico, sino una orientación –marcadamente– económica, ya que tras este debate subyace una nueva filosofía de tarificación eléctrica más acorde, de una parte, con los avances tecnológicos de la instrumentación y de otra, por el aumento del número de receptores no-lineales conectados a la red.

Los clásicos contadores electromecánicos tipo Ferraris, de activa y reactiva, están siendo sustituidos por otros dispositivos más versátiles con una arquitectura digital, en los que puedan integrarse todos los parámetros tarifarios, tanto los actuales como los que puedan aprobarse en el futuro, ya que ante cualquier modificación normativa, sólo sería necesaria una adaptación de su software.

Por último, resulta de justicia el agradecimiento a los ponentes por el esfuerzo realizado no sólo en la presentación de sus conferencias, sino también por la elaboración de los artículos que se recogen en esta obra.

Laredo, julio-agosto de 2001

LUIS IGNACIO EGUÍLUZ MORÁN

Director del Curso



# SUMARIO

Pág.

## 1. FLUJO DE POTENCIAS EN RÉGIMEN NO-SINUSOIDAL

*Luis Ignacio Eguíluz Morán*

|  |    |
|--|----|
| RESUMEN .....  | 15 |
| INTRODUCCIÓN .....                                       | 15 |
| DEFINICIONES CLÁSICAS DE POTENCIA .....                  | 16 |
| PRINCIPALES TEORÍAS SOBRE LA POTENCIA REACTIVA .....     | 19 |
| FLUJO DE POTENCIAS EN REDES MONOFÁSICAS .....            | 23 |
| 1. Circuito no-lineal con tensión sinusoidal .....       | 25 |
| 2. Circuito no-lineal con tensión no-sinusoidal .....    | 27 |
| 3. Optimización del factor de potencia .....             | 29 |
| 4. Técnicas de compensación del factor de potencia ..... | 29 |
| APLICACIÓN A CIRCUITOS MONOFÁSICOS .....                 | 30 |
| CONCLUSIONES .....                                       | 33 |
| REFERENCIAS .....  | 34 |

## 2. TEORÍA DE LA POTENCIA EN REGÍMENES APERIÓDICOS

*Juan Carlos Montaña Asquerino*

|   |    |
|---|----|
| RESUMEN .....   | 35 |
| ANÁLISIS CONJUNTO TIEMPO-FRECUENCIA (ACTF) .....                              | 35 |
| 1. Preliminares matemáticos .....   | 35 |
| 2. Importancia del análisis conjunto tiempo-frecuencia .....                  | 36 |
| 3. Métodos básicos del ACTF .....   | 39 |
| INSTRUMENTO VIRTUAL PARA EL ACTF .....  | 40 |
| 1. Representación de algoritmos lineales ACTF .....                           | 40 |
| 1.1. Expansión de Gabor y STFT .....  | 40 |
| 1.2. Representación adaptada y Transformada adaptada .....                    | 41 |
| 2. Representación de algoritmos cuadráticos ACTF .....                        | 41 |
| 2.1. Espectrograma STFT .....   | 41 |
| 2.2. Distribución de Wigner-Ville y Pseudo Distribución de Wigner-Ville ..... | 41 |
| 2.3. El espectrograma Gabor .....   | 44 |
| 3. Resumen de los algoritmos .....  | 44 |

|  |    |
|--|----|
| ÍNDICES DE CALIDAD DE LA SEÑAL .....   | 45 |
| 1. Factor de calidad en sistemas trifásicos .....                                      | 45 |
| 1.1. <i>Magnitudes instantáneas en sistema trifásicos</i> .....                        | 46 |
| 1.2. <i>Índices de calidad en un sistema trifásico en condiciones periódicas</i> ..... | 47 |
| 1.3. <i>Sistema equilibrado con tensiones e intensidades sinusoidales</i> .....        | 49 |
| 2. Índice de distorsión armónica en régimen aperiódico .....                           | 50 |
| 2.1. <i>Índice de distorsión basado en la STFT</i> .....                               | 50 |
| REFERENCIAS .....  | 52 |

### **3. ANÁLISIS DE PERTURBACIONES Y MEDIDA DE MAGNITUDES ELÉCTRICAS MEDIANTE LA TRANSFORMADA WAVELET**

*Juan Carlos Montaña Asquerino*

|   |    |
|---|----|
| RESUMEN .....   | 53 |
| ANÁLISIS WAVELET .....  | 53 |
| 1. Formulación matemática .....   | 54 |
| 2. Análisis de perturbaciones eléctricas utilizando la transformada Wavelet ..... | 54 |
| 3. Algoritmo de compresión de datos .....   | 55 |
| 3.1. <i>Filtrado de coeficientes</i> .....  | 55 |
| 3.2. <i>Síntesis de la señal</i> .....  | 56 |
| 3.3. <i>Razón de compresión y calidad del estimador</i> .....                     | 57 |
| 4. Clasificación automática de las perturbaciones .....                           | 57 |
| 5. Resultados de casos prácticos .....  | 58 |
| MEDIDA DE MAGNITUDES ELÉCTRICAS UTILIZANDO LA TRANSFORMADA WAVELET .....          | 59 |
| 1. Transformadas Wavelet de las señales $i_i$ y $v_i$ .....                       | 59 |
| 2. Cálculo del valor RMS .....  | 60 |
| 3. Cálculo de la potencia .....   | 60 |
| 4. Análisis de los datos de una planta industrial .....                           | 61 |
| REFERENCIAS .....   | 63 |

### **4. TEORÍA DE LA POTENCIA REACTIVA INSTANTÁNEA**

*Patricio Salmerón Revuelta*

|   |    |
|---|----|
| RESUMEN .....   | 65 |
| INTRODUCCIÓN .....  | 65 |
| TEORÍA DE LA POTENCIA REACTIVA INSTANTÁNEA ORIGINAL .....   | 66 |
| ENFOQUE ALGEBRAICO A PARTIR DE LOS VECTORES DE PARK .....   | 69 |
| UNA TEORÍA VECTORIAL DE LA POTENCIA REACTIVA INSTANTÁNEA .....  | 70 |
| 1. Componentes instantáneas de intensidad y de potencia .....   | 70 |
| 2. Componentes de secuencias cero .....   | 72 |
| TEORÍA DE LA POTENCIA REACTIVA INSTANTÁNEA MODIFICADA .....   | 75 |
| 1. La potencia reactiva instantánea generalizada .....  | 75 |
| 2. La teoría de la potencia reactiva instantánea modificada .....   | 76 |
| 3. Similitudes y diferencias entre la teoría modificada y la teoría original .....  | 77 |
| DE NUEVO EL ENFOQUE ALGEBRAICO .....  | 78 |
| APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE LA POTENCIA INSTANTÁNEA A LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL PARA LA COMPENSACIÓN DE LA CARGA SIN ELEMENTOS ALMACENADORES DE ENERGÍA ..... | 79 |

|                    |    |
|--------------------|----|
| CONCLUSIONES ..... | 83 |
| REFERENCIAS .....  | 83 |

## **5. PERTURBACIONES Y RENDIMIENTO DE LA RED**

*Luis Ignacio Eguíluz Morán*

|   |     |
|---|-----|
| RESUMEN .....   | 85  |
| INTRODUCCIÓN .....  | 85  |
| POTENCIA EN REDES MONOFÁSICAS SEGÚN EL IEEE WORKING GROUP .....         | 86  |
| DEFINICIONES CLÁSICAS DE LA POTENCIA APARENTE EN REDES TRIFÁSICAS ..... | 90  |
| DEFINICIONES GLOBALES DE LA POTENCIA EN REDES TRIFÁSICAS .....          | 91  |
| 1. Formulación del IEEE Working Group .....                             | 92  |
| 2. Propuesta de Depenbrock .....  | 94  |
| PÉRDIDAS EN LA LÍNEA .....  | 94  |
| INTERCAMBIO DE ENERGÍA REACTIVA EN LA ALIMENTACIÓN .....                | 95  |
| DESCOMPENSACIÓN DEL FACTOR DE POTENCIA .....                            | 96  |
| MEDIDAS DE CAMPO .....  | 99  |
| CONCLUSIONES .....  | 102 |
| REFERENCIAS .....   | 102 |

## **6. FILTROS PASIVOS. TEORÍA, DISEÑO Y SIMULACIÓN**

*Pedro María Lara Santillán*

|  |     |
|--|-----|
| INTRODUCCIÓN .....   | 103 |
| CARACTERÍSTICAS DE LA RED ELÉCTRICA .....                          | 105 |
| ELIMINACIÓN DE ARMÓNICOS .....                                     | 106 |
| FILTRADO SIN FILTROS .....   | 107 |
| FILTROS PASIVOS .....  | 108 |
| 1. Filtros de rechazo .....  | 110 |
| 2. Filtros de absorción o sintonizados .....                       | 111 |
| 3. Filtros de respuesta amortiguada .....                          | 111 |
| 4. Reactancias de filtrado para rectificadores y onduladores ..... | 112 |
| 5. Filtros EMI .....   | 113 |
| 6. Diseño de filtros .....   | 113 |
| 7. Ventajas e inconvenientes de los filtros pasivos .....          | 118 |
| SIMULACIÓN DE FILTROS .....  | 118 |
| 1. Simulador de circuitos eléctricos .....                         | 119 |
| 2. Simulador de sistemas físicos .....                             | 121 |
| REFERENCIAS .....  | 123 |

## **7. FILTROS ACTIVOS DE POTENCIA**

*Patricio Salmerón Revuelta*

|  |     |
|--|-----|
| RESUMEN .....  | 125 |
| INTRODUCCIÓN .....                                       | 125 |
| FILTROS ACTIVOS Y CALIDAD DE LA POTENCIA ELÉCTRICA ..... | 127 |

|  |     |
|--|-----|
| 1. Filtro activo serie para regulación de tensión .....  | 129 |
| 2. Filtro activo paralelo para regulación de corriente .....   | 129 |
| 3. Filtros activos y calidad de la onda eléctrica .....  | 130 |
| FILTROS ACTIVOS DE POTENCIA PARALELO .....   | 132 |
| 1. Principios de compensación .....  | 132 |
| 2. Circuito de potencia .....  | 133 |
| 3. Control de corriente PWN .....  | 136 |
| 4. Estrategias de control .....  | 137 |
| 5. Resultados experimentales .....   | 139 |
| FILTRO ACTIVOS SERIE .....   | 140 |
| CONSIDERACIONES DE APLICACIÓN DE LOS FILTROS ACTIVOS SERIE Y DE<br>LOS FILTROS ACTIVOS PARALELOS ..... | 142 |
| 1. Dos tipos de fuentes armónicas .....  | 142 |
| 2. Análisis característico de los filtros activos paralelo .....                                       | 143 |
| 3. Análisis característico de los filtros activos serie .....  | 145 |
| ACONDICIONADOR ACTIVO PARA LA COMPENSACIÓN DE LA CARGA .....   | 146 |
| 1. Configuración y control del Acondicionamiento Activo de Potencia .....                              | 146 |
| 2. Control de filtro serie .....   | 148 |
| 3. Control de filtro paralelo .....  | 148 |
| 4. Diseño de los elementos pasivos .....   | 149 |
| 5. Aplicación a un caso práctico .....   | 149 |
| CONCLUSIONES .....   | 151 |
| REFERENCIAS .....  | 151 |

## **8. COMPENSACIÓN ACTIVA DE ARMÓNICOS**

*Ángel Alberto Pérez Miguel*

|   |     |
|---|-----|
| RESUMEN .....   | 155 |
| EFFECTOS DE LOS ARMÓNICOS .....   | 155 |
| 1. Armónico tercero .....   | 156 |
| 2. Interruptores automáticos .....  | 157 |
| 3. Diferenciales .....  | 157 |
| 4. Baterías de condensadores .....  | 159 |
| COMPENSADOR ACTIVO DE ARMÓNICOS .....   | 160 |
| 1. Principio de funcionamiento .....  | 161 |
| 2. Descripción detallada .....  | 163 |
| 3. Prestaciones generales y características a considerar en un compensador activo. .... | 164 |
| 4. Reducción de la corriente eficaz .....   | 164 |
| 5. Calidad de tensión y ahorro de energía .....   | 165 |
| 6. Puntos de inserción y elección del compensador activo .....                          | 166 |
| 7. Ejemplos .....   | 167 |
| SIMULADOR DE ARMÓNICOS .....  | 169 |
| NUEVOS DESARROLLOS .....  | 170 |
| 1. Fase shifting .....  | 170 |

|  |     |
|--|-----|
| 2. THM .....                                 | 171 |
| 3. Compensación del factor de potencia ..... | 172 |
| ALGUNOS DATOS .....                          | 173 |

## **9. INSTRUMENTACIÓN DE MUESTREO. APLICACIÓN A LA MEDIDA DE POTENCIA**

*Mario Mañana Canteli*

|  |     |
|--|-----|
| RESUMEN .....  | 175 |
| INTRODUCCIÓN .....   | 175 |
| HARDWARE .....   | 176 |
| 1. Transductores de medida .....   | 176 |
| 2. Etapa de adaptación de señal .....  | 180 |
| 3. Etapa de conversión analógico/digital .....   | 180 |
| MEDIDA DE POTENCIA .....   | 183 |
| 1. Medida de potencia en el dominio del tiempo .....   | 183 |
| 2. Medida de potencia en el dominio de la frecuencia .....   | 184 |
| CASOS PRÁCTICOS .....  | 187 |
| 1. Detección de inyecciones de potencia no-sinusoidal provocadas por ensayos bifrecuencia en máquinas asíncronas ..... | 187 |
| 1.1. Introducción .....  | 188 |
| 1.2. Fundamento teórico del método .....   | 189 |
| 1.3. Realización práctica de la medida .....   | 192 |
| 1.4. Resultados .....  | 192 |
| 2. Medida de la potencia activa consumida por un motor de cc alimentado mediante un convertidor cc/cc .....            | 192 |
| 2.1. Medida de tensión e intensidad .....  | 193 |
| 2.2. Resultados .....  | 193 |
| REFERENCIAS .....  | 194 |

## **10. MEDIDORES COMERCIALES DE ENERGÍA. ERRORES EN RÉGIMEN NO-SINUSOIDAL. MEDIDAS DE CAMPO**

*José Carlos Lavandero González*

|   |     |
|---|-----|
| RESUMEN .....   | 195 |
| INTRODUCCIÓN .....  | 195 |
| INTEGRACIÓN POR AMORTIGUAMIENTO .....                       | 197 |
| PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO DEL CONTADOR DE INDUCCIÓN ..... | 198 |
| 1. Par motor .....  | 198 |
| 2. Pares de frenado .....                                   | 200 |
| 3. Ecuación de pares en régimen permanente .....            | 201 |
| 4. Contadores de energía activa .....                       | 202 |
| 5. Contadores de energía reactiva .....                     | 203 |
| CONSTITUCIÓN Y CARACTERÍSTICAS .....                        | 203 |

|  |     |
|--|-----|
| MODELADO DEL CONTADOR DE INDUCCIÓN PARA SIMULACIÓN .....                         | 204 |
| 1. Introducción .....  | 204 |
| 2. Modelo en el dominio del tiempo .....   | 205 |
| 3. Flujos lineales en condiciones sinusoidales .....                             | 209 |
| 4. Error de respuesta en frecuencia .....  | 210 |
| 5. Error de respuesta a la fundamental más un armónico .....                     | 211 |
| 6. Modelo de funcionamiento con armónicos múltiples de tensión y corriente ..... | 212 |
| EVALUACIÓN DE ERRORES MEDIANTE PRUEBA EN LABORATORIO .....                       | 212 |
| 1. Verificación de Driesen .....   | 213 |
| 2. Verificación de Cox .....   | 215 |
| CONCLUSIONES .....   | 216 |
| REFERENCIAS .....  | 217 |

## **11. EFICIENCIA DEL CONSUMO DE LA ENERGÍA ELÉCTRICA. CRITERIOS PARA SU FACTURACIÓN**

*Luis Ignacio Eguíluz Morán*

|  |     |
|--|-----|
| RESUMEN .....  | 219 |
| INTRODUCCIÓN .....   | 219 |
| DISMINUCIÓN DE LA CAPACIDAD DE LOS TRANSFORMADORES .....       | 220 |
| DISTINTAS ESTRATEGIAS DE EFICIENCIA DE CONSUMO .....           | 221 |
| COMPENSACIÓN DE LOS DESEQUILIBRIOS .....                       | 223 |
| 1. Circuitos compensadores clásicos .....                      | 224 |
| 2. Generalización .....  | 227 |
| PROBLEMÁTICA DE LAS BATERÍAS DE CONDENSADORES .....            | 230 |
| EFICIENCIA ENERGÉTICA Y PARÁMETROS ELÉCTRICOS DE CALIDAD ..... | 232 |
| PROPUESTA DE SUSTITUCIÓN DEL COMPLEMENTO $K_r$ .....           | 234 |
| CONCLUSIONES .....   | 236 |
| REFERENCIAS .....  | 237 |

## FLUJO DE POTENCIAS EN RÉGIMEN NO-SINUSOIDAL

*Luis Ignacio Eguiluz Morán*

Dpto. de Ingeniería Eléctrica y Energética. Universidad de Cantabria

*La proliferación de la utilización de receptores no-lineales está originando un creciente nivel de distorsión armónica, por tanto, resulta de especial importancia el estudio de las peculiaridades de la potencia en régimen no-sinusoidal no sólo para los científicos e investigadores, sino también para las empresas eléctricas que son conscientes de la necesidad de actualizar los criterios de facturación de la energía eléctrica.*

*Desde el siglo XIX, se ha buscado un significado físico al flujo de potencias en régimen no-sinusoidal, especialmente, para la formulación de la energía reactiva; Steinmetz fue el primer autor que trató este tema, aunque los estudios más detallados se realizaron, a partir de 1920, por Lienard e Illiovici, siendo las formulaciones más reconocidas las de Budeanu, en el dominio frecuencial, y Fryze, en el temporal. La polémica de la formulación de la energía reactiva ha ido perdiendo interés, ya que lo que se considera importante, actualmente, es que toda la potencia aparente pueda transformarse en activa.*

*La formulación de la potencia activa también resulta polémica. ¿Qué debe facturarse? En general, se considera lo que mide el contador de energía; por tanto, en función del tipo de medidor empleado, se obtendrán diferentes energías y, consecuentemente, costes distintos.*

*Al generalizar el concepto de factor de potencia y plantearse su optimización, a través del condensador óptimo, se demuestra que no es posible alcanzar un valor unidad, a no ser que se empleen filtros activos.*

### INTRODUCCIÓN

El aumento de la utilización de receptores no lineales, no sólo en las actividades industriales y comerciales, sino también en el consumo doméstico, está originando un aumento en la deformación de la onda de tensión, lo que da lugar a perturbaciones en el transporte, distribución y consumo de la energía eléctrica.

Antes del desarrollo de la electrónica de potencia, las fuentes principales de distorsión armónica eran las máquinas rotativas y los transformadores en los sistemas de suministro, y las lámparas de arco en los puntos de utilización. Actualmente, en condiciones normales de funcionamiento, las máquinas rotativas y los modernos transformadores no causan niveles significativos de distorsión; sin embargo, la situación cambia, considerablemente, durante los regímenes transitorios y cuando se establecen sobretensiones, condiciones que causan fuertes perturbaciones en las corrientes magnetizantes, especialmente, en los transformadores de potencia. Por razones económicas, los transformadores se construyen aprovechando, al máximo, las propiedades

magnéticas del material del núcleo, que se diseña para operar en la zona de la característica de magnetización de 1,6 a 1,7 T; si es sometido a una sobretensión del 25%, su material magnético pasará a una inducción de 2 a 2,2 T, lo que producirá un alto nivel de saturación. Este fenómeno resulta, especialmente, importante en transformadores conectados a grandes rectificadores cuando se desconecta la carga, ya que su sobretensión puede alcanzar un valor del 40%.

Resulta significativo el caso de la iluminación fluorescente, debido a la alta concentración de lámparas de este tipo; en una instalación trifásica a cuatro hilos, los armónicos múltiplos de tres se suman en el neutro, pudiendo llegar a alcanzarse corrientes superiores a las de fase.

La fuente de alimentación, constituida por un rectificador monofásico y un condensador, utilizada en electrodomésticos y ordenadores, debido al efecto acumulativo de estos aparatos causa, a veces, mayor distorsión que los convertidores de gran potencia. En cada ciclo se produce un impulso de corriente; debido al alto porcentaje de cargas de este tipo, los impulsos se acumulan causando un elevado contenido armónico.

La distorsión, bajo el punto de vista energético, implica nuevos planteamientos en:

- Las definiciones de potencia, que tienen formulaciones aceptadas universalmente en régimen sinusoidal con carga lineal, sin embargo, en régimen no-sinusoidal existen profundas divergencias entre distintos autores.
- Las técnicas de compensación que en régimen sinusoidal, emplean elementos capacitivos lineales, método que no sólo logra un factor de potencia unitario en régimen no-sinusoidal, sino que también puede aumentar el contenido armónico, al causar resonancias en el sistema.
- La facturación –concretamente la española– en la que aún se está midiendo el  $\cos \phi$ , y calculando su valor a través de la energía reactiva, medida con un contador del tipo Ferraris, lo que provoca elevados errores en condiciones no-sinusoidales.

Por tanto, parece necesario el diseño de aparatos de medida que, de acuerdo con definiciones de potencia y energía en régimen no-sinusoidal –actualizadas y aceptadas por las principales organizaciones internacionales CIGRE, CEI, IEEE, CENELEC–, establezcan unos nuevos conceptos tarifarios en los que se bonifique el consumo sinusoidal equilibrado y el factor de potencia unitario, penalizando no sólo la demanda de reactiva –como en la actualidad– sino también, la deformación armónica inyectada a la red y el consumo desequilibrado.

A partir de los años veinte, se han formulado las interpretaciones más conocidas del flujo de potencias en redes monofásicas en régimen no-sinusoidal: Budeanu y Fryze fueron los autores más significativos; a finales de los sesenta, la descomposición de Shepherd reactivó la polémica [1].

### DEFINICIONES CLÁSICAS DE POTENCIA

A la red no-lineal de la figura 1, se aplica la tensión no-sinusoidal  $e$ :

$$e = \sqrt{2} \sum_{n=0}^n E_n \text{sen}(n\omega t + \alpha_n) \quad (1)$$

consumiendo la corriente  $i$ :

$$i = \sqrt{2} \sum_{m=0}^m I_m \text{sen}(m\omega t + \alpha_n - \Phi_m) \quad (2)$$

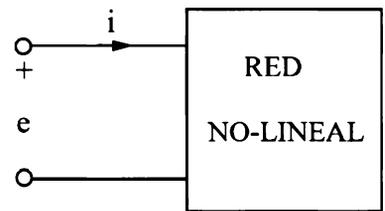


Figura 1. Red no-lineal.

La potencia instantánea transferida por la fuente, viene dada por la expresión:

$$p = ei = \sum_{n=0}^n \sum_{m=0}^m E_n I_m \{ \cos[(n-m)\omega t + \Phi_m] - \cos[(n+m)\omega t + 2\alpha_n - \Phi_m] \} \quad (3)$$

Obsérvese que, en general, las frecuencias presentes –en la excitación y en la respuesta– son diferentes por efecto de la carga no-lineal que puede cancelar armónicos en la excitación y crearlos en la carga.

En general, se verifica la desigualdad:

$$p = ei \neq e_1 i_1 + e_2 i_2 + \dots + e_n i_n \quad (4)$$

nótese que el número de términos de la potencia aparente es, frecuentemente, muy superior al dado por (4).

La tabla I indica las componentes frecuenciales de la potencia instantánea, en función de las de la f.e.m. de alimentación, en el caso de que la red sea lineal, es decir, sin  $n = m$  y, por tanto, la intensidad contiene solamente las frecuencias de la tensión.

Analizando la tabla I, se obtienen las siguientes conclusiones:

- Si la fuente tiene sólo una frecuencia –tensión sinusoidal– la potencia instantánea consta de dos términos: el de frecuencia cero –  $E_1 I_1 \cos \varphi_1$  – que es la potencia activa, y el de frecuencia doble de la excitación; la suma de ambos, es la conocida expresión de la potencia instantánea del régimen lineal sinusoidal, una función periódica no-sinusoidal de frecuencia doble de la de la red.
- Si la f.e.m. de alimentación tiene dos frecuencias, hay dos términos de potencia activa, habiendo componentes de potencia hasta la frecuencia cuádruple.
- Si la fuente tiene tres frecuencias, hay tres términos de pulsación cero y componentes de frecuencia hasta seis veces el de la excitación.
- En general, si la excitación tuviera las frecuencias  $1, 2, \dots, h$ , habría  $h$  términos de pulsación cero, siendo los restantes de frecuencias hasta el valor  $2h$ .

En la tabla I, se indican con un punto los términos de pulsación nula.

La potencia activa  $P$ , transmitida a una red monofásica, es el valor medio de la instantánea, en un período de la f.e.m de alimentación:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T e i dt = \sum_{h=0}^n E_h I_h \cos \varphi_h \quad (5)$$

siendo:

- $e, i$  los valores instantáneos de la tensión e intensidad, respectivamente.
- $E_h, I_h$  los valores eficaces de la tensión e intensidad del armónico de orden  $h$ .
- $\varphi_h$  el desfase de los fasores tensión-intensidad del armónico de orden  $h$ .
- $T$  el período de la f.e.m.

La expresión (5), puede ponerse de la forma:

$$P = E_0 I_0 + E_1 I_1 \cos \varphi_1 + \sum_{h=2}^n E_h I_h \cos \varphi_h \quad (6)$$

siendo:

- $P_0 = E_0 I_0$  la potencia de la componente continua.
- $P_1 = E_1 I_1 \cos \varphi_1$  la potencia de la componente fundamental.
- $P_h = \sum_{h=2}^n E_h I_h \cos \varphi_h$  la potencia armónica.

**Tabla I.** Componentes frecuenciales de la potencia instantánea para una red lineal.

| Frecuencias |   |
|-------------|---|
| $e$         | $p$   |
| 1           | $1 + 1 = 2$<br>• $1 - 1 = 0$  |
| 1, 2        | $1 + 1 = 2$<br>• $1 - 1 = 0$<br>$1 + 2 = 3$<br>$1 - 2 = -1 = 1$<br>$2 + 1 = 3$<br>$2 + 2 = 4$<br>$2 - 1 = 1$<br>• $2 - 2 = 0$   |
| 1, 2, 3     | $1 + 1 = 2$<br>• $1 - 1 = 0$<br>$1 + 2 = 3$<br>$1 - 2 = -1 = 1$<br>$1 + 3 = 4$<br>$1 - 3 = -2 = 2$<br>$2 + 1 = 3$<br>$2 - 1 = 1$<br>$2 + 2 = 4$<br>• $2 - 2 = 0$<br>$2 + 3 = 5$<br>$2 - 3 = -1 = 1$<br>$3 + 1 = 4$<br>$3 - 1 = 2$<br>$3 + 2 = 5$<br>$3 - 2 = 1$<br>$3 + 3 = 6$<br>• $3 - 3 = 0$ |

Por tanto:

$$P = P_0 + P_1 + P_h \quad (7)$$

En los circuitos de potencia  $P_0$  suele tener un valor nulo, siendo  $P_h$  negativo en la mayoría de los casos; por eso, en general,  $P < P_1$ .

Surge la pregunta: ¿Qué potencia ha de facturarse?, ¿la activa?, ¿la de componente fundamental? A estos interrogantes se puede responder considerando distintos puntos de vista:

- En general, se está facturando lo que mide el contador de energía; por tanto, en función del tipo de medidor, se determinarán distintas potencias e integrándolas en un período de facturación, se obtendrán las correspondientes energías.
- Un consumidor lineal, demanda una tensión sinusoidal y, por tanto, sólo la componente  $P_1$ , incluso otro tipo de componente de potencia originaría un funcionamiento incorrecto de sus motores y de sus baterías de condensadores.
- Para un horno de arco o un equipo de soldadura, cualquier forma de potencia activa produce calor en su proceso productivo.

**Tabla II.** Valor de  $P_h/P$  en porcentaje para distintas medidas de campo.

| CASO        | I     | II   | III   | IV    | V     | A.2   | B    | C.1   |
|-------------|-------|------|-------|-------|-------|-------|------|-------|
| $P_h/P$ (%) | -0,21 | -3,1 | -1,75 | -0,22 | -0,98 | -0,03 | 2,35 | -0,08 |

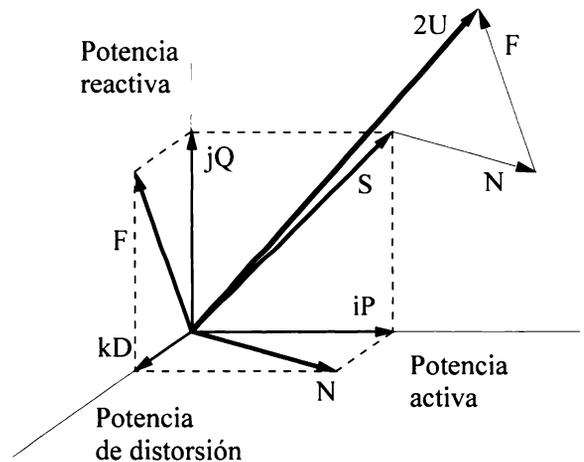
En la tabla II, se indican los valores  $P_h/P$  (%) obtenidos en distintas medidas de campo. Las cinco primeras vienen incluidas en [2]; los casos I al III, corresponden a cargas equilibradas alimentadas por motores regulados en frecuencia, el IV es un rectificador de 12 pulsos con carga ligeramente desequilibrada, el V es un conjunto de equipos informáticos alimentados por una red trifásica a cuatro hilos, resultando una carga bastante desequilibrada. Las restantes, se describen en [3]; el caso A.2, corresponde a una instalación en BT, con un alto porcentaje de carga lineal, el B es el consumo de un centro de cálculo de una empresa y, por último, el C.1 se refiere al proceso de afino de una empresa siderúrgica.

Puede observarse que de los ocho casos mencionados  $P_h/P$  resulta negativo en todos menos en uno, lo que prueba que, en general,  $P_h$  tiene un carácter de potencia devuelta a la red. En [4], se expone esta temática con mayor detalle.

IEEE Standard Dictionary of Electrical and Electronics Terms [5], define un gran número de expresiones para la potencia, tanto en régimen sinusoidal como no-sinusoidal, para redes monofásicas o trifásicas. Numerosos autores, han solicitado la actualización de estas definiciones –la mayoría de ellas contradictorias entre sí– que conducen a valores dispares del factor de potencia y de otras magnitudes energéticas para una misma red. Entre las muchas potencias definidas se menciona la potencia vector y sus componentes, tal como se describen en [5], y se representan en la figura 2; como se indicará en el siguiente apartado, los ejes representan las potencias activa  $iP$ , la reactiva  $jQ$  y la de distorsión  $kD$ , definidas por Budeanu.

- Potencia fasor  $\bar{S}$ :

$$\bar{S} = P + jQ = \bar{E} \bar{I}^* \quad (8)$$



**Figura 2.** Flujo de potencias definidos por IEEE Standard Dictionary of Electrical and Electronics Terms.

es la potencia aparente compleja correspondiente a un régimen sinusoidal con carga lineal, siendo su módulo:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = EI \quad (9)$$

- La potencia no-reactiva  $N$ , es aquella que no tiene componente reactiva

$$N = \sqrt{P^2 + D^2} = \sqrt{U^2 - Q^2} \quad (10)$$

siendo  $U$  la potencia vector.

- La potencia ficticia  $F$  carece de componente activa, es decir, es el conjunto de las componentes no deseadas.

$$F = \sqrt{Q^2 + D^2} = \sqrt{U^2 - P^2} \quad (11)$$

- La potencia aparente vector  $\bar{U}$  es la resultante de  $iP$ ,  $jQ$  y  $kD$ .

$$\bar{U} = iP + jQ + kD \quad (12)$$

siendo su módulo

$$U = \sqrt{P^2 + Q^2 + D^2} \quad (13)$$

## PRINCIPALES TEORÍAS SOBRE LA POTENCIA REACTIVA

Se indican los principales autores que, durante el pasado siglo, han aportado teorías al concepto y definición de la potencia reactiva en régimen no-sinusoidal.

En 1918, A. Iliovici [1] propone para la definición de la potencia reactiva en régimen no sinusoidal:

$$Q = \frac{\omega}{T} \int_0^T \varphi i dt \quad (14)$$

en la que  $\omega$  y  $T$  son, respectivamente, la pulsación y el período de la componente fundamental,  $\varphi$  el flujo dado por la ecuación  $e = d\varphi / dt$ ,  $e$  la tensión aplicada,  $i$  la corriente consumida. Utilizando el desarrollo de Fourier, se obtiene:

$$Q = \sum_{h=1}^n \frac{1}{h} E_h I_h \text{sen} \varphi_h \quad (15)$$

En 1924, Iliovici [1] propone una nueva definición de la potencia reactiva:

$$Q = -\frac{1}{\omega T} \int_0^T i de \quad (16)$$

en la que todas las magnitudes se definen como en (14); desarrollando en serie de Fourier, resulta:

$$Q = \sum_{h=1}^n h E_h I_h \text{sen} \varphi_h \quad (17)$$

Nótese que las expresiones (14) y (16), propuestas por Iliovici, conducen a formulaciones diferentes de la potencia reactiva.

En 1926, A. Liernard [1] sugiere una nueva definición:

$$Q = -\frac{\omega}{T} \int_0^T vq dt \quad (18)$$

en la que  $v$  es la tensión aplicada,  $q$  la carga transmitida, verificándose, por tanto,  $i = dq/dt$ . Utilizando el desarrollo de Fourier, se obtiene (15), es decir, la expresión propuesta por Iliovici en 1918.

En 1927, C. Budeanu [1] establece el principio de separación de la potencia aparente en tres términos ortogonales:

$$S^2 = P^2 + Q_B^2 + D^2 \quad (19)$$

definiendo la potencia reactiva como

$$Q_B = \sum_{h=1}^n V_h I_h \text{sen} \varphi_h \quad (20)$$

siendo la potencia activa

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T v i dt = \sum_{h=1}^n V_h I_h \cos \varphi_h \quad (21)$$

y expresando la potencia complementaria –que también se denomina ficticia o no-activa– como

$$F = \sqrt{S^2 - P^2} = Q_B^2 + D^2 \quad (22)$$

siendo  $D$  la potencia de distorsión.

La expresión (20) ha sido aceptada por la CEI y CIGRE, figurando en el Diccionario de Términos Eléctricos y Electrónicos de IEEE [5].

En 1932, Fryze [6] define la potencia reactiva, en el dominio temporal, descomponiendo la intensidad en dos componentes ortogonales:

$$i = i_a + i_b \quad (23)$$

siendo  $i_a$  la intensidad activa e  $i_b$  la reactiva, proponiendo como potencia reactiva:

$$Q_F = V I_b = \sqrt{S^2 - P^2} \quad (24)$$

Durante cuarenta años, se establece una tregua en el debate sobre la concepción de la potencia reactiva, solamente quebrantada por algunos representantes de la Escuela Rumana, apoyando la tesis de Budeanu y mostrando, a su vez, los errores de las concepciones de Liernard, Iliovici o Fryze.

En 1972, W. Shepherd y P. Zakikhani [7], desatan de nuevo la controversia al afirmar que la expresión de Budeanu resulta arbitraria y sin sentido físico, proponiendo una nueva descomposición de la potencia aparente:

$$S^2 = S_R^2 + S_X^2 + S_D^2 \quad (25)$$

$$S_R^2 = \sum_1^n E_n^2 \sum_1^n I_n^2 \cos^2 \varphi_n \quad (26)$$

$$S_X^2 = \sum_1^n E_n^2 \sum_1^n I_n^2 \sin^2 \varphi_n \quad (27)$$

$$S_D^2 = \sum_1^n E_n^2 \sum_1^p I_p^2 + \sum_1^m E_m^2 \left( \sum_1^n I_n^2 + \sum_1^p I_p^2 \right) \quad (28)$$

siendo:

$n$ , el grupo de componentes presentes en la alimentación y en la carga.

$m$ , las que sólo forman parte en la tensión.

$p$ , las que sólo circulan por la carga.

Los autores denominan  $S_R$  a la potencia aparente activa,  $S_X$  a la potencia aparente reactiva y  $S_D$  a la potencia aparente de distorsión.

El presunto acierto de la descomposición propuesta por Shepherd radica en que la minimización de  $S_X$ , da lugar a la optimización del factor de potencia por conexión de un elemento pasivo lineal, lo que no se verifica aplicando la potencia reactiva de Budeanu; sin embargo, resulta muy difícil la justificación de una descomposición de potencia, cuya componente activa no coincida con el valor medio de la potencia instantánea en un período completo, es decir, con la potencia activa.

En 1973, D. Sharon [8] presenta una descomposición de la potencia aparente en tres componentes:

$$S^2 = P^2 + S_Q^2 + S_C^2 \quad (29)$$

siendo

$$S_Q = V \sqrt{\sum_1^n I_n^2 \sin^2 \varphi_n} \quad (30)$$

En esta teoría  $P$  es la potencia activa,  $S_Q$  la potencia reactiva en cuadratura y  $S_C$  la potencia reactiva complementaria. Sharon afirma –igual que hiciera Shepherd un año antes– que la minimización de  $S_Q$  también origina el máximo factor de potencia a través de la conexión de un elemento pasivo lineal, siendo su gran acierto la sustitución de la  $S_R$  definida por Shepherd por la potencia activa  $P$ . Sin embargo, Sharon afirmaba que, independientemente, del significado físico de  $S_Q$ ,  $S_C$  lo importante era minimizar sus valores hasta que  $S$  fuera idéntico a  $P$ , es decir, que toda la potencia aparente aportada fuera potencia activa.

La publicación de los trabajos de Shepherd y Sharon dió lugar a una esperada polémica con E. Micu [9] y V.N. Nedelcu [10], representantes de la Escuela Rumana y, por tanto, acérrimos partidarios de la descomposición de potencias propuesta por Budeanu.

En 1977, A. Emanuel [11] teniendo en cuenta que –en la mayoría de los casos– la aportación principal a la potencia reactiva la realiza la componente fundamental de la tensión, propuso la potencia reactiva  $Q_1$ :

$$Q_1 = V_1 I_1 \sin \varphi_1 \quad (31)$$

que es, sencillamente, la potencia reactiva de la componente fundamental, definiendo como potencia complementaria

$$P_C^2 = S^2 - P^2 - Q_1^2 \quad (32)$$

En 1980, N.L. Kusters y W.J. Moore [12], proponen una definición de la potencia, en el dominio temporal, basada en la teoría de Fryze; descomponen la intensidad en tres componentes: la activa  $i_p$ , con una forma de

onda idéntica a la consumida por una resistencia ideal, la reactiva,  $i_{ql} / i_{qc}$ , correspondiente al consumo que originaría una bobina o condensador, respectivamente, y la reactiva residual,  $i_{qlr} / i_{qcr}$ , que es la sobrante de suprimir de la intensidad total, la activa y la reactiva es decir:

$$i_{qlr} = i - i_p - i_{ql} = i - i_p - i_{qc} \quad (33)$$

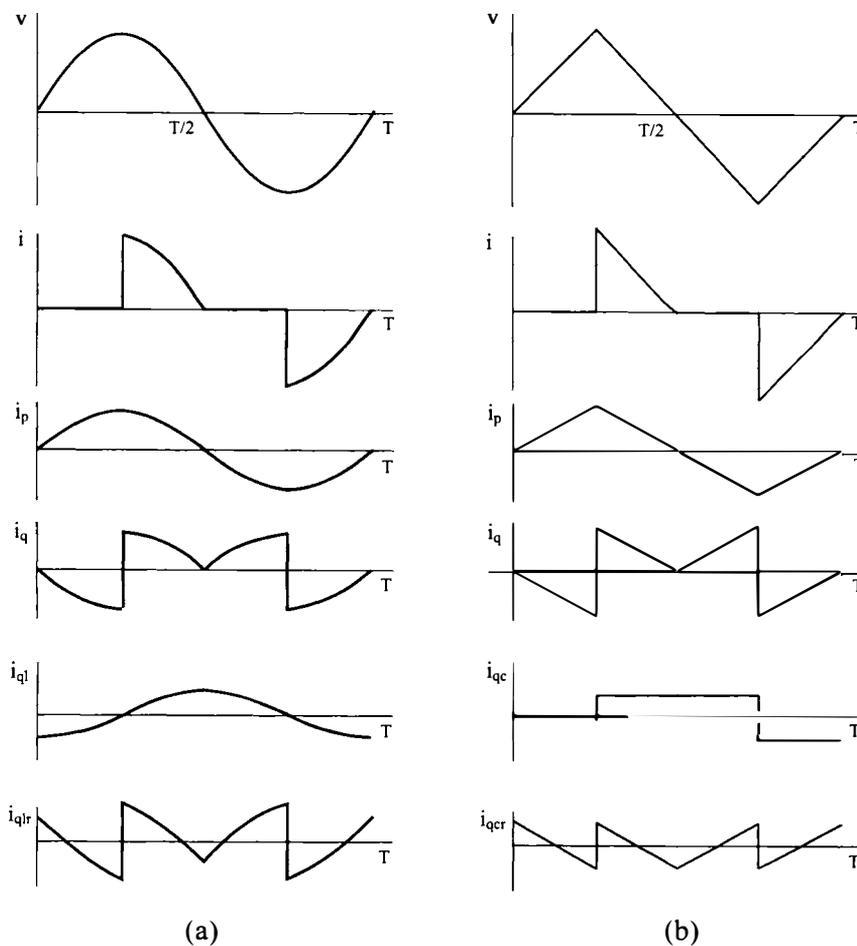
Kusters & Moore, proponen la siguiente descomposición de la potencia aparente:

$$S = P^2 + Q_l^2 + Q_c^2 = P^2 + Q_c^2 + Q_{cr}^2 \quad (34)$$

siendo:

- $P = VI_p$  la potencia activa.
- $Q_l = VI_{ql}$  la potencia reactiva inductiva.
- $Q_c = VI_{qc}$  la potencia reactiva capacitiva.
- $Q_{lr} / Q_{cr}$  las potencias reactivas residuales.

La figura 3, representa las componentes de corriente que proponen estos autores en [12]; la figura 3(a) corresponde a una excitación sinusoidal y la figura 3(b) a una tensión triangular.



**Figura 3.** Componentes de corrientes. (a) Tensión sinusoidal. (b) Tensión triangular.

Kusters & Moore, propusieron igualmente un analizador de corrientes y un medidor de las potencias definidas, que causó un gran interés inicial entre los expertos, especialmente, entre los responsables de las Compañías Eléctricas, que deseaban disponer de un medidor preciso de la potencia reactiva en régimen no-sinusoidal.

Emanuel en 1990 [13], propone dos descomposiciones alternativas, apoyadas en la definición de Fryze, en las que distingue las potencias originadas por la componente fundamental  $(P_1, Q_1)$ , de las debidas al conjunto de armónicos  $(P_h, Q_h)$ .

$$S^2 = (P_1 + P_h)^2 + Q_F^2 \quad (35)$$

siendo  $Q_F$  la potencia reactiva de Fryze.

Si se sustituye  $Q_F$ , en función de la potencia reactiva de la componente fundamental y designando  $Q_h$  la potencia reactiva armónica, resulta:

$$Q_F^2 = Q_1^2 + Q_h^2 \quad (36)$$

Resulta:

$$S^2 = (P_1 + P_h)^2 + Q_1^2 + Q_h^2 \quad (37)$$

Czarnecki [14-17] y otros autores [18-22], han publicado numerosos artículos relacionados con la descomposición de la potencia reactiva en régimen no-sinusoidal. Actualmente, ha perdido gran interés la discusión del concepto de potencia reactiva, siendo el objetivo la eliminación de todo lo que no sea potencia activa, sin distinguir si es reactiva o distorsión. Por tanto, la mayoría de los autores aceptan –al menos implícitamente– la Teoría de Fryze, ya que al eliminar el término  $Q_F$ , se igualan las potencias activa y aparente, es decir, se logra un factor de potencia unidad.

## FLUJO DE POTENCIAS EN REDES MONOFÁSICAS

Se entiende por potencia aparente nominal de un equipo, al máximo valor que pueden adquirir –simultáneamente– su tensión e intensidad; esta magnitud está relacionada con las pérdidas, así como con la temperatura que alcanzan, en régimen nominal, los dispositivos eléctricos, siendo también una referencia del método por unidad en el estudio clásico de circuitos de potencia. Sin embargo, cuando la tensión está distorsionada por la presencia de armónicos, aumentan las pérdidas; así las de histéresis y dieléctricas son proporcionales a la frecuencia, y las de Foucault lo son a su cuadrado. La resistencia de las líneas es función de la frecuencia, y el campo eléctrico soportado por los aislantes es función de la tensión instantánea, por tanto, de la forma de onda; igualmente, la presencia de armónicos, en una máquina eléctrica, origina una disminución de su rendimiento.

En general, cuando se define la potencia aparente nominal de cualquier dispositivo eléctrico, se está considerando su valor en régimen sinusoidal, por lo que es preciso conocer las condiciones concretas de funcionamiento, en régimen no-sinusoidal, para determinar su potencia aparente real.

El factor de potencia es una medida de la eficiencia energética, y se define como la relación entre la potencia transformada, en otra forma de energía, y la aparente:

$$FP = \frac{P}{S} \quad (38)$$

En los estudios básicos de circuitos lineales monofásicos, en régimen sinusoidal, se indican los inconvenientes de un reducido valor del factor de potencia –que, frecuentemente, se designa por  $\cos \varphi$ – y se calcula su optimización por la conexión del condensador óptimo, que da lugar a un factor de potencia unidad. Las figuras 4 y 5 muestran, esquemáticamente, el razonamiento conceptual del flujo de potencias en régimen sinusoidal con carga lineal. La corriente de suministro puede descomponerse en dos componentes:  $I_a$  e  $I_r$ , intensidades

activa y reactiva, respectivamente; la primera, en fase con la tensión aplicada, da lugar a la potencia activa, es decir, a una potencia media distinta de cero, que origina una transformación energética, mientras que la segunda –en cuadratura con la tensión, frecuentemente, en retraso– produce la potencia reactiva, cuyo valor medio es nulo.  $I_c$  es la corriente consumida por la batería de condensadores; si  $I_c = I_r$ , el factor de potencia es la unidad.

La corriente reactiva demandada por la carga es necesaria para el establecimiento de los campos electromagnéticos de sus elementos reactivos, de tal manera que si éstos, se la suministran mutuamente, no se precisa corriente procedente de la alimentación ni, por tanto, potencia reactiva de la fuente.

La figura 6, puede ser una guía esquemática de la misión del compensador –condensador óptimo en el caso de régimen sinusoidal con carga lineal– que suministra la energía reactiva que precisa la carga; si la red alcanza la máxima eficiencia, se minimizan las pérdidas en la línea y, en la transformación energética, se alcanza el máximo valor de la potencia activa que resulta idéntica a la aparente.

Todos los razonamientos anteriores, apoyados por las figuras 5 y 6 se han justificado para un régimen sinusoidal con carga lineal; sin embargo, tienen validez en cualquier régimen no-sinusoidal.

Efectivamente, si la corriente reactiva fuera la definida por Fryze, es decir, toda aquella que no es activa, lo expresado en la figura 5, tiene validez en cualquier régimen sinusoidal o no-sinusoidal, con carga lineal o no-lineal.

Igualmente, la figura 6 también resulta correcta para cualquier régimen de funcionamiento; en el caso general, el compensador no es un condensador, sino un filtro activo que no sólo elimina la reactiva de la componente fundamental, sino que también suministra todos los armónicos de corriente demandados por la carga.

La batería de condensadores es el elemento más sensible de una red. Para poner de manifiesto la importancia del orden de los armónicos de tensión, se considera una batería de condensadores de capacidad equivalente  $C$ , sometida a la tensión:

$$v = \sqrt{2} \sum_1^n V_h \text{sen}(h\omega t + \alpha_h) \tag{39}$$

La intensidad consumida por la batería, vendrá dada por:

$$i_c = \sqrt{2} \sum_1^n V_h h\omega C \text{sen}(h\omega t + \alpha_h + 90^\circ) \tag{40}$$

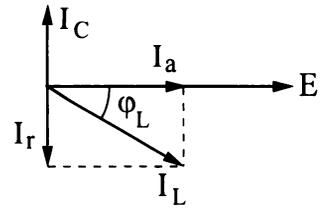


Figura 4. Compensación de la corriente reactiva.

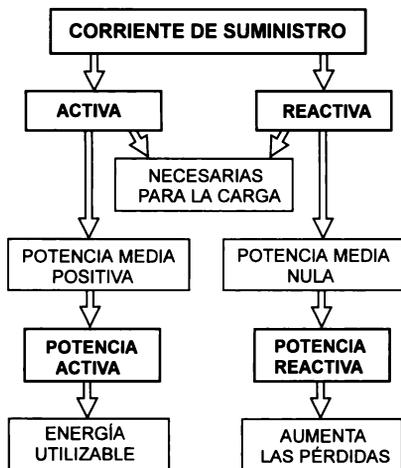


Figura 5. Flujo de corrientes/potencias.

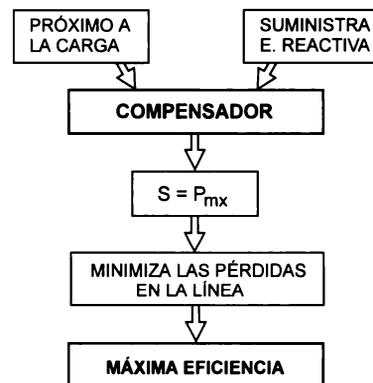


Figura 6. Efecto de un circuito compensador.

Si sólo existe el armónico  $V_h$ , se verifica:

$$\left(\frac{V}{V_1}\right)^2 = 1 + \left(\frac{V_h}{V_1}\right)^2 = 1 + THD_v^2 \quad (41)$$

$$\left(\frac{I_C}{I_{C1}}\right)^2 = 1 + \left(\frac{hV_h}{V_1}\right)^2 = 1 + h^2 THD_v^2 \quad (42)$$

De acuerdo con (42), resulta:

$$THDi = hTHD_v \quad (43)$$

| h  | V / V <sub>1</sub> | I <sub>C</sub> / I <sub>C1</sub> | THDi(%) | ΔP / P <sub>1</sub> |
|----|--------------------|----------------------------------|---------|---------------------|
| 3  | 1,003              | 1,03                             | 24      | 0,058               |
| 5  | 1,003              | 1,08                             | 40      | 0,160               |
| 11 | 1,003              | 1,33                             | 88      | 0,774               |
| 21 | 1,003              | 1,95                             | 168     | 2,822               |
| 33 | 1,003              | 2,82                             | 264     | 6,970               |

**Tabla III.** Magnitudes correspondientes a una batería de condensadores, en función del armónico presente en la alimentación.

En la tabla III, se indica para distintos órdenes armónicos, las funciones  $V/V_1$ ,  $I_C/I_{C1}$  y el  $THD$  de la corriente para un valor de  $V_h$  del 8% que es el límite máximo, según la normativa propuesta por CIGRE, del  $THD$  de tensión para redes de BT y MT. Se observa que para el tercer y quinto armónicos, los valores de la sobretensión en la batería de condensadores son reducidos; sin embargo, según aumenta el orden del armónico, se incrementan en gran medida.

Con referencia a las pérdidas de potencia en la batería, admitiendo que su resistencia es constante a todas las frecuencias, resulta:

$$\frac{\Delta P}{P_1} = \frac{I_C^2 - I_{C1}^2}{I_{C1}^2} = h^2 THD_v^2 \quad (44)$$

siendo  $\Delta P/P_1$  el incremento de pérdidas en la batería de condensadores en relación a las correspondientes en régimen sinusoidal. En la tabla III se representa esta relación; para  $h=33$ , el incremento de pérdidas es casi el doble que el nominal, es decir, del esperado no sólo por el fabricante, sino también por el usuario.

A continuación, se estudia el flujo de potencias, en distintos circuitos en régimen no-sinusoidal.

### 1. Circuito no-lineal con tensión sinusoidal

Por su interés, práctico y conceptual, se estudia este régimen particular de funcionamiento. Sea la tensión sinusoidal aplicada:

$$e = \sqrt{2} E \text{sen} \omega t \quad (45)$$

La intensidad consumida por el circuito, será:

$$i = \sqrt{2} \sum_{n=1}^n I_n \text{sen}(h\omega t + \phi_h) \quad (46)$$

siendo su valor eficaz:

$$I = \sqrt{\sum_{h=1}^n I_h^2} \quad (47)$$

La potencia instantánea suministrada, vale:

$$p = e i \quad (48)$$

La potencia activa suministrada, particularizando (5) para este régimen, resulta:

$$P = E I_1 \cos \varphi_1 \quad (49)$$

Obsérvese que, en este caso, la potencia sólo tiene el término correspondiente a la componente fundamental, lo que resulta evidente ya que existe un sólo componente de tensión.

La potencia reactiva, de acuerdo con la definición de Budeanu, es:

$$Q = E I_1 \operatorname{sen} \varphi_1 \quad (50)$$

La potencia aparente  $S = EI$ , puede descomponerse, según la teoría de Budeanu:

$$S^2 = P^2 + Q^2 + D^2 \quad (51)$$

siendo

$$D^2 = E^2 \sum_{h=2}^{\infty} I_h^2 = S^2 f_{ai}^2 \quad (52)$$

$f_{ai}$  es el factor de armónicos de la corriente, que se define como la relación entre el valor eficaz del contenido armónico y el de la onda, es decir:

$$f_{ai} = \frac{\sum_{h=2}^{\infty} I_h^2}{I} \quad (53)$$

Por último, el factor de potencia:

$$FP = \frac{P}{S} = \frac{E I_1 \cos \varphi_1}{E I} = \cos \varphi_1 f_{fi} \quad (54)$$

siendo  $f_{fi}$  el factor de onda fundamental de la corriente, relación entre el valor eficaz de la componente fundamental y el de la onda:

$$f_{fi} = \frac{I_1}{I} \quad (55)$$

La figura 7, circuito equivalente de la red no-lineal, indica que la corriente consumida puede descomponerse en tres componentes:  $I_{R1}$ ,  $I_{X1}$ , las corrientes activa y reactiva de la componente fundamental, respectivamente, e  $I_D$  que contiene todos los armónicos presentes en la carga.

La red de compensación, conectada en paralelo, aporta la corriente reactiva fundamental y los armónicos requeridos por la carga; bajo estas condiciones, la intensidad suministrada por la fuente se convertiría en

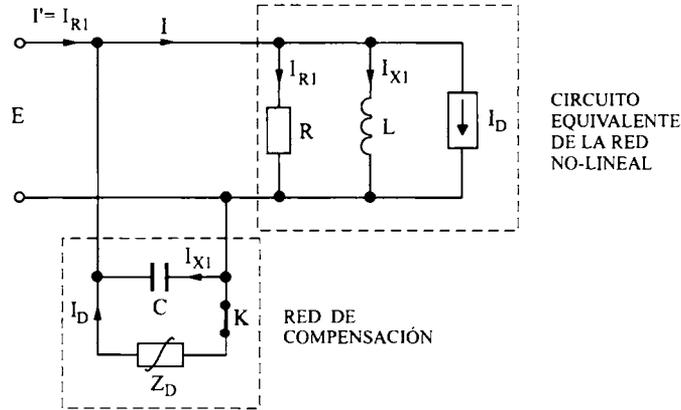


Figura 7. Circuito equivalente de una carga no-lineal, con su red de compensación.

sinusoidal y en fase con la tensión, habiendo compensación completa y resultando el factor de potencia la unidad.

Si se abre el interruptor  $K$ , desconectando la impedancia no-lineal  $Z_D$ , el factor de potencia resultaría menor de la unidad obteniéndose, sin embargo, la máxima compensación posible mediante condensador.

## 2. Circuito no-lineal con tensión no-sinusoidal

En la figura 8, se representa el caso general, una red no-lineal alimentada por una tensión no-sinusoidal; se ha de calcular el valor de la capacidad del condensador  $C$  que dé lugar al máximo valor posible del factor de potencia [23].

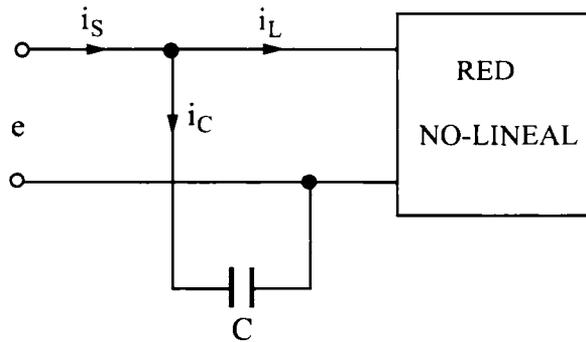


Figura 8. Tensión no-sinusoidal aplicada a una red no-lineal.

Sea  $e$  la tensión aplicada

$$e = \sqrt{2} \left[ \sum_1^n E_n \text{sen}(n\omega t + \alpha_n) + \sum_1^m E_m \text{sen}(m\omega t + \alpha_m) \right] \quad (56)$$

La corriente consumida por el condensador  $C$ , tiene el valor:

$$i_c = \sqrt{2} \left[ \sum_1^n E_n n\omega C \text{sen}(n\omega t + \alpha_n + \pi/2) + \sum_1^m E_m m\omega C \text{sen}(m\omega t + \alpha_m + \pi/2) \right] \quad (57)$$

La corriente demandada por la red no-lineal, viene dada por la expresión:

$$i_L = \sqrt{2} \left[ \sum_1^n I_{Ln} \text{sen}(n\omega t + \alpha_n - \varphi_{Ln}) + \sum_1^p I_{Lp} \text{sen}(p\omega t - \varphi_{Lp}) \right] \quad (58)$$

En las expresiones (56) a (58) existen los tres grupos frecuenciales definidos por Sepherd. Debido a la no linealidad de la carga, hay términos de la excitación que son cancelados, mientras que por idéntico motivo otros –los del grupo  $p$ – son creados; por otra parte, el condensador al ser un elemento lineal consume una corriente que contiene, en general, todas las frecuencias de la fuente de alimentación. Aplicando la 1ª L de K:

$$i_s = i_L + i_C \quad (59)$$

Según (5), la potencia activa suministrada por la fuente, idéntica a la consumida por la carga, es:

$$P_s = P_L = \sum_1^n E_n I_{Ln} \cos \varphi_{Ln} \quad (60)$$

Nótese que los términos que componen la potencia activa pertenecen, únicamente, al grupo  $n$ , ya que ésta no puede contener términos cruzados.

La potencia aparente suministrada por la fuente, viene dada por:

$$S_s = E I_s \quad (61)$$

Siendo  $E, I_s$  los valores eficaces de la f.e.m. aplicada y de la corriente consumida, respectivamente. Por último, el factor de potencia, será:

$$FP = \frac{P_s}{S_s} = \frac{P_s}{E I_s} \quad (62)$$

El factor de potencia máximo, se alcanzará cuando la potencia aparente sea mínima; al considerar  $E$  constante, la condición de mínima potencia aparente, coincide con la de intensidad  $I_s$  mínima; por tanto, ha de verificarse:

$$\frac{dI_s}{dC} = 0 \quad (63)$$

Resolviendo (63), se obtiene el valor de la capacidad óptima del condensador  $C_{op}$ :

$$C_{op} = \frac{\sum_1^n E_n I_{Ln} n \operatorname{sen} \varphi_{Ln}}{\omega \left( \sum_1^n E_n^2 n^2 + \sum_1^m E_m^2 m^2 \right)} \quad (64)$$

Para  $C_{op}$ , se obtiene el mínimo valor de potencia aparente; su cuadrado viene dado por:

$$S_{smn}^2 = \left[ \sum_1^n E_n^2 + \sum_1^m E_m^2 \right] \left[ \sum_1^n \left( E_n^2 n^2 \omega^2 C_{op}^2 + I_{Ln}^2 - 2E_n I_{Ln} n \omega C_{op} \operatorname{sen} \varphi_{Ln} \right) + \sum_1^m E_m^2 m^2 \omega^2 C_{op}^2 + \sum_1^p I_{Lp}^2 \right] \quad (65)$$

El factor de potencia máximo, tiene el valor:

$$FP_{mx} = \frac{P_s}{S_{smn}} \quad (66)$$

### 3. Optimización del factor de potencia

Se resumen, a continuación, algunos regímenes de funcionamiento de interés.

- **Tensión sinusoidal con carga lineal**

Se verifica:  $n = 1$ ;  $m = p = 0$ . La capacidad del condensador óptimo, para este caso, toma el valor:

$$C_{op} = \frac{I_{L1} \text{sen} \varphi_{L1}}{\omega E} \quad (67)$$

En la figura 4, –sustituyendo  $I_L$  por  $I_{L1}$ ,  $\varphi_L$  por  $\varphi_{L1}$ – se justifica este régimen particular. La expresión (67) se puede también poner de la forma:

$$E \omega C_{op} = I_{L1} \text{sen} \varphi_{L1} \quad (68)$$

siendo  $E \omega C_{op}$ , la corriente consumida por el condensador; por tanto, la condición impuesta es, como resulta conocido, que la intensidad capacitiva ha de anular la reactiva de la carga. La potencia aparente mínima resulta idéntica a la potencia activa y, por tanto, se alcanza un factor de potencia unidad.

- **Tensión sinusoidal con carga no-lineal**

Se verifica:  $n = 1$ ;  $m = 0$ ;  $p = p$ . Al ser la tensión sinusoidal, el condensador sólo compensa la corriente reactiva de componente fundamental resultando, por tanto, el mismo valor de capacidad óptima que si la carga fuese lineal; sin embargo, el factor de potencia es menor de la unidad porque no se cancelan los armónicos de la corriente.

- **Tensión no-sinusoidal con carga lineal**

Se verifica:  $n = n$ ;  $m = p = 0$ . La expresión (64) del condensador óptimo, resulta para este régimen:

$$C_{op} = \frac{\sum_1^n E_n I_{Ln} \text{sen} \varphi_{Ln}}{\omega \sum_1^n n E_n^2} \quad (69)$$

En este caso, en general, el factor de potencia también resulta menor que la unidad.

### 4. Técnicas de compensación del factor de potencia

Pueden encuadrarse en tres grupos:

- Las que emplean bancos de condensadores convencionales. En presencia de armónicos, pueden originarse resonancias, aumentando la distorsión de la tensión y la propia intensidad absorbida por la batería de condensadores.
- Las basadas en la conexión de filtros LC, bien sintonizados a los armónicos dominantes o de absorción; las baterías de condensadores primitivas pueden transformarse en filtros, conectándose en serie las bobinas adecuadas.
- El uso de filtros activos, capaces de seguir las variaciones de la carga sin riesgo de originar resonancias en paralelo; esta técnica puede dar lugar a valores del factor de potencia próximos a la unidad.

Algunos autores asumen que la condición de máximo factor de potencia coincide con la eficacia óptima de la red. Este aspecto requiere ciertas puntualizaciones; es cierto que en un circuito como el de la figura 8, compensado al cien por cien, toda la potencia aparente aportada por la fuente, se transforma en potencia en la

carga, es decir, se suministra la energía con mínima corriente y, por tanto, con pérdidas mínimas. Sin embargo, en redes más complejas, la condición de factor de potencia unidad, en unas de sus barras, no coincide, en general, con las pérdidas mínimas.

### APLICACIÓN A CIRCUITOS MONOFÁSICOS

Se realiza un estudio comparativo de cuatro redes monofásicas, con idénticos valores eficaces de tensión e intensidad. En el caso A, la tensión aplicada es sinusoidal y la carga no-lineal; en el B, la tensión e intensidad tienen la misma forma de onda –no sinusoidal– y están en fase; en el caso C, las dos ondas, idénticas al B, están desfasadas; por último en el D, la tensión e intensidad tienen armónicos de órdenes distintos. En la tabla IV, se indican las componentes frecuenciales de los cuatro casos.

En la figura 9, se muestran las representaciones temporales de la tensión, corriente y potencia para los cuatro casos en estudio.

**Tabla IV.** Componentes frecuenciales de las tensiones y corrientes de los casos A, B, C y D; en todos ellos, sus valores eficaces son:  $V=113,65\text{ V}$ ,  $I=16,25\text{ A}$ .

| CASO | $V_i / I_i$ | $A_1 \angle \alpha_1$   | $A_3 \angle \alpha_3$   | $A_5 \angle \alpha_5$  | $A_7 \angle \alpha_7$     |
|------|-------------|-------------------------|-------------------------|------------------------|---------------------------|
| A    | $V_A$       | $113,65 \angle 0^\circ$ | --                      | --                     | --                        |
|      | $I_A$       | $15 \angle -30^\circ$   | $5,8 \angle 0^\circ$    | $2 \angle 0^\circ$     | $1 \angle 0^\circ$        |
| B    | $V_B$       | $105 \angle 0^\circ$    | $35 \angle 0^\circ$     | $21 \angle 0^\circ$    | $15 \angle 0^\circ$       |
|      | $I_B$       | $15 \angle 0^\circ$     | $5 \angle 0^\circ$      | $3 \angle 0^\circ$     | $(15/7) \angle 0^\circ$   |
| C    | $V_C$       | $105 \angle 0^\circ$    | $35 \angle 0^\circ$     | $21 \angle 0^\circ$    | $15 \angle 0^\circ$       |
|      | $I_C$       | $15 \angle -30^\circ$   | $5 \angle -90^\circ$    | $3 \angle -150^\circ$  | $(15/7) \angle 150^\circ$ |
| D    | $V_D$       | $105 \angle 0^\circ$    | $40,8 \angle 180^\circ$ | --                     | $15 \angle 0^\circ$       |
|      | $I_D$       | $15 \angle -30^\circ$   | --                      | $5,4 \angle -60^\circ$ | $3 \angle -30^\circ$      |

En la tabla V se cuantifica, para cada caso, el valor de las potencias definidas: activa  $P$ , reactiva de componente fundamental –de Emanuel–  $Q_1$ , reactiva de Budeanu  $Q_B$ , reactiva de Fryze  $Q_F$ , de distorsión  $D$  de Budeanu, aparente  $S$ , y el factor de potencia  $FP$ .

**Tabla V.** Valores de algunas potencias en las cuatro redes monofásicas objeto de estudio.

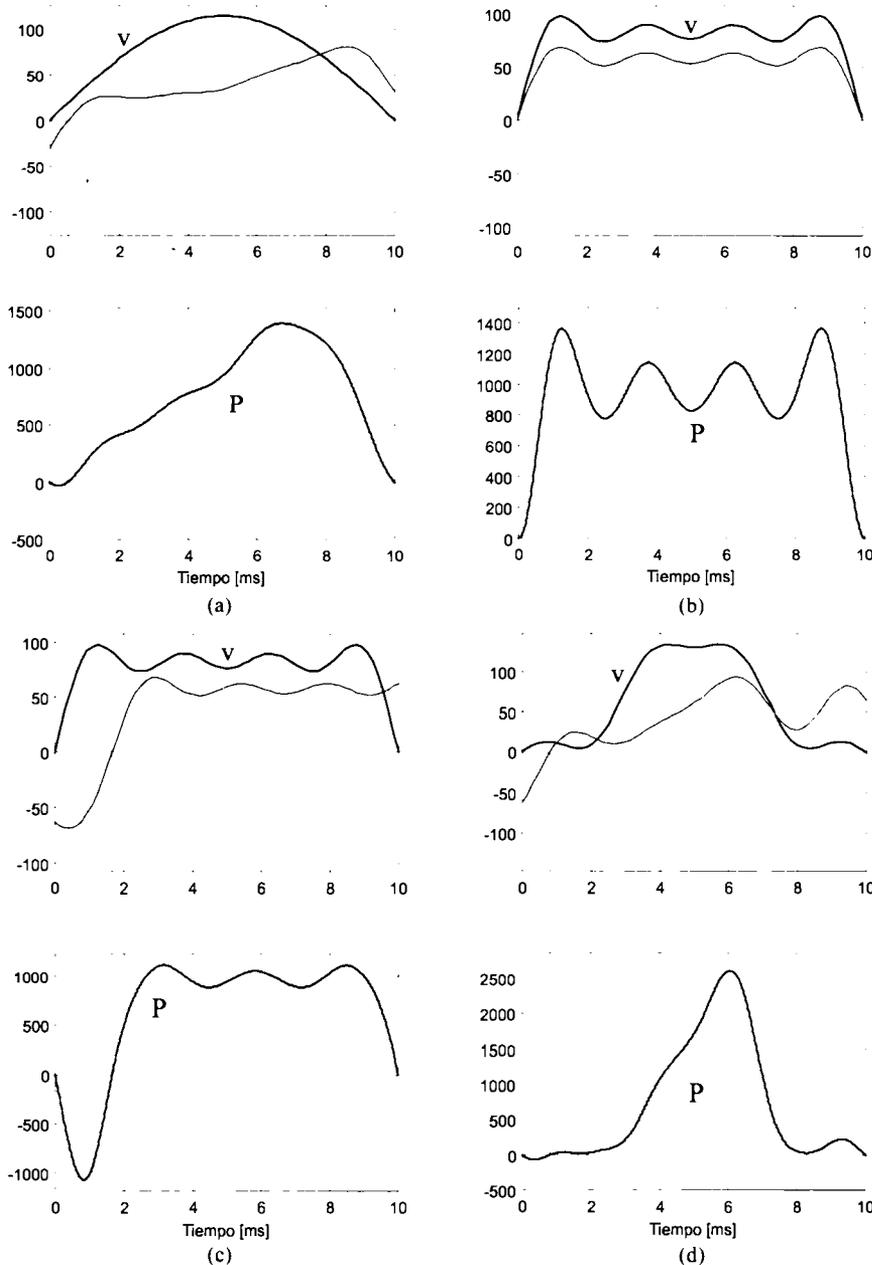
| MAGNITUD    | SÍMBOLO              | CASO A  | CASO B  | CASO C   | CASO D    |
|-------------|----------------------|---------|---------|----------|-----------|
| P. ACTIVA   | $P(W)   P_H/P_1(\%)$ | 1.476/0 | 1.845/0 | 1.282/-6 | 1.402/2,9 |
| R. EMANUEL  | $Q_1(VAr)$           | 852     | 0       | 788      | 788       |
| R. BUDEANU  | $Q_B(VAr)$           | 852     | 0       | 978      | 810       |
| R. FRYZE    | $Q_F(VAr)$           | 1107    | 0       | 1.327    | 1.198     |
| D. BUDEANU  | $D(VA)$              | 707     | 0       | 897      | 883       |
| P. APARENTE | $S(VA)$              | 1.845   | 1.845   | 1.845    | 1.845     |
| F. POTENCIA | $FP$                 | 0,80    | 1       | 0,69     | 0,76      |

A continuación, se estudian cuatro compensaciones diferentes para los casos A, C y D, ya que el B, directamente, tiene factor de potencia unidad. En la tabla VI, se indican los valores de la potencia aparente mínima y del factor de potencia máximo para los circuitos de los casos A, C y D; la figura 10 representa la intensidad compensada en cada uno de los supuestos, para cada tipo de compensación.

Se comienza por la clásica conexión del condensador óptimo que se designa como compensación tipo 1; se indica el valor de la capacidad que optimiza el factor de potencia y la potencia aparente demandada  $S_{mn1}$ ; se designa  $FP_{mx1}$  el factor de potencia que se alcanzaría si se conectase este condensador óptimo.

**Tabla VI.** Valores de  $S_{mn}$  y  $FP_{mx}$  alcanzados, mediante distintas técnicas de compensación, en los circuitos monofásicos de los casos A, C y D.

| TIPO DE COMPENSACIÓN               | CASO A          | CASO C         | CASO D         |
|------------------------------------|-----------------|----------------|----------------|
| 1 $S_{mn1}(VA)/Co(\mu F)/FP_{mx1}$ | 1.636/210/0,902 | 1.693/98/0,757 | 1.759/81/0,798 |
| 2 $S_{mn2}(VA)/FP_{mx2}$           | 1.636/0,902     | 1.636/0,784    | 1.636/0,858    |
| 3 $S_{mn3}(VA)/FP_{mx3}$           | 1.476/1         | 1.476/0,924    | 1.476/0,924    |
| 4 $S_{mn} = P_{mx}(W)/FP_{mx}$     | 1.476/1         | 1.598/1        | 1.609/1        |



**Figura 9.** Representación temporal de tensiones, corrientes y potencias (a) Caso A. (b) Caso B. (c) Caso C. (d) Caso D.

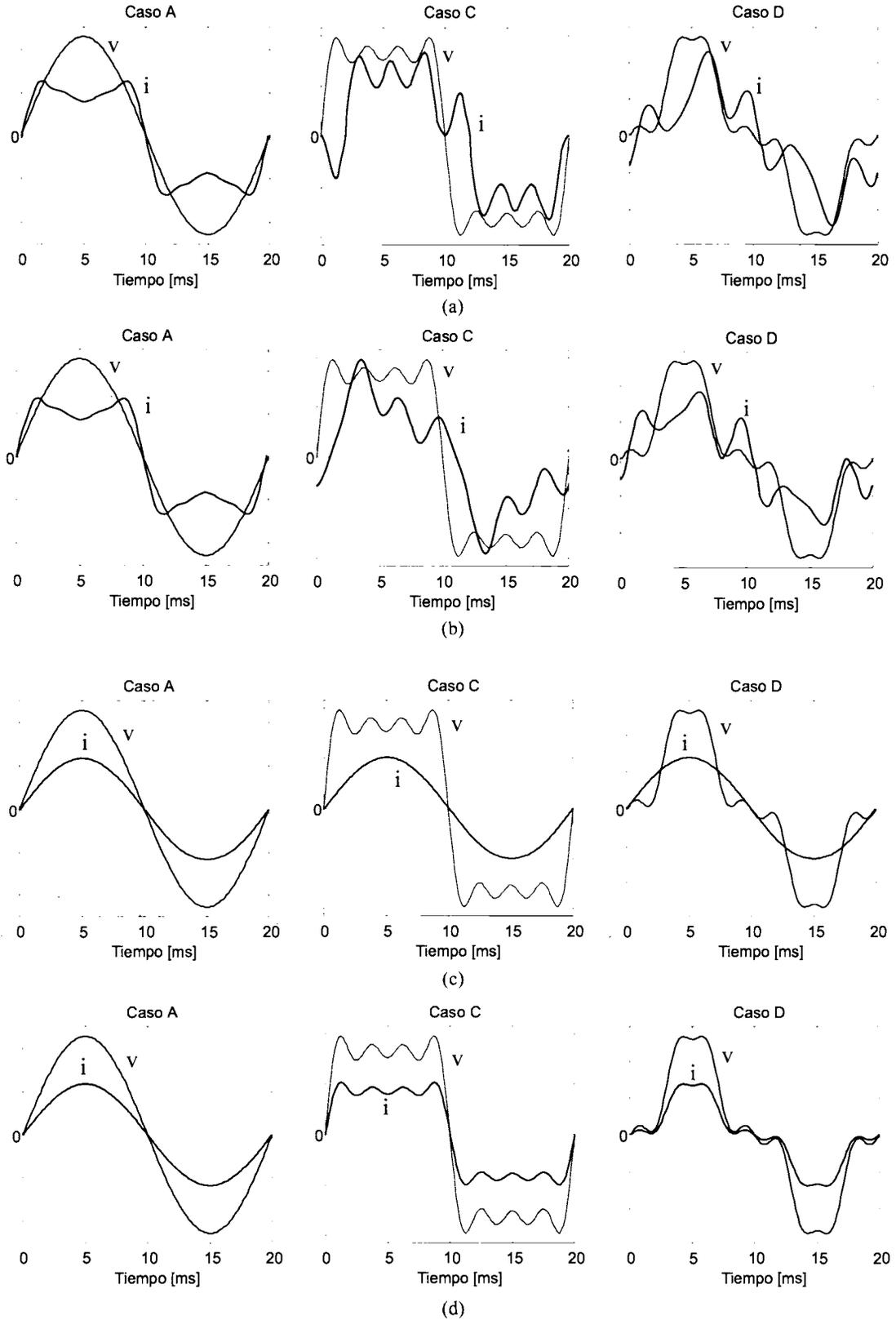


Figura 10. Representación temporal de las compensaciones estudiadas para los casos A, C y D. (a) Tipo 1, (b) Tipo 2, (c) tipo 3, (d) Tipo 4

El segundo método que se describe, compensación tipo 2, consiste en la inyección de una corriente sinusoidal de componente fundamental, que anule la correspondiente reactiva  $i_{r1}$  en la carga; se designa  $S_{m2}$  y  $FP_{m2}$ , la potencia aparente y el factor de potencia alcanzados, respectivamente.

En la compensación designada como tipo 3, se inyecta una corriente tal, que anula no sólo la componente reactiva fundamental  $i_{r1}$ , sino también todos los armónicos de corriente;  $S_{m3}$  y  $FP_{m3}$ , son la potencia aparente y el factor de potencia obtenidos, respectivamente. Téngase en cuenta que esta compensación equivale a conseguir una corriente de suministro sinusoidal y en fase con la componente fundamental de la tensión de alimentación.

En la compensación tipo 4, se inyecta una corriente que da lugar a una intensidad de la misma forma de onda que la tensión aplicada y en fase con ésta; para todos los casos en estudio, con esta compensación se verifica que  $S_m = P_m$ , por tanto, se obtiene un factor de potencia unidad.

Del estudio realizado, se obtienen los siguientes resultados:

- Cuando la tensión es sinusoidal y la corriente no-sinusoidal –caso A–, la carga es no-lineal; en este régimen, todas las potencias reactivas obtenidas son idénticas, salvo la de Fryze que incluye la de distorsión. Con referencia a la optimización, se observa que  $FP_{m1} = FP_{m2}$ , lo que resulta evidente;  $FP_{m3}$  es la unidad porque al suprimir todos los armónicos de corriente, resulta que la corriente sinusoidal compensada está en fase con la tensión sinusoidal de alimentación.
- Si la tensión y la corriente tienen la misma forma de onda y están en fase –caso B– la potencia instantánea no alcanza nunca valores negativos; por tanto, se verifica que la potencia activa es idéntica a la aparente, las potencias reactiva y de distorsión son nulas y el factor de potencia es la unidad, siendo la impedancia equivalente de la carga una resistencia lineal.
- Cuando la tensión y la corriente tienen la misma forma de onda, pero están desfasadas –caso C–, todas las potencias reactivas calculadas, según los distintos autores, son diferentes. En esta red el circuito pasivo no deforma la onda de corriente aunque sí la desfasa, de forma que el factor de potencia inicial es de sólo 0,695.
- En el caso D, la tensión y la intensidad –debido a la no linealidad de la carga– presentan armónicos diferentes, así el tercero está sólo presente en la tensión y el quinto únicamente en la carga, siendo éste el caso más general que puede presentarse.
- Las potencias reactivas calculadas según las teorías de los diferentes autores, en general, son diferentes; se puede afirmar que la menor es la de Emanuel –porque sólo considera la correspondiente a la componente fundamental– y la mayor, la de Fryze, porque incluye la distorsión; en general, se verifica:

$$Q_1 \leq Q_B \leq Q_F \quad (70)$$

## CONCLUSIONES

Tras casi un siglo de debate sobre el concepto de la energía reactiva, se ha concluido por minimizar su trascendencia; efectivamente, en la formulación admitida por todos los Organismos Internacionales –la debida a Budeanu–, la potencia aparente se descompone en: activa, reactiva y distorsión. Algunos autores han establecido diferencias conceptuales entre la reactiva y la de distorsión, sin embargo, en redes no-lineales con alimentación no-sinusoidal resulta muy difícil diferenciar ambas. Por otra parte, parece razonable considerar como componentes no deseables el conjunto reactiva-distorsión, ya que su cancelación supondría alcanzar el factor de potencia unidad.

Otro aspecto polémico consiste en la determinar el coste de la energía eléctrica; en general, se factura lo que contabiliza el contador de energía, por tanto, cada tipo de medidor, determinará un valor, que integrado en el correspondiente período temporal, dará la energía correspondiente.

Se pone de manifiesto que, habitualmente, el máximo factor de potencia que puede obtenerse conectando el condensador óptimo es menor que la unidad, por lo que, a veces, se conectan filtros activos que no sólo logran optimizarlo a la unidad, sino que también reducen, en gran medida, la distorsión armónica.

En el estudio comparativo de cuatro redes monofásicas, se han obtenido las siguientes conclusiones:

- Cuando la tensión es sinusoidal y la corriente no-sinusoidal –caso A–, se alcanza el factor de potencia unidad; con la compensación tipo 3, que suprime todos los armónicos de intensidad, la corriente sinusoidal está en fase con la tensión de alimentación.

- Si la tensión y la corriente tienen la misma forma de onda y están en fase –caso B– la potencia instantánea no alcanza nunca valores negativos, por tanto, se verifica que la potencia activa es idéntica a la aparente, siendo las potencias reactiva y de distorsión nulas, resultando la impedancia equivalente de la carga una resistencia lineal.
- Si la tensión y corriente tienen la misma forma de onda, pero están desfasadas –caso C–, el circuito pasivo no deforma la onda de corriente aunque sí la desfasa, de forma que el factor de potencia inicial es tan sólo de 0,69.
- En el caso D, la tensión y la intensidad –debido a la no linealidad de la carga– presentan armónicos diferentes, siendo éste el caso más general que puede presentarse.

## REFERENCIAS

- [1] Eguíluz L.I., Arrillaga, J. “*Comparison of Power Definitions in the Presence of Waveform Distortion*”. Int. J. Elect. Enging Educ., Vol 32. (April 1995).
- [2] IEEE Working Group on Nonsinusoidal Situations, “*Practical Definitions for Power in System with Nonsinusoidal Waveforms and Unbalanced Loads: A Discussion*”. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol 11, No 1, (January 1996).
- [3] Eguíluz, L.I. “*Potencia, Perturbaciones y Rendimiento de la Red*”. XVII Cursos de Verano de la Universidad de Cantabria. Laredo 2001.
- [4] Eguíluz, L.I. “*Eficiencia del Consumo. Criterios de Facturación de la Energía Eléctrica*”. XVII Cursos de Verano de la Universidad de Cantabria. Laredo 2001.
- [5] “*The New IEEE Standard Dictionary of Electrical and Electronics Terms*”. Fifth Edition, IEEE, (1993).
- [6] Fryze, S. “*Wirk-, Blind- und Scheinleistung in elektrischen Stromkreisen mit nichtsinusförmigem Verlauf von Strom und Spannung*” Elektrotechnische Zeitschrift, pp. 596-599. (Juni 1932).
- [7] Shepherd, W. and Zakikhani, P. “*Suggested Definition of Reactive Power for Nonsinusoidal Systems*”, Proc. IEE, Vol. 119, pp. 1361-1362. (September 1972).
- [8] Sharon, D. “*Reactive Power Definition and Power Factor Improvement in Nonlinear Systems*”, Proc. IEE, Vol. 120, pp. 704-706. (June 1973).
- [9] Micu, E. “*Suggested Definition of Reactive Power for Nonsinusoidal Systems*”, Proc. IEE, Vol. 120, pp. 796-798. (July 1973).
- [10] Nedelcu, V. N. “*Suggested Definition of Reactive Power for Nonsinusoidal Systems*”, Proc. IEE, Vol. 121, pp. 389-392. (May 1974).
- [11] Emanuel, A. E. “*Energetical Factors in Power Systems with Nonlinear Loads*”, Archiv für Elektrotechnik, 59, pp. 183-189. (1977).
- [12] Kusters, N. L. and Moore, W. J. M. “*On Definition of Reactive Power Under Nonsinusoidal Conditions*”, IEEE, Trans. Power App. Systems, Vol. PAS-99, pp. 1845-1850. (September 1980).
- [13] Emanuel, A. E. “*Powers in Nonsinusoidal Situations. A Review of Definitions and Physical Meaning*”, IEEE, Trans. on Power Delivery, Vol. PWRD-5, pp. 1377-1383. (July 1990).
- [14] Czarnecki, L. S. “*An orthogonal decomposition of the current of non-sinusoidal voltage sources applied to non-linear loads*”. Circuit Theory and Applications, Vol 11, 235-239 (1983).
- [15] Czarnecki, L. S. “*Considerations on the reactive power in nonsinusoidal situations*”. IEEE Trans. on Instr. and Meas., Vol IM-34, N° 3, (September 1985).
- [16] Czarnecki, L. S. “*Minimization of reactive power under nonsinusoidal conditions*”. IEEE Trans. on Instr. and Meas., Vol IM-36, N°1, (March 1987).
- [17] Czarnecki, L. S. “*What is wrong with the Budeanu concept of reactive and distortion power and why it should be abandoned*”, IEEE Trans. Instr. and Meas. , Vol. IM-36, No. 3, pp. 834-837. (September 1987).
- [18] Page, H. “*Reactive power in nonsinusoidal situations*”, IEEE Trans. Instr. and Meas, Vol. IM-29, No. 4. (December 1980).
- [19] Antoniu, S. “*Le régime énergétique déformant. Une question de priorité*”. RGE 6/84. (Juin 1984).
- [20] Chen, T. et al. “*Power-component definitions and measurements for a harmonic-polluted power circuit*”. IEE Proceedings-C. Vol. 138, No. 4 (July 1991).
- [21] Stankovic, A.M. “*Frequency-domain observations on definitions of reactiva power*”, IEEE Power Engineering Review, (June 2000).
- [22] Ghassemi, F. “*New concept in AC power theory*” IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib., Vol. 147, No. 6. (November 2000).
- [23] Shepherd, W., Zand, P. “*Energy Flow and Power Factor in Nonsinusoidal Circuits*”, Cambridge University Press. (1979).

# TEORÍA DE LA POTENCIA EN RÉGIMENES APERIÓDICOS

*Juan Carlos Montaña Asquerino*

Laboratorio de Electrónica. Instituto de Recursos Naturales de Sevilla.  
Consejo Superior de Investigaciones Científicas.

*La teoría de la potencia se basa generalmente en señales de tensión e intensidad estacionarias y periódicas que admiten un desarrollo en serie de Fourier. En la realidad, pocos procesos son verdaderamente estáticos; variaciones de intensidad en la carga y situación aperiódica son los casos habituales. Asumiendo estas condiciones reales, comenzamos el trabajo mostrando distintos modelos de análisis de señales aplicables a los regímenes aperiódicos. Es el caso del análisis conjunto tiempo-frecuencia (ACTF), en el que se selecciona distintas propuestas entre las formulaciones existentes, incluyendo, en la segunda parte, la transformada wavelet en su versión discreta (DWT). Se utiliza la definición de la transformada de Fourier en intervalos-temporales-cortos (STFT) para la formulación de un nuevo índice de distorsión armónica de la señal. Se muestra, finalmente, las posibilidades que ofrece la DWT en el estudio de la calidad de la señal de red (detección de perturbaciones eléctricas) y en la medida de magnitudes eléctricas (valores rms y potencia media). Algunas de estas técnicas se ilustran con el empleo de un instrumento virtual, en distintos casos prácticos.*

## ANÁLISIS CONJUNTO TIEMPO-FRECUENCIA (ACTF)

En esta primera sección, tras unos preliminares matemáticos, se explica la necesidad del análisis conjunto tiempo-frecuencia y se clasifican los distintos métodos que existen para lograr perfeccionarlo.

### 1. Preliminares matemáticos

Un *espacio de funciones* es un espacio vectorial sobre el cuerpo de los reales o los complejos, siendo los elementos integrantes de este espacio funciones de una cierta clase particular. Dados dos vectores de este espacio  $f$  y  $g$ , se define su producto escalar según

$$\langle f(t), g(t) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot g(t) dt$$

Una vez definido un producto escalar, inmediatamente se induce una *norma* para cada elemento del espacio de acuerdo con

$$\|f\| = \sqrt{\langle f, f \rangle},$$

que no es más que una simple generalización de las operaciones geométricas y definiciones en el espacio vectorial tridimensional  $R^3$ . En el contexto del análisis de señales es usual identificar la norma de la función con la energía de la señal representada por la función. Diremos que vectores (funciones) son *ortogonales* si su producto escalar es cero.

Uno de los espacios más importantes en el análisis de señales es  $L^2(R)$ , definido como el conjunto de funciones de cuadrado integrable, es decir, funciones para las que su norma es finita

$$\|f\| < \infty$$

Cuando una función  $f$  pertenezca a este espacio, escribiremos  $f \in L^2(R)$ .

Diremos que un conjunto de vectores  $\varphi_k(t)$  constituye un *sistema generador* para el espacio vectorial considerado si cualquier función perteneciente a este espacio puede expresarse como combinación lineal de estos vectores según

$$f(t) = \sum_k \alpha_k \varphi_k(t)$$

Si los coeficientes de la expansión anterior son únicos, diremos que el sistema generador constituye una *base* en el espacio vectorial.

La *Transformada de Fourier* de una función de energía finita  $f \in L^2(R)$  de una variable real  $t$  se define por medio de la integral

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

En notación de producto escalar la ecuación anterior puede expresarse del siguiente modo

$$F(\omega) = \langle f(t), e^{j\omega t} \rangle$$

Esta interpretación es muy importante pues permite identificar  $F(\omega)$  con la componente de la señal analizada  $f$  a la frecuencia  $\omega$ . Estas componentes no son más que los coeficientes de la expansión de  $f(t)$  en términos de las exponenciales complejas  $e^{j\omega t}$ . Esta expansión viene dada por la *Transformada de Fourier Inversa*

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

Si la variable  $t$  representa el tiempo, diremos que  $F(\omega)$  es el *espectro* de  $f(t)$ . Si  $t$  representa espacio,  $F(\omega)$  es el *espectro espacial*.

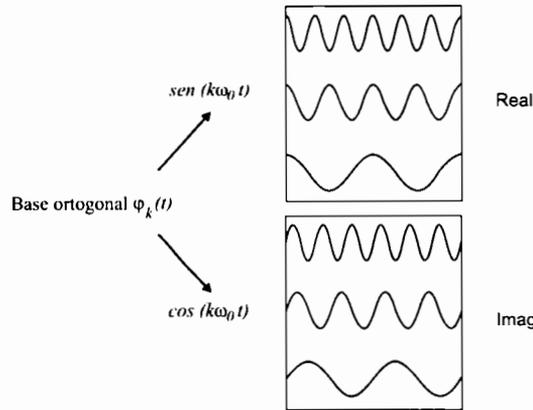
## 2. Importancia del análisis conjunto tiempo-frecuencia

Desde un punto de vista matemático, podemos describir una señal dada de muchas formas diferentes. Por ejemplo, podemos expresar la señal como una función del tiempo, mostrando cómo cambia con el tiempo la amplitud de la señal. Alternativamente podemos expresar la señal como una función de la frecuencia, lo que nos dice con qué amplitud cambia la frecuencia. El puente entre las representaciones de tiempo y de frecuencia es la Transformada de Fourier.

Aplicando la transformación de Fourier podemos descomponer fácilmente cualquier señal como una suma ponderada de funciones sinusoidales tal y como se muestra en la figura 1. Por consiguiente, podemos procesar la señal temporal o su correspondiente conjunto de funciones sinusoidales asociadas, dependiendo de cual sea el método más conveniente. Además de ser lineal, la transformación de Fourier proporciona un método factible para calcular el espectro de potencia de una señal, ya que el espectro de potencia presenta normalmente un

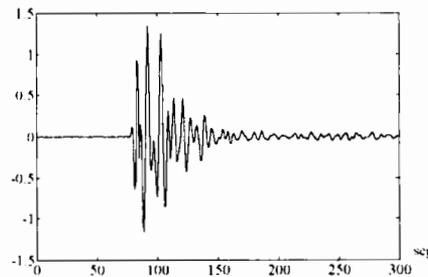
patrón más simple que la propia forma de la función temporal, por lo que a menudo se utiliza para caracterizar la señal.

Aunque la Transformada de Fourier ha tenido reconocimiento en multitud de disciplinas, presenta algunas desventajas que no permiten su uso en muchas aplicaciones importantes.



**Figura 1.** Funciones base de la transformada de Fourier.

La figura 2 presenta una señal sísmica. Al contrario que las funciones sinusoidales usadas como base en la transformación de Fourier, que se extienden sobre todo el dominio temporal, la señal temporal sólo tiene duración sobre un periodo de tiempo muy corto.



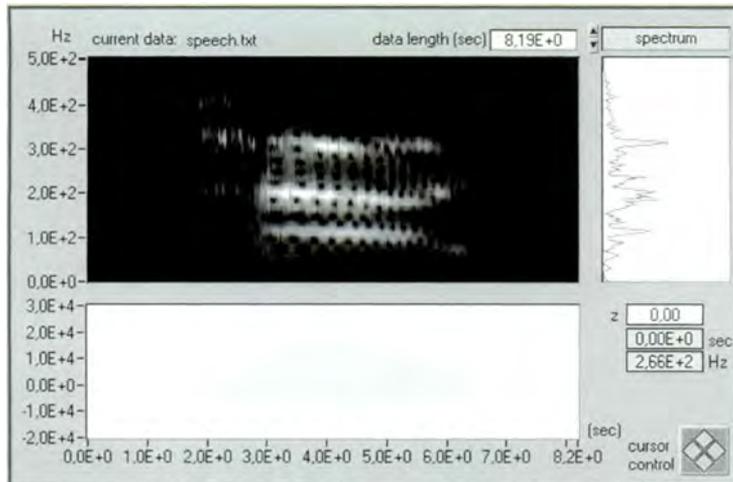
**Figura 2.** Señal sísmica.

Si usamos las series de Fourier para representar esta señal, necesitamos un número infinito de sinusoides que al superponerse puedan cancelarse y representar adecuadamente las zonas en las que la amplitud temporal es prácticamente cero. Por tanto, la Transformada de Fourier no es capaz de representar de forma eficiente aplicaciones de este tipo.

Como hemos mencionado, otra aplicación importante de la Transformada de Fourier es el análisis espectral. La figura 3 ilustra la sílaba, 'huud', donde la parte inferior representa la forma de onda temporal. En el gráfico superior derecho observamos el espectro de potencia convencional. El gráfico de potencia convencional muestra cómo la sílaba 'huud' contiene tres tonos de frecuencia principales. Sin embargo, el espectro de potencia por sí solo no indica cómo estas frecuencias evolucionan con el tiempo.

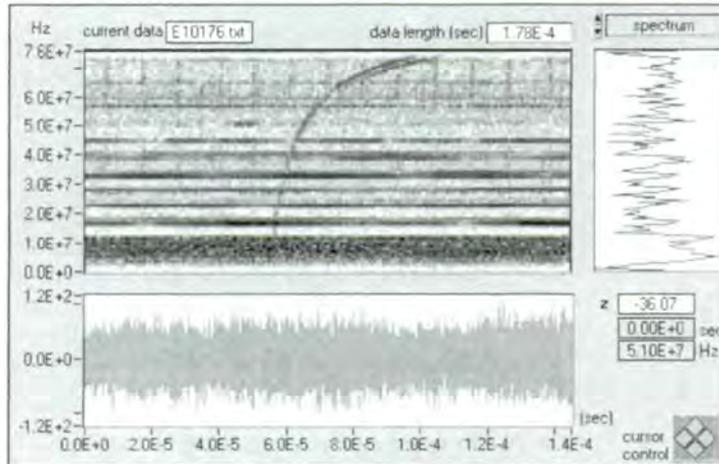
Obviamente, los tonos de frecuencia de una señal hablada no son constantes. Si lo fueran, el habla no podría ser usada como un medio de comunicación. Debido al hecho de que los contenidos de frecuencia de la mayoría de las señales cambian con el tiempo, la teoría clásica de Fourier solo nos permite analizar la señal en el dominio de tiempo o en el dominio de frecuencia.

El gráfico central de la figura 3 es un espectro con dependencia temporal, que representa la energía de la señal como función tanto del tiempo como de la frecuencia. Como se muestra, el espectro dependiente del tiempo revela claramente el patrón de sus constituyentes. De los constituyentes, vemos como cambia la frecuencia. El brillo relativo de los niveles del gráfico muestra la intensidad de las frecuencias. En este ejemplo, el análisis conjunto tiempo-frecuencia (ACTF) nos permite comprender mejor el mecanismo del habla humana.



**Figura 3.** Señal de un registro de sonido.

Otra motivación importante para la aplicación del ACTF es la detección de señales con ruido. En general, el ruido aleatorio suele extenderse a lo largo de todo el dominio de tiempo y de frecuencia. Por otra parte, la señal normalmente se concentra en un periodo de tiempo relativamente corto o en una banda estrecha de frecuencia. Si podemos proyectar la señal con ruido en el plano tiempo-frecuencia, la relación local señal-ruido (SNR) puede mejorarse sustancialmente.



**Figura 4.** Señal de un impulso ionizado.

La figura 4 representa la señal de impulsos recibidos de un satélite de comunicaciones. Después de pasar a través de un medio disperso tal como la ionosfera, los impulsos de la señal se convierten en una señal 'chirp' no lineal. Como se muestra en la figura 4, el ruido aleatorio domina tanto en el dominio de tiempo como en el espectro de frecuencias. Ninguno de los dos indica la existencia de una señal de impulsos. Sin embargo, del espectro dependiente del tiempo podemos identificar inmediatamente la presencia de una señal de tipo 'chirp' cruzando el dominio tiempo-frecuencia. Las líneas horizontales corresponden a señales de radio que básicamente permanecen constantes en el tiempo.

Basándonos en la representación tiempo-frecuencia, podemos desenmascarar aún más la señal deseada, como se muestra en el gráfico superior de la figura 5. A continuación, podemos aplicar la transformación inversa para recuperar la forma de onda temporal sin ruido. El gráfico inferior de la figura 5 muestra las señales original y reconstruida. Cuando el SNR es muy pequeño, como en las señales de muchos satélites, el ACTF ofrece una posibilidad única de detectar las señales de interés.

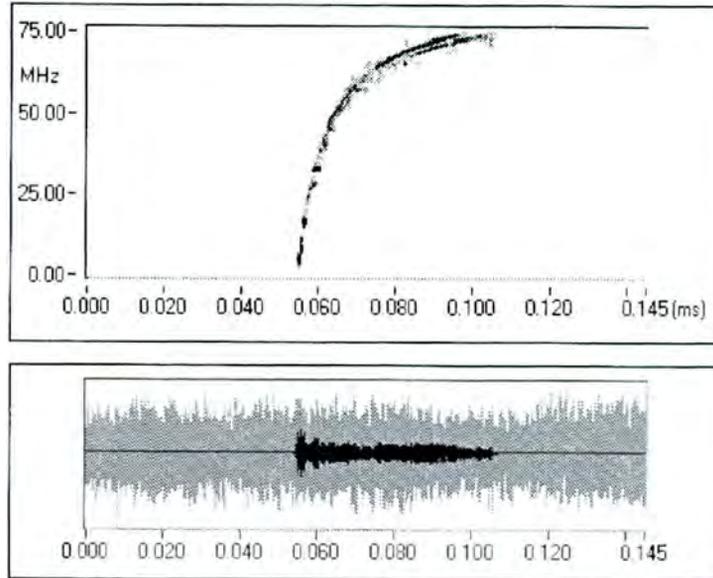


Figura 5. Señal reconstruida.

### 3. Métodos básicos del ACTF

El desarrollo del ACTF comenzó hace más de medio siglo. El método más sencillo para caracterizar la frecuencia de una señal como una función del tiempo era dividir la señal en varios bloques que podían solapar. Entonces se aplicaba la Transformada de Fourier a cada bloque de datos individual con objeto de extraer los contenidos de frecuencia de cada uno de ellos. Este proceso llegó a conocerse como la Transformada de Fourier en Tiempo Corto (STFT) y refleja someramente cómo los contenidos de frecuencia cambian con el tiempo. El tamaño de los bloques determina la precisión en tiempo. Cuanto más pequeño es el bloque, mejor es la resolución temporal. Sin embargo, la resolución en frecuencia es inversamente proporcional al tamaño del bloque. Mientras que un bloque pequeño proporciona una buena resolución temporal, al mismo tiempo deteriora la resolución en frecuencia y viceversa. Tradicionalmente, este fenómeno se conoce como efecto ventana.

Basándose en el concepto de expansión y serie, Dennis Gabor<sup>1</sup> un físico británico nacido en Hungría, sugirió expandir una señal en un conjunto de funciones Gaussianas moduladas en frecuencia. Puesto que la función Gaussiana está simultáneamente concentrada en los dominios de tiempo y frecuencia, las amplitudes en las expansiones describen el comportamiento de la señal en tiempo local y en frecuencia. La representación resultante se conoce con el nombre de expansión de Gabor. De hecho, la expansión de Gabor puede considerarse como la inversa de la STFT. Sin embargo, esta relación inversa no estaba clara en los tiempos de Gabor, y no fue bien comprendida hasta la década de los 80. Hoy día, tanto la teoría como la implementación de la expansión de Gabor y la STFT son lo suficientemente maduras como para ser aplicadas a la resolución de problemas reales.

A medida que el ACTF lineal se desarrollaba, el ACTF cuadrático (espectro dependiente del tiempo) atrajo gran atención. El espectro dependiente del tiempo más simple es el cuadrado de la STFT, que recibió el nombre de espectrograma STFT. Como mencionamos antes, el espectrograma STFT sufre el efecto ventana.

Un método más elegante es la Distribución de Wigner-Ville (WVD), que fue originalmente desarrollada en el contexto de la mecánica cuántica por el físico norteamericano de origen húngaro Eugene P. Wigner.<sup>2</sup> La WVD tiene alta resolución, así como muchas otras propiedades útiles para el análisis de señales, pero sufre

<sup>1</sup> En 1970, Gabor (1900-1979) fue condecorado con el Premio Nobel de Física por sus descubrimientos de los principios subyacentes a la ciencia de la holografía.

<sup>2</sup> La aplicación pionera de Wigner de la teoría de grupos a los núcleos atómicos estableció un método para el descubrimiento y aplicación de los principios de simetría al comportamiento de los fenómenos físicos. En 1963, fue condecorado con el Premio Nobel de Física.

interferencia de términos cruzados. Para reducir la interferencia de términos cruzados, podemos usar dos algoritmos: los de la *clase de Cohen* y el *espectrograma de Gabor*.

Al contrario que el método lineal ACTF, el método cuadráticos ACTF no es único, se puede considerar que contiene los siguientes algoritmos:

- espectrograma adaptado.
- clase de Cohen
  - Distribución de Choi-Williams.
  - Distribución cónica.
  - Espectrograma STFT.
  - Distribución de Wigner-Ville
- Espectrograma Gabor.

## INSTRUMENTO VIRTUAL PARA EL ACFT

Como hemos visto, una de las motivaciones primarias del ACTF es descubrir cómo el espectro de una señal cambia en el tiempo. Mientras que los algoritmos clásicos tales como el cuadrado de la transformada de Fourier indican solamente el promedio del espectro de una señal, los algoritmos ACTF nos permiten examinar el espectro instantáneo. En consecuencia, obtenemos una mayor comprensión de la naturaleza de la señal que nos interesa.

Hemos utilizado el software de LabView, diseñado por National Instruments, para crear instrumentos virtuales (IV), capaces de muestrear señales analógicas y procesar la secuencia de datos. Utiliza la programación orientada a objeto: de forma que, subrutinas muy complejas o algoritmos completos pueden almacenarse sintéticamente en 'iconos' (o sub-VIs), que pueden ser interconectados con otros en un VI 'principal', por medio de simples 'cableados' entre iconos en el 'diagrama del instrumento'. Las magnitudes de entrada ('controles') y salida ('indicadores'), incluyendo representaciones gráficas y tablas, se muestran en el 'panel frontal del instrumento'.

El IV que hemos utilizado proporciona la posibilidad de funcionamiento 'online' y 'offline' del analizador ACFT de señales. Utilizando estos analizadores, pueden realizarse análisis sofisticados de espectros dependientes del tiempo. Como cada algoritmo tiene sus ventajas y desventajas, se puede seleccionar un algoritmo basándonos en la aplicación. El más simple y rápido es el espectrograma STFT, por tanto es el más adecuado para un análisis online. Si el contenido de una señal cambia muy rápidamente, tendríamos que considerar otro de los algoritmos estudiados. Para verificar dicho algoritmo es conveniente el estudio previo con el analizador offline.

El analizador offline permite, entre otras, las siguientes operaciones:

- Lectura de los datos, almacenados en ficheros de tipo texto unidimensionales.
- Grabación de los datos mostrados, referentes a formas de ondas temporales, espectros y espectrogramas, en ficheros tipo texto.
- Conmutación entre dos formas de visualización: espectros convencionales e instantáneos.
- Filtrado de los datos de entrada para eliminar la componente DC y potenciar las de alta frecuencia.
- Selección del algoritmo ACTF.

En las secciones siguientes se describen los algoritmos usados en el análisis conjunto tiempo-frecuencia utilizando un analizador offline. Los algoritmos implementados se clasifican dentro de dos categorías: lineales y cuadráticos. Para una información más detallada sobre alguno de estos algoritmos se puede consultar las referencias [1-12].

### 1. Representación de algoritmos lineales ACTF

#### 1.1. Expansión de Gabor y STFT

La expansión de Gabor representa una señal  $s[i]$  como superposición de funciones generadas por la modulación en frecuencia y la traslación temporal de una función  $h[i]$ :

$$s[i] = \sum_m \sum_{n=0}^{N-1} C_{m,n} h[i - m\Delta M] e^{j2\pi ni/N} \quad (1)$$

donde los coeficientes de Gabor  $C_{m,n}$  se calculan usando la STFT:

$$C_{m,n} = STFT[m\Delta M, n] = \sum_{i=0} s[i] \gamma^* [i - m\Delta M] e^{-j2\pi ni/N}$$

siendo  $N$  el número de particiones de eje de frecuencia, y  $\Delta M$  el intervalo temporal de muestreo. Puede usarse cualquier función como  $\gamma[i]$ , con tal de que su función dual  $h[i]$  exista. Para lograr la reconstrucción perfecta, el cociente de muestreo  $N/\Delta M$  debe ser mayor o igual que uno. Para una función  $h[i]$  (o  $\gamma[i]$ ) dada, podemos usar el Fast Dual VI para calcular la función dual correspondiente.

Si la STFT no se usa para calcular los coeficientes de Gabor  $C_{m,n}$ , no hay restricciones para  $\gamma[i]$  ni para el cociente  $N/\Delta M$ .

### 1.2. Representación adaptada y Transformada adaptada

En la expansión de Gabor, las funciones elementales  $h[i - m\Delta M] e^{j2\pi ni/N}$  son versiones moduladas en frecuencia y trasladadas en tiempo de una única función prototipo  $h[i]$  (ecuación 1). La representación adaptada se desarrolló a fin de mejorar al análisis de la señal  $s[i]$ , representada ahora como superposición de funciones Gaussianas moduladas tipo *chirp*:

$$s[i] = \sum_{k=0}^{D-1} A_k h_k [i] \quad (2)$$

donde la función Gaussiana modulada tipo *chirp*  $h_k[i]$  se define como:

$$h_k [i] = (\alpha_k \pi)^{-0.25} \exp \left\{ -\frac{[i - i_k]^2}{2\alpha_k} + j \left( 2\pi f_k [i - i_k] + \frac{\beta_k}{2} [i - i_k]^2 \right) \right\}$$

y que presenta los cuatro parámetros  $(\alpha_k, i_k, f_k, \beta_k)$ . Por lo tanto, la representación adaptada es más flexible que las funciones elementales usadas en la expansión de Gabor.

El parámetro  $D$  en (2) denota el número total de funciones elementales usadas por  $h_k[i]$ .  $A_k$  es el peso de cada función individual  $h_k[i]$ , calculado por medio de la transformada adaptada.

## 2. Representación de algoritmos cuadráticos ACTF

### 2.1. Espectrograma STFT

El espectrograma basado en la STFT se define como el cuadrado de la STFT:

$$SP[m\Delta M, n] = \left| \sum_{i=0} s[i] \gamma [i - m\Delta M] e^{-j2\pi ni/N} \right|^2$$

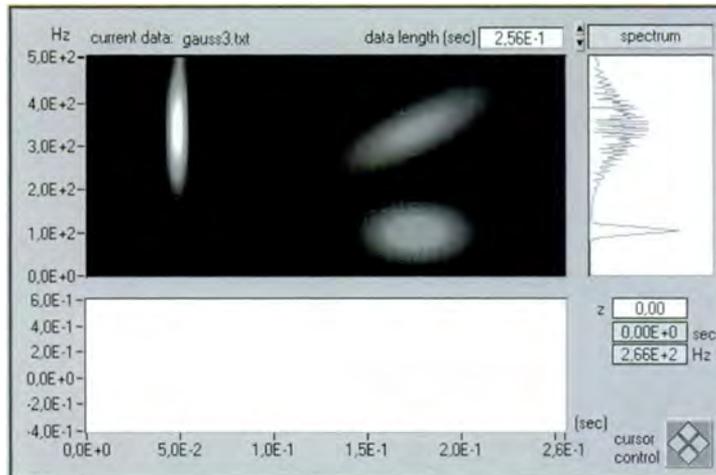
siendo  $N$  el número de particiones en el eje de frecuencia, y  $\Delta M$  el intervalo temporal de muestreo. El espectrograma basado en la STFT es simple y rápido pero sufre el efecto ventana.

Las figuras 6 y 7 ilustran el efecto ventana del espectrograma STFT. Con una ventana de banda estrecha (Figura 6), el espectro dependiente del tiempo tiene alta resolución en frecuencia pero baja resolución temporal. Con un ancho de banda mayor (Figura 7), el espectro dependiente del tiempo tiene una resolución en frecuencia pobre pero alta resolución temporal.

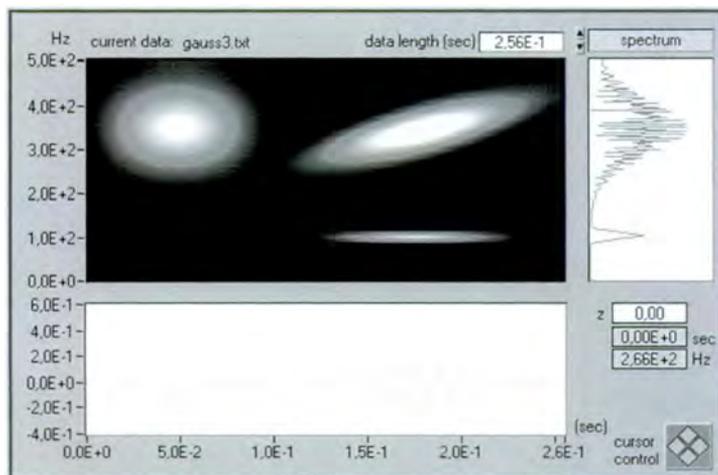
### 2.2. Distribución de Wigner-Ville y Pseudo Distribución de Wigner-Ville

Para una señal  $s[i]$ , la distribución de Wigner-Ville (WVD) es:

$$WVD[i, k] = \sum_{m=-L/2}^{L/2} R[i, m] e^{-j2\pi km \cdot L}$$



**Figura 6.** Espectrograma STFT con ventana Hanning estrecha.



**Figura 7.** Espectrograma STFT con ventana Hanning ancha.

donde la función  $R[i,m]$  es la correlación instantánea dada por [5-8]

$$R[i,m] = z[i + m] z^*[i - m],$$

siendo  $z[i]$  la forma analítica o interpolada de  $s[i]$ .

La distribución de Wigner-Ville es simple y rápida. Proporciona la mejor resolución tiempo-frecuencia de todos los algoritmos cuadráticos ACTF conocidos. Sin embargo, si la señal analizada contiene más de una componente, el método WVD sufre interferencia de términos cruzados.

La figura 8 muestra la WVD para una señal test de tres tonos. Los términos reales de la señal están centrados en (0.005 sec, 350 Hz), (0.18 sec, 100 Hz) y (0.18 sec, 350 Hz). Existen tres términos cruzados, etiquetados en la figura como 1, 2 y 3.

Los autotérminos en (0.005 sec, 350 Hz) y (0.18 sec, 350 Hz), que tienen diferentes centros temporales, son la causa de término de interferencia 1. Los autotérminos en (0.18 sec, 100 Hz) y (0.18 sec, 350 Hz), que tienen diferentes centros en frecuencia, son la causa del término cruzado 3. Los autotérminos en (0.005 sec, 350 Hz) y (0.18 sec, 100 Hz) crean el término cruzado 2. Los términos cruzados reflejan la correlación entre un par de autotérminos correspondientes, están siempre situados en mitad de los dos autotérminos correspondientes y oscila frecuentemente. Aunque puede ser muy grande en magnitud, su valor medio es normalmente pequeño.

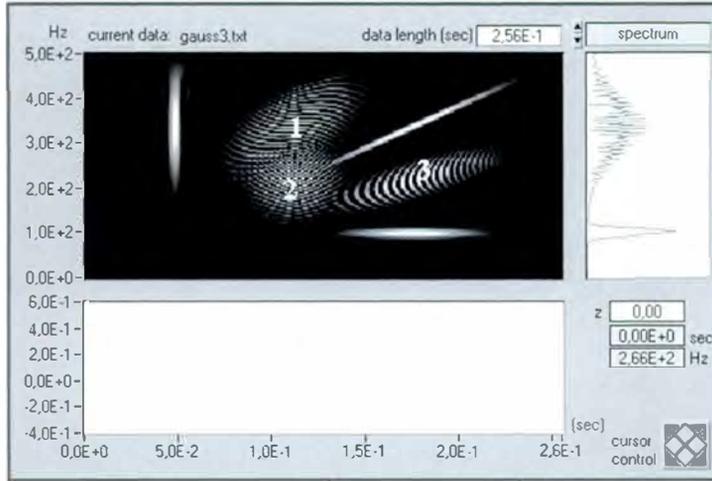


Figura 8. Distribución Wigner-Ville para la señal de tres tonos.

Para reducir el término de interferencia cruzado, podemos asignar diferentes pesos a la correlación instantánea  $R[i, k]$ , a fin de suprimir las partes menos importantes y resaltar las partes fundamentales.

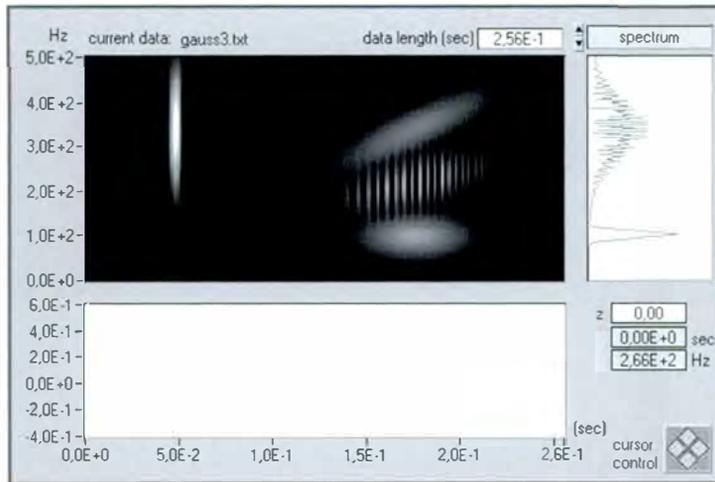


Figura 9. Distribución Pseudo Wigner-Ville (con ventana de Gauss) para la señal de tres tonos.

Tradicionalmente, existen dos métodos para aplicar las funciones peso a la correlación instantánea  $R[i, m]$ . El primero es en el dominio temporal:

$$PWVD[i, k] = \sum_{m=-L/2}^{L/2} w[m] R[i, m] e^{-j2\pi km/L}$$

que se conoce con el nombre de distribución Pseudo Wigner-Ville (PWVD). La PWVD suprime de forma efectiva los términos cruzados correspondientes a un par de autotérminos con diferentes centros temporales, tal como los términos cruzados 1 y 2 en la figura 8. La figura 9 ilustra la PWVD con una función ventana Gaussiana  $w[m]$ . Comparada con la PWVD en la figura 8, la PWVD elimina satisfactoriamente los términos cruzados 1 y 2.

En el segundo método, asignamos un peso a cada una de las correlaciones instantáneas  $R[i, m]$  en el dominio de frecuencia. Las funciones peso suprimen de forma efectiva los términos de interferencia correspondientes a un par de autotérminos con diferentes frecuencias, tales como los términos cruzados 2 y 3 en la figura 8.

### 2.3. El Espectrograma Gabor

Además de aplicar la distribución pseudo Wigner-Ville, podemos aplicar la expansión de Gabor para identificar el significado de cada término con la energía de la señal en el punto  $[i, k]$ . Podemos entonces conservar aquellos términos que tienen una contribución mayor en el punto  $[i, k]$  y eliminar aquellos términos que tienen una influencia despreciable en la energía de la señal. Ya que se trata de un espectrograma basado en la expansión de Gabor, el método resultante es un espectrograma Gabor. El espectrograma Gabor está definido por

$$GS_D[i, k] = \sum_{m-n \leq D} C_{m,n} C_{m,n}^* WVD_{h,h}[i, k]$$

donde  $WVD_{h,h}[i, k]$  denota la  $WVD$  de funciones Gaussianas moduladas en frecuencia. El orden del espectrograma de Gabor,  $D$ , controla el grado de suavidad de la función. Para  $D = 0$ ,  $GS_D[i, k]$  es no negativo y similar al espectrograma STFT. A medida que  $D$  tiende a infinito, el espectrograma de Gabor converge a la  $WVD$ .

A un orden más bajo el espectrograma tiene menos términos cruzados de interferencia, pero peor resolución. A un orden más alto, el espectrograma tiene mejor resolución pero más términos cruzados. Más aún, cuanto mayor sea el orden, mayor es el tiempo de cálculo. Para obtener los mejores resultados hay que tomar un valor del orden entre 3 y 5. El espectrograma de Gabor tiene mejor resolución que el espectrograma STFT y muchos menos términos de interferencia que las distribuciones cónica, Choi-Williams o Wigner-Ville.

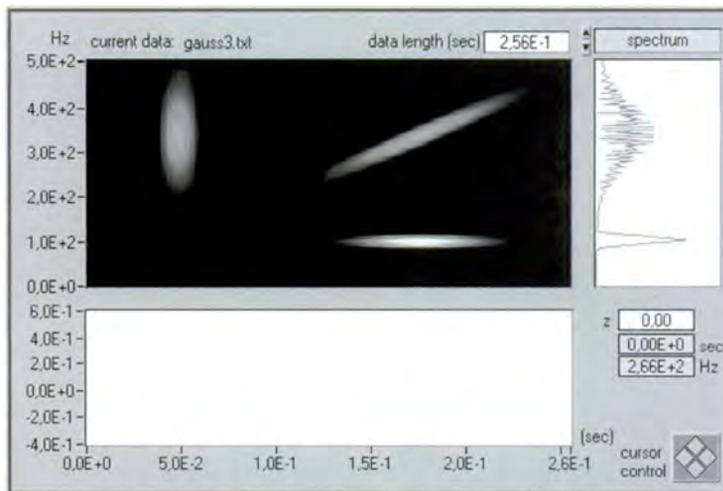


Figura 10. Espectrograma Gabor (orden 3) para la señal de tres tonos.

La figura 10 ilustra el espectrograma de Gabor de cuarto orden para una señal test de tres tonos. Presenta una alta resolución en tiempo y en frecuencia y no tiene los términos cruzados de interferencia que aparecen en las distribuciones cónica, Choi-Williams o Wigner-Ville. La rapidez de cálculo del espectrograma de Gabor de cuarto orden es más lento que el espectrograma STFT y que la  $WVD$ , pero más rápido que la  $CWD$  o la distribución cónica.

#### Resumen de los algoritmos

Finalmente, podemos establecer las principales diferencias entre algoritmos lineales y cuadráticos:

##### Lineales:

- Utilizan transformadas *invertibles* (reconstruyen la señal original a partir de los coeficientes de la transformada).
- Son simples en su formulación e implementación.
- Son adecuados en muchas aplicaciones.

- Presentan una resolución contradictoria en tiempo-frecuencia.

**Cuadráticos:**

- Describen la distribución energética de la señal en el dominio conjunto tiempo-frecuencia.
- Tienen una mejor resolución tiempo-frecuencia.
- Presentan, en general, términos cruzados que enmascaran los autotérminos

Respecto a los cuadráticos, presentamos en la tabla I un resumen de los mismos, con sus ventajas e inconvenientes. Debe seleccionarse el más adecuado a la aplicación. Generalmente, ninguno es superior a los demás en todas las aplicaciones.

Como ayuda, se recomienda utilizar un procedimiento de selección, válido en el análisis de señales, que contenga inicialmente los siguientes pasos:

1. Comenzar con la STFT, utilizando una ventana ancha (buena resolución en frecuencia, mala en tiempo), media o estrecha (mala resolución en frecuencia, buena en tiempo).
2. ¿Resultado aceptable? Si, utilizar la STFT. No, continuar con 3.
3. Espectrograma Gabor. Seleccionar la ventana de acuerdo con 1. Empezar con un orden bajo.
4. Aumentar el orden (tiende a WVD) hasta que se note la interferencia de los términos cruzados (un orden entre 3-5 es adecuado en la mayoría de las aplicaciones).
5. Examinar los detalles de interés, reducir el tamaño del bloque de datos e incrementar la resolución en frecuencia.

**Tabla I.** Algoritmos cuadráticos del ACTF.

| Método                 | Resolución y términos cruzados   | Velocidad |
|------------------------|--|-----------|
| Espectrograma adaptado | Resolución muy alta con señales tipo 'chirp lineal'<br>No existen términos cruzados<br>No negativo | Lenta     |
| CWD                    | Menos términos cruzados que el PWVD  | Muy lenta |
| Distribución cónica    | Menos interferencia de términos cruzados que el PWVD o CWD   | Lenta     |
| Espectrograma de Gabor | Buena resolución<br>Robustez<br>Mínima cantidad de términos cruzados                               | Moderada  |
| PWVD                   | Resolución extrema con varios tipos de señales<br>Importante cantidad de términos cruzados         | Rápida    |
| Espectrograma STFT     | Pobre resolución<br>Robustez<br>No negativo  | Rápida    |

## ÍNDICES DE CALIDAD DE LA SEÑAL

Las técnicas de análisis de la señal, estudiadas anteriormente, son directamente aplicables a la detección de la calidad de las señales de tensión e intensidad, existentes en los sistemas eléctricos. Dado su interés en Ingeniería Eléctrica y para describir futuros desarrollos basados en estas técnicas, incluimos a continuación la definición de un factor de calidad en sistemas trifásicos, *FC*, concebido para señales periódicas y un índice de distorsión armónica en sistemas monofásicos, *STHD*, válido para señales aperiódicas.

### 1. Factor de calidad en sistemas trifásicos

Como es bien sabido, las aplicaciones no lineales en gran escala y los semiconductores de alta potencia en sistemas mono y trifásicos generan gran cantidad de armónicos, que afectan a todos los equipos conectados a la red de distribución y también penetran en el sistema de generación. La consecuencia inmediata es una

disminución del factor de potencia con el consiguiente aumento de las pérdidas en el sistema de transporte, así como una disminución de la “intensidad disponible” para otros usuarios, ya que ésta se encuentra limitada por la sección de los conductores del sistema de distribución.

En los sistemas trifásicos, las condiciones de funcionamiento se complican no solo por el aumento de los armónicos, sino también por los desequilibrios de la carga y la presencia de asimetrías entre fases. Es conocido el efecto de sobrecarga que se produce en el neutro de un sistema de cuatro hilos, ante la presencia de armónicos de orden tres, y sus múltiplos.

Ante la situación de deterioro continuo de las señales y del sistema eléctrico en su conjunto, es importante revisar algunos conceptos teóricos de la Teoría de Potencia, generar nuevas técnicas de medida, y definir nuevas normas y factores que indiquen situaciones de normalidad o deterioro en el proceso de suministro energético. El objetivo final que se persigue es regular las relaciones económicas entre las compañías productoras y los consumidores de energía eléctrica.

Sin embargo, en la actualidad, no existe un criterio unánime para definir un *índice de calidad de la señal de la red eléctrica* (Electric Power Quality, EPQ) [13], ni la del sistema eléctrico. Dicho criterio debería basarse en un conjunto de propiedades deseables en un sistema ideal, convenientemente cuantificadas, de forma que permitieran determinar el grado de bondad del sistema. En [14] se propone la definición de un factor, basado en el THD y en el factor de desplazamiento para medir la EPQ en sistemas de una sola fase o equivalentes. En [15], se proponen distintos criterios para definir la EPQ en sistemas polifásicos.

En general, los parámetros elegidos cumplen la ley de conservación de la energía, son promediados en intervalos de tiempo (adecuadamente definidos) y se limitan a un conjunto de seis componentes por cada elemento del sistema de potencia (en sistemas trifásicos: potencias activa y reactiva de las componentes fundamentales de secuencia directa; de las componentes fundamentales de las secuencias inversa y cero; y de las componentes de distorsión restantes). No se justifica que este conjunto sea completo ni se define un índice de calidad global del sistema.

En cuanto a selección de magnitudes eléctricas para definir aspectos relevantes de eficiencia y calidad del sistema, algunas han sido casi unánimemente aceptadas en los sistemas monofásicos, como son la potencia aparente y el factor de potencia. En cambio, en los sistemas trifásicos existen fuertes discrepancias, en su formulación y significado físico [16-17], ya que su elección tiene una gran incidencia en la facturación de la energía [17]. Dada la importancia del tema, el Instituto de Ingeniería Eléctrica y Electrónica (IEEE) nombró un grupo de trabajo para la propuesta de un conjunto de definiciones de magnitudes eléctricas en regímenes trifásicos no senoidales y cargas no equilibradas. Se buscó un consenso en beneficio de la comunidad científica y las partes involucradas en el sector eléctrico, en particular de los fabricantes de la instrumentación relativa a la medida de magnitudes eléctricas. Los resultados del trabajo se difundieron ampliamente [18] y en su mayoría las definiciones propuestas han sido aceptadas. Sin embargo, las formulaciones correspondientes a medidas del grado de polución armónica, grado de desequilibrio y factores de potencia, no se pueden generalizar, al caso particular y frecuente, de sistemas trifásicos de cuatro conductores. Con dichas formulaciones, en el caso de cargas asimétricas y/o tensiones de alimentación desequilibradas, los resultados obtenidos pueden presentar errores importantes [19].

En las secciones siguientes presentamos en régimen periódico la definición de las magnitudes mencionadas: grado de polución armónica, grado de desequilibrio y factor de potencia, para conocer el estado de la red trifásica en un punto de acoplo común. Para ello, hemos definido un parámetro que denominamos *factor de calidad del servicio (FC)*, con rango de variación entre 0 y 1, que interpreta el grado de *calidad del sistema* en ese punto. En *FC* están contenidos los índices: *factor de pureza armónica (THDS)*, *factor de desequilibrio (FD)*, y *factor de desplazamiento (dFP)*, que definiremos en el siguiente apartado.

### 1.1. Magnitudes instantáneas en sistemas trifásicos

Consideraremos un conjunto de señales instantáneas:  $\{u_R(t), u_S(t), u_T(t), i_R(t), i_S(t), i_T(t)\}$ , siendo las tres primeras las tensiones trifásicas fase-neutro (o fase-masa) y las tres últimas las intensidades trifásicas de la línea. En el caso de un sistema trifásico de tres conductores, pueden considerarse el conjunto de funciones de tensión  $\{u_R(t) - u_S(t), u_S(t) - u_T(t), u_T(t) - u_R(t)\}$ , medidas entre líneas de fase, que denominaremos respectivamente  $u_{RS}(t), u_{ST}(t), u_{TR}(t)$ .

Es habitual [20-22] agrupar las funciones de los conjuntos anteriores en forma matricial,

$$\mathbf{u} = [u_R \quad u_S \quad u_T]^T, \quad \mathbf{i} = [i_R \quad i_S \quad i_T]^T$$

$$\mathbf{u}_p = [u_{RS} \quad u_{ST} \quad u_{TR}]^T \quad (3)$$

donde  $[\ ]^T$  denota traspuesta, habiéndose prescindido de la variable  $t$  por comodidad. En los sistemas trifásicos, estas formas matriciales se asocian a vectores espaciales  $u$ ,  $i$ , siendo  $u_p$  un vector perpendicular al  $u$  [22]. El conjunto de magnitudes instantáneas contenidas en (3), permite obtener toda la información referente a la transferencia instantánea de potencia y energía electromagnética en el punto de consumo. Así, se define la potencia instantánea

$$p = \mathbf{u}^T \mathbf{i} = u_R i_R + u_S i_S + u_T i_T,$$

la norma (al cuadrado) instantánea de los vectores de tensión e intensidad,

$$u^2 = \mathbf{u}^T \mathbf{u} = u_R u_R + u_S u_S + u_T u_T$$

$$i^2 = \mathbf{i}^T \mathbf{i} = i_R i_R + i_S i_S + i_T i_T$$

la potencia aparente instantánea,

$$s = u i,$$

y el factor de potencia instantáneo [20],

$$\gamma = \frac{p}{s}$$

## 1.2. Índices de calidad en un sistema trifásico en condiciones periódicas

En condiciones estacionarias y periódicas, las magnitudes instantáneas (expresadas en minúsculas) definidas en los sistemas polifásicos se asocian a sus correspondientes valores medio de la norma instantánea (expresados en mayúsculas). Así,  $U$  es el valor medio de la norma instantánea,  $u$ , del vector de tensión,  $u$ , correspondiente al período fundamental  $T$ ,

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_T u^2 dt} \approx \sqrt{\sum_{k=0}^M U_k^2}.$$

siendo  $U_k$  el valor eficaz del armónico de orden  $k$  y  $M$  el mayor orden considerado.

Los sistemas trifásicos, en particular, pueden analizarse utilizando las definiciones de *potencia aparente equivalente*, y sus componentes, según la definición que cuenta con más apoyo en la actualidad [18-19]:

$$S_e = 3U_e I_e$$

donde se definen los valores eficaces de las tensiones e intensidades equivalentes del sistema trifásico de cuatro conductores,

$$U_e^2 = 1/3(U_R^2 + U_S^2 + U_T^2) \quad , \quad I_e^2 = 1/3(I_R^2 + I_S^2 + I_T^2 + I_O^2)$$

donde  $I_0$  representa el valor *rms* de la intensidad en el conductor neutro. Para el caso de sistema trifásico de tres conductores,

$$U_e^2 = 1/9(U_{RS}^2 + U_{ST}^2 + U_{TR}^2) \quad , \quad I_e^2 = 1/3(I_R^2 + I_S^2 + I_T^2)$$

siendo  $U_{RS}^2, U_{ST}^2, U_{TR}^2$  valores *rms*, al cuadrado, de las tensiones entre líneas de fase.

De acuerdo con un análisis comúnmente aceptado [18], los valores equivalentes de tensión e intensidad pueden separarse en dos componentes:

$$U_e^2 = U_{eI}^2 + U_{eN}^2 \quad , \quad I_e^2 = I_{eI}^2 + I_{eN}^2$$

donde los subíndices  $I$  y  $N$  indican componentes *rms* fundamental y no fundamental, respectivamente, siendo:

$$\begin{aligned} U_{eI}^2 &= 1/3(U_{RI}^2 + U_{SI}^2 + U_{TI}^2); \\ I_{eI}^2 &= 1/3(I_{RI}^2 + I_{SI}^2 + I_{TI}^2 + I_{OI}^2) \\ U_{eN}^2 &= 1/3 \sum_{n \neq 1} U_{Rn}^2 + U_{Sn}^2 + U_{Tn}^2; \\ I_{eN}^2 &= 1/3 \sum_{n \neq 1} I_{Rn}^2 + I_{Sn}^2 + I_{Tn}^2 + I_{On}^2 \end{aligned}$$

Según este criterio, la potencia aparente equivalente conviene descomponerla en un término fundamental,  $S_{eI}$ , y el complementario,  $S_{eN}$ ,

$$S_e^2 = S_{eI}^2 + S_{eN}^2 \quad (4)$$

A su vez, la potencia aparente fundamental se descompone en el término de potencia aparente fundamental de secuencia positiva,  $S_I^+$ , y su complementario,  $S_{ul}$ , denominado potencia aparente fundamental asimétrica,

$$S_{eI}^2 = (S_I^+)^2 + S_{ul}^2 \quad (5)$$

siendo

$$S_I^+ = 3 U_I^+ I_I^+$$

y  $U_I^+, I_I^+$  los valores *rms* de las tensiones e intensidades fundamentales de secuencia positiva [22].

El factor de contaminación armónica del sistema trifásico, función de los factores de distorsión armónica total de las señales de tensión e intensidad<sup>3</sup>,  $UTHD$  e  $ITHD$ , se puede definir a partir de la expresión (4),

$$THDS = S_{eN}/S_{eI} \quad (6)$$

el factor de contaminación por desequilibrio entre las señales de fase se puede definir a partir de la expresión (5),

$$FD = S_{ul}/S_{eI} \quad (7)$$

<sup>3</sup> Se demuestra en [7] que  $(S_{eN}/S_{eI})^2 = (ITHD)^2 + (UTHD)^2 + (ITHD_c UTHD_c)^2$ , siendo  $ITHD_c$  y  $UTHD_c$  los factores de distorsión armónica total, equivalentes, del sistema trifásico.

y el factor de desplazamiento de la componente de secuencia positiva, a la frecuencia fundamental<sup>4</sup>, que se define como el cociente entre la potencia activa fundamental de secuencia positiva,  $P_1^+ = 3U_1^+ I_1^+ \cos\varphi_1^+$ , y la potencia aparente fundamental de secuencia positiva.

$$dFP = P_1^+ / S_1^+ = \cos\varphi_1^+ \quad (8)$$

El factor de desplazamiento permite calcular la impedancia necesaria, por ejemplo la del banco de condensadores, para compensar el factor de potencia y obtener así la disminución de pérdidas energéticas en la línea de distribución y una alta utilización de los equipos de generación y distribución.

Finalmente, teniendo en cuenta (6)-(8), definimos el factor de calidad del servicio, como la suma ponderada de los niveles de pureza armónica, de equilibrio y desfase  $U-I$ :

$$FC = k_1(1-THDS) + k_2(1-FD) + k_3 dFP \quad (9)$$

siendo  $k_1, k_2, k_3$  constantes arbitrarias tales que:  $k_1+k_2+k_3=1$ .

### 1.3. Sistema equilibrado con tensiones e intensidades sinusoidales

Si las señales de tensión e intensidad tienen un contenido nulo de armónicos podemos expresar:

$$\mathbf{u} \equiv \mathbf{u}_1 = \sqrt{2} \Im \{ \mathbf{U} \exp(j\omega t) \}$$

$$\mathbf{i} \equiv \mathbf{i}_1 = \sqrt{2} \Im \{ \mathbf{I} \exp(j\omega t) \}$$

donde  $\Im$  significa parte imaginaria,  $\omega = 2\pi f$ , siendo  $f$  la frecuencia fundamental de la señal de red,  $\mathbf{U} \equiv \mathbf{U}^+$  el vector que contiene los fasores de tensión en secuencia positiva R-S-T,

$$\mathbf{U}^+ = \begin{bmatrix} \bar{U}_R \\ \bar{U}_S \\ \bar{U}_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U \exp(j\alpha) \\ U \exp(j\alpha - j\frac{2\pi}{3}) \\ U \exp(j\alpha + j\frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} = \bar{U} [1 \quad h^2 \quad h]^T$$

$\bar{U} = U \exp(j\alpha)$ ,  $h = \exp(j2\pi/3)$ ,  $\alpha$  el ángulo de fase, indicando  $[1 \quad h^2 \quad h]^T$  la matriz de secuencia positiva. En esta situación, la norma instantánea verifica,

$$u^2 = u_R^2 + u_S^2 + u_T^2 = 3U^2$$

En estas condiciones es fácil demostrar los siguientes resultados:

$$S_c = S_{c1} = S_1^+ = 3UI; \quad THDS = 0, FD = 0, dFP = \cos\varphi_1^+; \quad FC = k_1 + k_2 + k_3 dFP.$$

$FC$  alcanza el valor máximo si las señales de tensión e intensidad de secuencia positiva están en fase, esto es, la carga equivalente es puramente resistiva ( $\cos\varphi_1^+ = 1$ ).

<sup>4</sup> En adelante factor de desplazamiento:  $dFP$ .

## 2. Índice de distorsión armónica en régimen aperiódico

La mayoría de los índices de calidad del sistema eléctrico están definidos para sistemas con señales de tensión e intensidad periódicas desarrollables en series de Fourier. Desgraciadamente, muchas de las cargas industriales no conducen intensidades periódicas. Por ejemplo, los hornos de arco eléctricos de CA tienen intensidades con forma de onda irregular que son aperiódicas y no desarrollables en serie de Fourier; pueden no tener incluso un espectro estacionario. Índices tales como el THD no están definidos para tales intensidades de carga. Otros ejemplos de intensidades de carga problemática son las correspondientes a soldadoras de arco, laminadoras, y ciertos controladores de velocidad bajo esquemas especiales de control.

Existen otros ejemplos en los que la intensidad de carga es aperiódica: la carga puede ser variable, bajo control puede producirse cambios en la intensidad, o puede estar respondiendo a variaciones aperiódicas de la tensión de alimentación. Debido a que pocos procesos son verdaderamente estáticos, las variaciones y aperiodicidad de la intensidad de carga son los casos más corrientes. Una práctica común en ingeniería es expresar los índices de calidad en función de los armónicos que son, a su vez, función del tiempo; esto es cuestionable técnicamente, ya que el desarrollo de Fourier está solamente definido para señales periódicas y el concepto de 'armónicos variables en el tiempo' puede no tener todas las propiedades del armónico definido en la serie de Fourier. Se tiende a extender las definiciones de los índices de calidad más comunes cumpliendo las condiciones de aperiodicidad.

La tabla II muestra algunos de los índices existentes que son aplicables a señales de tensión e intensidad aperiódicas.

**Tabla II.** Índices de calidad aplicables a tensiones e intensidades aperiódicas.

| Índice           | Definición   | Aplicaciones   |
|------------------|--|--|
| Valor de pico    | Valor máximo positivo o mínimo negativo  | Valoración de estrés de dieléctricos y de componentes electrónicos de potencia   |
| Factor de cresta | Valor de pico dividido por (valor RMS $\cdot \sqrt{2}$ )   | Valoración de estrés de dieléctricos y de componentes electrónicos de potencia   |
| P                | $\lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{\int_0^{\tau} p(t) dt}{\tau}$  | Cálculo del valor medio del flujo energético en un intervalo de tiempo infinito  |
| RMS              | $\lim_{\tau \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\int_0^{\tau} x(t)^2 dt}{\tau}}$                               | Cálculo de amplitud total de señales periódicas y algunas aperiódicas  |
| FP               | Valor promedio de potencia instantánea dividido por el producto de los valores RMS de tensión e intensidad | Medida del grado de utilización de la capacidad de la fuente de potencia. Aplicable en facturación del consumo eléctrico. El valor promedio de la potencia y los valores RMS de tensión e intensidad deben ser calculables |

### 2.1. Índice de distorsión basado en la STFT

En ésta sección tratamos de mostrar las dificultades que entraña especificar la distorsión en la señal provocada por un transitorio o una perturbación de corta duración. Un nuevo índice de distorsión puede definirse basándonos en los conceptos de la STFT.

Dado un índice de la señal de entrada, puede definirse un índice de distorsión armónica de corta duración (STHD). La inicial S hace referencia a la técnica empleada de intervalos cortos de tiempo (Short Time) de la transformada de Fourier (STFT). El índice STHD se define para cada ventana en la que se calcula la STFT,

$$STHD_{k\Delta t} = \frac{\sqrt{\sum_{i \neq 1}^{N_f} STFT_i^2}}{STFT_1} \quad k = 1, \dots, N_t$$

donde  $N_f$  es el número de intervalos de frecuencia,  $\Delta f$ , en los que se calcula la STFT, y  $N_t$  el número de intervalos,  $\Delta t$ , del margen de tiempo en que se observa la señal.

A partir de la expresión anterior, podemos definir un índice global, promedio de los índices  $STHD_{k\Delta t}$  en el margen de tiempo  $T = kN_t$ ,

$$STHD_T = \frac{\sum_k STHD_{k\Delta t}}{N_t}$$

La figura 11 y la tabla III muestran el significado de los cálculos y los referentes a una señal representada por la función aperiódica:  $x(t) = \cos(2 \pi f_o t) + 0.2 \cos(2 \pi 9 \sqrt{2} f_o t)$ . En la tabla III algunas filas se han suprimido.

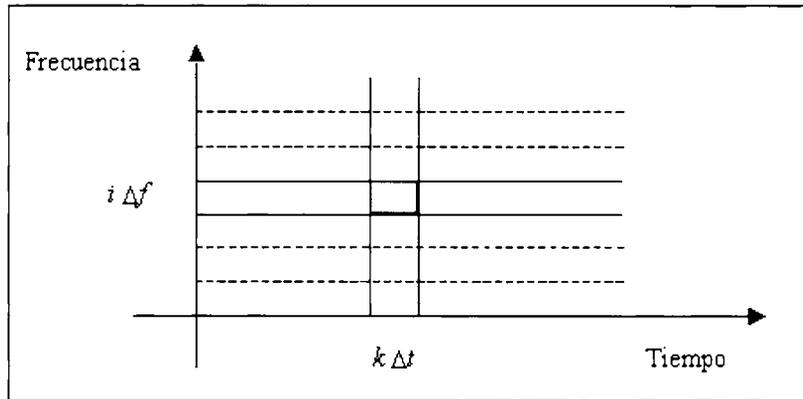


Figura 11. Cálculo multiresolución de STFT.

Tabla III. STFT de una señal aperiódica.

| $\Delta f$ (Hz) | $k=1$  | $k=2$  | $k=3$  | $k=4$  | $k=5$  | $k=6$  |
|-----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0               | 0.023  | 0.827  | 0.665  | 0.250  | 0.239  | 0.912  |
| $f_o$           | 83.320 | 84.130 | 83.967 | 83.047 | 83.538 | 84.216 |
| $2f_o$          | 0.184  | 0.664  | 0.503  | 0.443  | 0.113  | 0.750  |
| $19f_o$         | 0.522  | 0.252  | 0.385  | 0.471  | 0.518  | 0.098  |
| $20f_o$         | 0.494  | 0.235  | 0.363  | 0.446  | 0.490  | 0.082  |
| $STHD_k$        | 0.201  | 0.197  | 0.198  | 0.201  | 0.201  | 0.196  |

Siguiendo esta misma línea, es posible definir un índice de calidad aplicable a sistemas polifásicos y regímenes aperiódicos, incluyendo magnitudes equivalentes a las definidas en la ecuación 9.

## REFERENCIAS

- [1] Choi, H. and W. J. Williams, *Improved time-frequency representation of multicomponent signals using exponential kernels*, IEEE Trans, Acoustics, Speech, Signal Processing Vol. 37.6, 1989, pp. 862-871.
- [2] Cohen, L, *Generalized phase-space distribution functions*, J. Math. Phys. 7, 1966, pp. 781-806
- [3] Cohen, L, *Time-frequency distribution: A review*, Proc. IEEE vol. 77.7, 1989, pp. 941-981.
- [4] Cohen, L, *Time-frequency analysis*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall. 1995.
- [5] Qian, S. and J. M. Morris, *Wigner distribution decomposition and crossterm deleted representation*, Signal processing vol.25. 2 (May) 1992, pp. 125-144.
- [6] Qian, S. and D. Chen, *Discrete Gabor transform*, IEEE Trans. Signal Processing, vol. 41.7, 1993, pp. 2429-2439.
- [7] Qian, S. and D. Chen, *Decomposition of the Wigner- Ville distribution and time-frequency distribution series*, IEEE Trans. Signal Processing vol. 42.10, 1994, pp. 2836-2841.
- [8] Qian, S. and D. Chen, *Joint time-frequency analysis*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall. 1996
- [9] Wexler, J. And S. Raz, *Discrete Gabor expansions*, Signal Processing vol. 21.3, Nov. 1990, pp. 207-221.
- [10] Yin, Q., Z. Ni, S. Qian, and D. Chen, *Adaptive oriented orthogonal projective decomposition*, Journal of Electronics, vol. 25.4, 1997, pp. 52-58.
- [11] Xia, X, G. and S. Qian, *An interactive algorithm for time-varying filtering in the discrete Gabor transform domain*, IEEE Trans. Circuit and Systems.
- [12] Zhao, Y., L. E. Atlas, and R. J. Marks.. *The use of cone-shaped kernels for generalized time-frequency representations of nonstationary signals*, IEEE Trans. Acoustics, Speech, Signal Proc., vol. 38.7,1990, pp. 1084-1091.
- [13] A. Domijan et al., *Directions of Research on Electric Power Quality*, IEEE Trans. on Power Del., Vol. 8, Nº 1, 1993, pp. 429-435 .
- [14] D. Sharon, *Power factor definitions and Power Transfer Quality in Nonsinusoidal Situations*, IEEE Trans. Instrum. Meas., Vol. 45, Nº 3, 1996, pp. 728-733.
- [15] A. Tuglea, *Criteria for the Definition of the Electric Power Quality and its Measurement System*, ETEP, Vol. 6, Nº 5, 1996, pp. 357-363.
- [16] L. S. Czarnecki, *Orthogonal Decomposition of the Currents in a 3-Phase Nonlinear Asymmetrical Circuit with a Nonsinusoidal Voltage Source*, IEEE Trans. Instrum. Meas., Vol. 37, No. 1, 1988, pp. 30-34.
- [17] H. Akagi, Y. Kanazawa, and A. Nabae, *Instantaneous Reactive Power Compensators Comprising Switching Devices Without Energy Storage Components*, IEEE Trans. Ind. Appl., vol. IA-20, No.3, 1984, pp. 625-631.
- [18] A.E. Emanuel, *On the definition of power factor and apparent power in unbalanced polyphase circuits with sinusoidal voltage and currents*, IEEE Trans. on Power Deliv., Vol.8, No.3, 1963, pp. 841-847.
- [19] IEEE Working Group on Nonsinusoidal Situations: Effects on Meter Performance and Definitions of Power, *Practical Definitions for Powers in Systems with Nonsinusoidal Waveforms and Unbalanced Loads: A Discussion*, IEEE Trans. Power Delivery, Vol. 11, No. 1, 1996, pp. 73-101.
- [20] L.I. Eguiluz, M. Mañana and P.M Lara, *Revisión crítica de las definiciones de potencia en redes trifásicas. Nueva propuesta que refleja el rendimiento en el transporte*, Actas 6ª Jornadas de Engenharia Electrotécnica Luso-Espanhola, Lisboa (Portugal), Vol. 3, 1999, pp. 385-390.
- [21] E. H. Watanabe, R. M. Stephan and M. Aredes, *New concepts of instantaneous active and reactive powers in electrical systems with generic loads*, IEEE Trans. Power Delivery, Vol. 8, No. 2, 1993, pp. 697-703.
- [22] F.Z. Peng y J.-S. Lai, *Generalized Instantaneous Reactive Power Theory for Three-Phase Power Systems*, IEEE Trans. Instrum. Meas, Vol. IM-45, No. 1, 1996, pp. 293-297.
- [23] P. Salmerón y J.C. Montaño, *Instantaneous power components in polyphase systems under nonsinusoidal conditions*, IEE Proc.-Sci. Meas. Technol., Vol. 143, No. 2, 1996, pp. 151-155.
- [24] G. C. Paap, *Symmetrical Components in the Time Domain and Their Application to Power Network Calculations*, IEEE Trans. Power Sys., Vol. 15, No. 2, 2000, pp. 522-528.

## **ANÁLISIS DE PERTURBACIONES Y MEDIDA DE MAGNITUDES ELÉCTRICAS MEDIANTE LA TRANSFORMADA WAVELET**

*Juan Carlos Montaña Asquerino*

Laboratorio de Electrónica. Instituto de Recursos Naturales de Sevilla.  
Consejo Superior de Investigaciones Científicas.

*La presencia de transitorios, y en general distintos tipos de perturbaciones presentes en las señales de tensión y/o intensidad han incrementado el interés por la calidad del servicio. Tradicionalmente, estas incidencias se han analizado transformando el dominio temporal en frecuencial utilizando técnicas de transformadas (Fourier, Laplace o Z), técnicas de análisis de circuitos (EMTP/ATP) o simplemente resolviendo la ecuación diferencial que define el comportamiento del circuito. En este sentido, se han desarrollado métodos basados en la Transformada rápida de Fourier (FFT) para la medida de la calidad y la detección de las perturbaciones asociadas a la señal eléctrica [1-2]. Estos métodos son muy familiares a todos los ingenieros y físicos interesados en el análisis de la Teoría de Potencia en situaciones de distorsión de las formas de onda de tensión y/o intensidad. Sin embargo, hay que reconocer que tienen serias limitaciones entre las que caben destacar la periodicidad de la señal, y la necesidad de procesar una gran cantidad de datos, con lo que el proceso puede ser excesivamente lento y costoso.*

### **ANÁLISIS WAVELET**

El análisis de Fourier presenta errores significativos (fenómeno de Gibbs y aliasing) en el caso de señales no estacionarias y la Short-Time Fourier Transform (STFT) tampoco resuelve el problema del análisis tiempo-frecuencia de la señal debido a la influencia que tiene la anchura de la ventana escogida. Una ventana ancha da una buena resolución en frecuencia y si la ventana es estrecha mejora sensiblemente la resolución en tiempo.

Por otra parte, para minimizar el espacio de almacenamiento, es necesario representar la señal con el menor número de bits posible. En consecuencia, se presenta un problema de compresión de la señal que ha sido estudiado por distintos investigadores y fundamentalmente para compresión de imágenes [3-4].

Ambas limitaciones desaparecen con el análisis mediante la transformada Wavelet para funciones no estacionarias. Una wavelet es una función que tiene su energía muy localizada en tiempo y por lo tanto constituye una herramienta poderosa para el análisis de sistemas en los que están presentes excitaciones o respuestas transitorias o tiempo-variantes. La función wavelet es oscilatoria y permite un análisis simultáneo tiempo-frecuencia con un fundamento matemático flexible.

Aunque históricamente la primera wavelet conocida es la de Haar (1909), los trabajos precursores del análisis wavelet fueron las técnicas de análisis armónico y la teoría sobre bancos de filtros digitales de los investigadores Littlewood-Paley (1930) y Calderon Zygmund (1960). Sin embargo, el gran impulso lo tomó a partir de 1980 con las contribuciones de Strömberg, Morlet, Grossmann, Meyer, Daubechies, y Mallat entre otros.

Las funciones wavelets constituyen una base ortogonal de igual forma que las funciones *seno* y *coseno* en el análisis de Fourier y por lo tanto cualquier función puede ser desarrollada como producto de unos coeficientes por la wavelet correspondiente. Estos coeficientes representan la *transformada wavelet discreta*, similar a la de Fourier. La propiedad antes mencionada de “concentración de energía” en un pequeño número de coeficientes, hace que sea posible mediante una técnica de umbral adecuada, anular aquellos que contengan poca o nula información sobre la señal. De esta forma puede almacenarse y reconstruirse la señal con muy poca pérdida de información. En general puede decirse que un camino claro y directo para la aplicación del análisis wavelet puede sintetizarse en tres etapas:

- Obtención de la transformada discreta de una señal
- Proceso de umbral en el dominio wavelet
- Reconstrucción de la señal

Diferentes tipos de wavelets han sido utilizados para resolver problemas en las áreas de análisis de imágenes, diagnósticos médicos, sismología, análisis estadístico de datos, reconocimiento de patrones, y muchas otras que en la actualidad están siendo investigadas. Estas técnicas han sido propuestas recientemente [2][5][8][9-11] en el análisis de sistemas eléctricos de potencia.

### 1. Formulación matemática

En general, una función  $f(t)$  puede ser fácilmente analizada si se expresa mediante la descomposición lineal

$$f(t) = \sum a_l \psi_l(t) \tag{1}$$

donde  $l$  es un índice entero,  $a_l$  son coeficientes reales y  $\psi_l$  es una conjunto de funciones o *base* del espacio vectorial de todas las funciones que pueden ser desarrolladas como en (1). Si además la base es ortogonal, los coeficientes  $a_l$  pueden calcularse a partir del producto escalar

$$a_l = \langle f(t), \psi_l \rangle \tag{2}$$

En el dominio de Fourier, la *base*  $\psi_k(t)$  está constituida por las funciones  $\sin(k\omega_0 t)$  y  $\cos(k\omega_0 t)$  para las frecuencias armónicas  $k\omega_0$ . En el dominio wavelet, la expresión (1) puede construirse a partir del desarrollo

$$f(t) = \sum_j \sum_k a_{j,k} \psi_{j,k}(t) \tag{3}$$

donde  $j$  y  $k$  son índices enteros que representan el nivel de frecuencias y la escala de tiempos respectivamente y las funciones  $\psi_{j,k}(t)$  constituyen la *base ortogonal*. Los coeficientes  $a_{j,k}$  definen la *Transformada Wavelet Discreta* siendo la expresión (2) su *Transformada Inversa*.

Con objeto de poder utilizar determinados algoritmos en el análisis de funciones digitalizadas, la ecuación (3) también puede representarse como

$$f(t) = \sum_k c_{J_0,k} \varphi_{J_0,k}(t) + \sum_{j=J_0}^{\infty} \sum_k d_{j,k} \Psi_{j,k}(t), \quad t \in R \tag{4}$$

donde  $J_0$  es el nivel de frecuencia inicial de la descomposición, que puede partir de cero en cuyo caso  $\varphi_{0,k}(t)$  es la llamada *función de escalado* que genera el espacio vectorial  $V_0$  y  $\psi_{0,k}(t)$  es la función wavelet que genera el espacio vectorial complementario  $W_0$ . En este caso, los coeficientes  $c_{J_0,k}$  y  $d_{j,k}$  constituyen la *Transformada Wavelet Discreta*.

### 2. Análisis de perturbaciones eléctricas utilizando la transformada Wavelet

Configuramos la señal que deseamos analizar dentro de una “*ventana*” que contiene un número entero de ciclos completos (en nuestros trabajos  $N$  muestras, que equivale a 64 ciclos) de la señal capturada e incluye cualquier

variación instantánea de tensión. Las variaciones cortas, comprenden las denominadas de tipo momentáneo (30 ciclos < duración < 3 segundos) y las temporales (3s < duración < 1 min.), así como las de larga duración (> 1 min.). Todas ellas pueden analizarse tomando una señal original de N muestras. Esta señal la consideramos compuesta por una *ventana inicial* de N/2 muestras, en la que se detecta el inicio de la perturbación, y por otra *ventana final* del mismo número de muestras, en la que cesa dicha perturbación. De esta forma no se procesan un conjunto de ciclos comprendidos en ventanas intermedias, que no aportan nueva información al análisis. La duración de la perturbación se puede obtener a partir de un contador de ventanas, que registrará, además de la primera y la última, todas aquellas intermedias que puedan existir pero que no serán utilizadas.

Una vez acondicionada la señal, se le aplica la *TWD* (familia de Daubechies Db4) obteniéndose los niveles  $a_j(n)$  y  $d_j(n)$  de acuerdo con [5], siendo  $j$  el índice del nivel de frecuencias tal que  $2^j = N$ . En este momento se inicia un proceso paralelo de compresión de la señal para su posterior reconstrucción y clasificación mediante una red neuronal de tres capas, figura 1. Un algoritmo de filtrado de coeficientes, que se desarrolla en la sección 1.3.1 de este trabajo, discrimina entre los coeficientes que aportan información sobre la variación de tensión producida y los que no son significativos. De esta forma es posible almacenar tanto la duración como el instante en que se produce la variación con un número muy pequeño de datos respecto del número de muestras de la señal original. La medida de la calidad de la estimación efectuada por el algoritmo puede venir dada por el error relativo  $\varepsilon$  entre la señal original y la estimada.

Al mismo tiempo, se comparan los coeficientes  $d_{j,k}$  de mayor contenido de la energía de la tensión perturbada, con los homólogos de la señal de tensión (puramente senoidal) previamente almacenada y que ha seguido el mismo proceso. El resultado es un vector que será utilizado como entrada de la red neuronal que clasificará la variación producida (sección 4).

### 3. Algoritmo de compresión de datos

Utilizando la transformada wavelet y el análisis multirresolución es posible simplificar el número de datos que deben ser almacenados con la información suficiente para detectar y localizar una variación determinada. Para ello se ha desarrollado un algoritmo de filtrado de los coeficientes que son significativos y que están asociados con aquella. Así mismo, los coeficientes que contienen poca información sobre la perturbación o que están presentes en forma de ruido son eliminados.

El algoritmo se basa en los trabajos de Donoho [6] y es aplicable a cualquier tipo de variación de la tensión de red mediante el siguiente esquema:

- Calcula la transformada wavelet discreta (TWD)
- Ejecuta un proceso de umbral utilizando la técnica “*hard- thresholding*”
- Reconstruye la señal

#### 3.1. Filtrado de coeficientes

A una señal  $a_0(n)$  muestreada de N muestras, se le aplica la Transformada Discreta, obteniéndose las señales  $a_j(n)$  y  $d_j(n)$  (figura 1). A partir de aquí, el algoritmo comienza un proceso de reconstrucción de la señal original  $a_0(n)$ , eligiendo una señal estimada  $\tilde{a}_j(n)$  que cumpla unas condiciones determinadas mediante la aplicación de un estimador.

La señal estimada  $\tilde{a}_j(n)$  se compara con la original  $a_0(n)$ , hasta conseguir que la diferencia entre ambas sea menor que un umbral  $\lambda$  basado en el máximo valor absoluto de  $a_0(n)$

$$\lambda = \eta \max|a_0(n)| \quad (5)$$

donde  $\eta$  es un parámetro que varía entre 0.01 y 0.1. Si  $\eta = 0.02$ , el umbral  $\lambda$  es el 2 % del valor máximo de la señal original.

El estimador escogido para la reconstrucción deseada de la señal es,

$$\tilde{a}_0(n) = a_j(n) \quad \text{si} \quad \max|\xi_j| \leq \lambda \quad (6)$$

siendo la señal de error

$$\xi_j = a_0(n) - a_j(n) \quad (7)$$

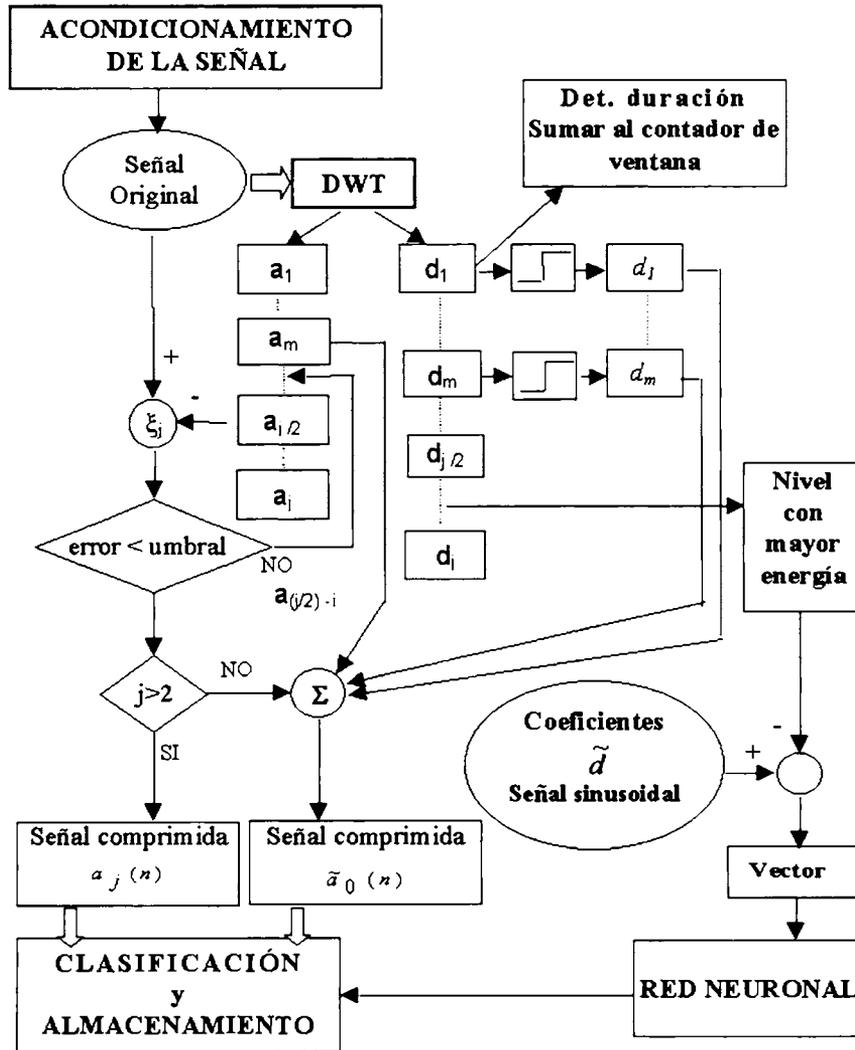


Figura 1. Diagrama de flujo del algoritmo propuesto para detección, compresión y clasificación de variaciones de tensión.

Si el nivel de frecuencia que cumple la condición (5) es  $j \leq 2$ , el algoritmo comienza una segunda fase para no despreciar la información que sobre la variación de tensión contienen los coeficientes de los niveles  $d_{j,k}$  y mejorar la razón de compresión. Es necesario por tanto conjugar el binomio: *buena aproximación – alta razón de compresión* y para ello se elige un nuevo estimador denominado en la literatura especializada “*hard-thresholding*”,

$$\tilde{d}_j(n) = \begin{cases} d_{jk} & \text{si } |d_{jk}| \geq \lambda_j \\ 0 & \text{si } |d_{jk}| < \lambda_j \end{cases} \quad (8)$$

donde  $\tilde{d}_j(n)$  es una señal generada con los coeficientes  $d_{jk}$  si el valor absoluto de ellos es mayor o igual que un nuevo umbral  $\lambda_j$ . En caso contrario, los coeficientes  $d_{jk}$  son eliminados. El umbral  $\lambda_j$ , se corresponde con el valor cuadrático medio de todos los coeficientes  $d_{jk}$

$$\lambda_j = \sqrt{\left( \frac{1}{k} \sum_1^k (d_{jk})^2 \right)} \quad (9)$$

donde  $k$  es el número de coeficientes del nivel  $j$ .

### 3.2. Síntesis de la señal

Si  $j > 2$ , la señal se reconstruye a partir de la expresión (4). En el caso de que  $j \leq 2$ , la señal reconstruida viene dada por la expresión,

$$\tilde{a}_0(n) = a_m(n) + \sum_{j=1}^m \tilde{d}_j(n) \quad (10)$$

donde el nivel  $m$  depende de la frecuencia de muestreo.

### 3.3. Razón de compresión y calidad del estimador

Un parámetro importante para optimizar el tamaño de la señal comprimida sin perder la información necesaria sobre la perturbación es el que llamaremos *Tasa de Compresión*

$$\tau = n^\circ \text{ de datos de la señal comprimida} / n^\circ \text{ de muestras de la señal original}$$

Así mismo, para cuantificar la calidad del estimador y por tanto la fidelidad de la reconstrucción, hemos utilizado el parámetro  $\varepsilon$  que representa el error relativo entre la señal original y la estimada

$$\varepsilon = \frac{\|a_0(n) - \tilde{a}_0(n)\|}{\|a_0(n)\|} \quad (11)$$

## 4. Clasificación automática de las perturbaciones

El vector diferencia, obtenido ( $kbxx$ ) entre los coeficientes  $d_{j,k}$  con mayor contenido de la energía de la señal perturbada y los coeficiente homólogos,  $d'_{j,k}$ , de una señal puramente sinusoidal,

$$kbxx = d_{j,k} - d'_{j,k}, \quad (12)$$

constituye la entrada de un bloque de redes neuronales de tres capas, tipo Learning Vector Quantizing [7] que reconoce distintas variaciones en niveles de tensión. Los elementos del vector serán distintos de cero sólo en el campo de existencia de la perturbación y su longitud dependerá de que la variación sea corta o larga. Son posibles 9 grupos de variaciones que podemos resumir de la siguiente forma: 1 y 3 representan interrupciones o cortes, 2, 4, 5, 6, 7 y 8 representan cambio de banda, cambio de frecuencia, hueco, micro hueco, transitorio y flicker respectivamente. La tabla I describe y codifica las variaciones anteriores.

**Tabla I.** Variaciones de tensión (P) a clasificar en la clase correspondiente (C).

| P | Corte | Hueco | Micro corte | Micro hueco | Var. frec. | Var. banda | Transitorio | Flicker |
|---|-------|-------|-------------|-------------|------------|------------|-------------|---------|
| C | 1     | 2     | 3           | 4           | 5          | 6          | 7           | 8       |
|   |       |       |             |             |            |            |             |         |

A cada uno de los grupos de variaciones mencionadas le corresponderá una red neuronal dentro del bloque de identificación con objeto agilizar la clasificación y evitar los problemas de separabilidad lineal, figura 2. De esta forma la salida global del bloque de redes neuronales es un vector columna  $9 \times 1$  cuyos elementos  $G_i$  pueden tomar valores de 1 a 8 (variaciones reconocidas) o valor 10 indicando un patrón no reconocido.

En el entrenamiento de cada red neuronal se han utilizado vectores ( $k b x x$ ) representativos de un grupo o tipo de variación, así como vectores limítrofes de grupos adyacentes a los que se le fuerza una respuesta de valor 10 (indicativo de error o no pertenencia al grupo).

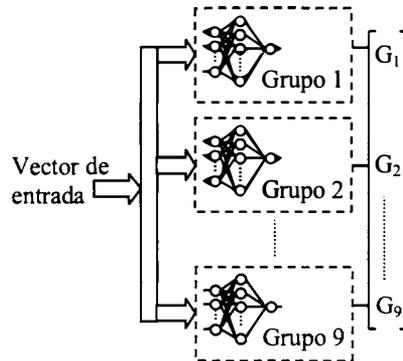


Figura 2. Arquitectura global del bloque de redes neuronales.

## 5. Resultados de casos prácticos

Se han simulado distintas variaciones de la tensión de red mediante el programa MATLAB. Por su importancia, hemos escogido un flicker  $s$  de 8192 muestras, figura 3, como la más adecuada para comprobar la fiabilidad del método propuesto. El análisis en el dominio wavelet puede verse en la figura 4, donde sólo se representan 12 de los 14 niveles ya que el 13 y 14 corresponden a fracciones de hercio. En este caso, el nivel  $j$  que cumple la condición (5) es  $j = 1$ , por lo tanto la síntesis de la señal se efectúa a partir de (10) con  $m = 4$ . El número de datos necesarios para la compresión y posterior reconstrucción, obtenido de los coeficientes de los niveles  $a_4$ ,  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$  y  $d_4$ , debidamente filtrados, es 518, siendo  $\tau = 7.05\%$ . La calidad de la estimación es muy buena al ser  $\varepsilon = 7.23 \cdot 10^{-4}$ . La figura 3 representa la señal reconstruida  $ss$  a partir de los 518 coeficientes almacenados, y como puede comprobarse, la diferencia con la original es prácticamente inapreciable.

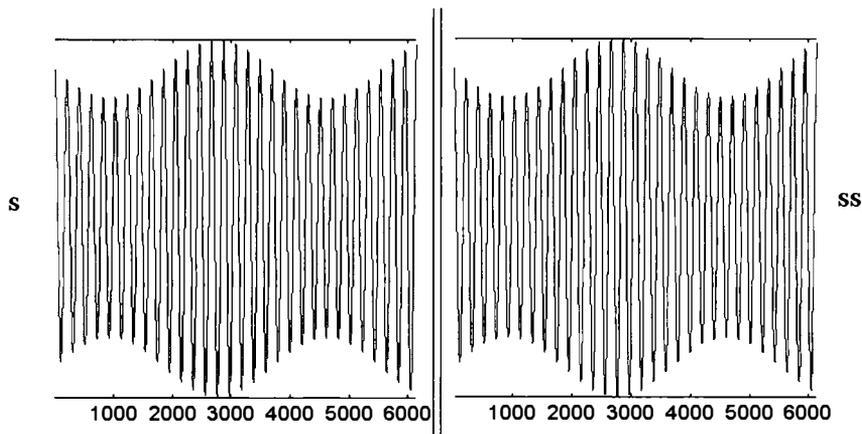


Figura 3. Señal original  $S$ : flicker de tensión. Flicker reconstruido  $SS$ .

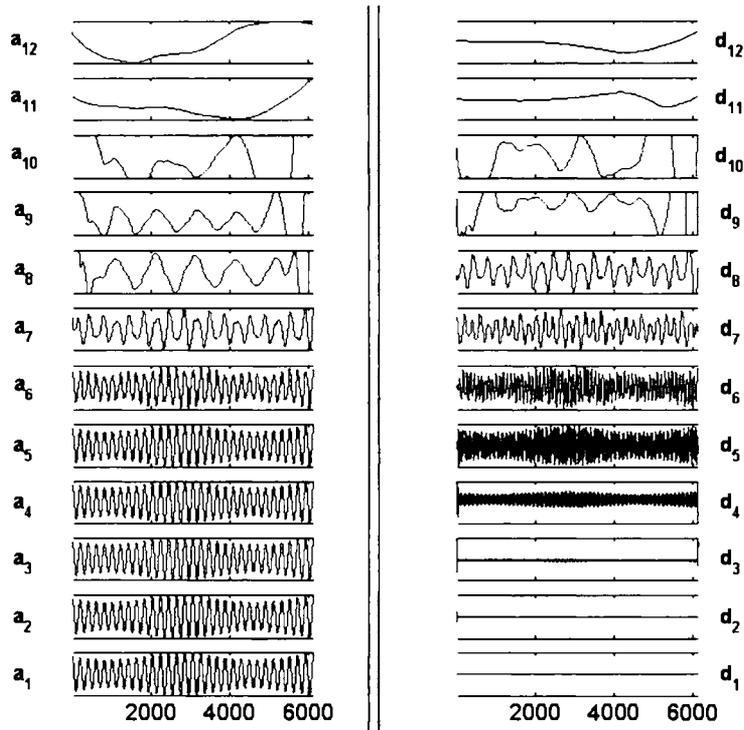


Figura 4. Señales  $a_j(n)$  y  $d_j(n)$  obtenidas al aplicar TWD al flicker de tensión.

Por otro lado, el vector diferencia de los niveles  $d_{s,k}$  y  $d_{s,k'}$ , que son en nuestro caso los de mayor contenido de energía de la señal, viene dado en la figura 5(a). Sus elementos ( $kb45$ ) constituyen la entrada de la red neuronal, que a su vez identifica correctamente la variación como un *Flicker* (Tabla II).

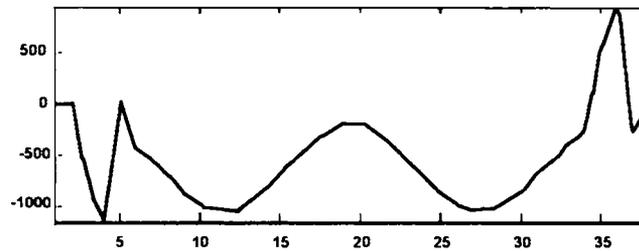


Figura 5. Vector kb45: entrada de la red neuronal. (b) Tabla II.

| INPUT               | Kb22  | Kb4      | Kb47        | Kb49        | Kb51       | Kb53        | Kb17        | Kb45     |
|---------------------|-------|----------|-------------|-------------|------------|-------------|-------------|----------|
| D                   | Corte | Hueco    | $\mu$ corte | $\mu$ hueco | Var. frec. | Camb. banda | Transitorio | Flicker  |
| Vector respuesta RN | G1    | <b>1</b> | 10          | 10          | 10         | 10          | 10          | 10       |
|                     | G2    | 10       | 10          | 10          | 10         | <b>5</b>    | 10          | 10       |
|                     | G3    | <b>1</b> | 10          | 10          | 10         | 10          | 10          | 10       |
|                     | G4    | 10       | 10          | 10          | 10         | <b>5</b>    | <b>6</b>    | 10       |
|                     | G5    | 10       | <b>2</b>    | 10          | 10         | 10          | 10          | 10       |
|                     | G6    | 10       | 10          | 10          | <b>4</b>   | 10          | 10          | 10       |
|                     | G7    | 10       | 10          | <b>3</b>    | 10         | 10          | 10          | 10       |
|                     | G8    | 10       | 10          | 10          | 10         | 10          | 10          | <b>7</b> |
|                     | G9    | 10       | 10          | 10          | 10         | 10          | 10          | <b>8</b> |

Tabla II. Resultados de la identificación de perturbaciones con la red neuronal.

## MEDIDA DE MAGNITUDES ELÉCTRICAS UTILIZANDO LA TRANSFORMADA WAVELET

Este estudio proporciona las bases para la utilización de la transformada wavelet en la medida de valores rms, potencias y energía, en regímenes periódicos o aperiódicos y situaciones estacionarias o transitorias.

El análisis se enfoca sobre señales individuales [20], [21]. Sin embargo, en el caso de medidas de potencia y energía, las transformadas wavelet de la intensidad y la tensión se obtienen de una secuencia de muestras  $v-i$  utilizando una base wavelet ortonormal, común a  $v$  e  $i$ , aplicada a cada ciclo de potencia del sistema. Debido a que las subbandas individuales de la intensidad y la tensión están registradas en tiempo y frecuencia, cada producto asociado  $v-i$  de la subbanda representa la contribución de esta banda a la potencia promedio total del elemento  $v-i$  o ciclo de energía. La suma de estas subbandas de potencia señalizadas resulta ser la potencia promedio total para este elemento par  $v-i$ . La potencia tiene que ser utilizada normalmente bajo condiciones de estados estacionarios, mientras la distribución de frecuencia en energía debe ser de importancia en regímenes transitorios y aperiódicos.

De manera similar, el cuadrado de los puntos en la tensión individual y subbandas de corriente representa las contribuciones al cuadrado de estas subbandas individuales al valor total rms de tensión o intensidad. Esto es debido a que las contribuciones de las subbandas son ortogonales, las contribuciones medias al cuadrado de cada subbanda pueden ser sumadas para formar el valor medio al cuadrado de la tensión o valor total, mientras la raíz cuadrada de cada valor medio al cuadrado por subbanda produce la contribución respectiva de esta subbanda al valor total rms.

En sistemas de potencia de tres fases, las contribuciones de la energía o potencia de cada fase pueden sumarse en cada nivel de subbanda para determinar la contribución, a las frecuencias dentro de estas subbandas, a la energía o potencia total de las tres fases.

### 1. Transformadas wavelet de las señales $i_t$ y $v_t$

Las medidas de trataremos son las de  $I_{rms}$ ,  $V_{rms}$ , y potencia, que obedecen a las definiciones [19]:

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_t^2 dt}, \quad V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v_t^2 dt}, \quad y \quad P = \frac{1}{T} \int_0^T i_t v_t dt$$

donde  $i_t$  y  $v_t$  son las señales respectivas de intensidad y tensión en un periodo  $T$ .

Las señales de la red eléctrica,  $i_t$  y  $v_t$ , pueden representarse mediante la transformada wavelet si son funciones tales que, elevadas al cuadrado, son integrables. En este caso,

$$i_t = \sum_k c_{j_0,k} \phi_{j_0,k}(t) + \sum_{j \geq j_0} \sum_k d_{j,k} \psi_{j,k}(t) \quad (13)$$

donde

$$c_{j_0,k} = \langle i_t, \phi_{j_0,k} \rangle \quad y \quad d_{j,k} = \langle i_t, \psi_{j,k} \rangle \quad (14)$$

$$v_t = \sum_k c'_{j_0,k} \phi_{j_0,k}(t) + \sum_{j \geq j_0} \sum_k d'_{j,k} \psi_{j,k}(t) \quad (15)$$

donde

$$c'_{j_0,k} = \langle v_t, \phi_{j_0,k} \rangle \quad y \quad d'_{j,k} = \langle v_t, \psi_{j,k} \rangle. \quad (16)$$

El nivel de la escala  $j_0$  es la banda inferior de la señal original e incluye la componente de frecuencia fundamental. El nivel de la escala  $j$  incluye las señales de bandas de frecuencia de las sucesivas octavas superiores.

La función de scalado  $\phi_{j_0,k}$  y las bases wavelet  $\psi_{j,k}$  son ortonormales y tienen las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned} \langle \phi_{j_0,k}, \phi_{j_0,k} \rangle &= 1, & \langle \phi_{j_0,k}, \psi_{j,k} \rangle &= 0, & \text{donde } j &\geq j_0. \\ \langle \psi_{j,k}, \psi_{j,k} \rangle &= 1, & \langle \psi_{j,k}, \psi_{i,k} \rangle &= 0, & \text{donde } j &\neq i. \end{aligned} \quad (17)$$

## 2. Cálculo del valor RMS

Los valores RMS de la intensidad y tensión en un sistema de potencia, basándonos en la propiedad wavelet (17), pueden definirse:

$$\begin{aligned} \int i_t^2 dt &= \int \left[ \sum_k c_{j_0,k} \phi_{j_0,k}(t) + \sum_{j \geq j_0} \sum_k d_{j,k} \psi_{j,k}(t) \right]^2 dt \\ &= \int \left[ \sum_k c_{j_0,k} \phi_{j_0,k}(t) \right]^2 dt + \int \left[ \sum_{j \geq j_0} \sum_k d_{j,k} \psi_{j,k}(t) \right]^2 dt \\ &= \sum_k c_{j_0,k}^2 \int \phi_{j_0,k}^2(t) dt + \sum_{j \geq j_0} \sum_k d_{j,k}^2 \int \psi_{j,k}^2(t) dt \\ &= \sum_k c_{j_0,k}^2 + \sum_{j \geq j_0} \sum_k d_{j,k}^2. \end{aligned} \quad (18)$$

Cuando  $i_t$  es una señal periódica, de periodo  $T$ ,

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_t^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_k c_{j_0,k}^2 + \frac{1}{T} \sum_{j \geq j_0} \sum_k d_{j,k}^2} = \sqrt{I_{j_0}^2 + \sum_{j \geq j_0} I_j^2} \quad (19)$$

donde el primer valor  $I_{j_0}$  es el rms de la frecuencia más baja  $j_0$  y  $\{I_j\}$  es el conjunto de valores rms de cada subbanda de frecuencia o del nivel-wavelet  $j$  superior o igual al nivel de la escala  $j_0$ .

## 3. Cálculo de la potencia

Si los coeficientes wavelet de  $i_t$  y  $v_t$  están escalados por la misma función  $\phi$  y la misma base wavelet  $\psi$ , la energía  $W(i_t, v_t)$  se expresa mediante coeficientes wavelet basándonos en la propiedad (10):

$$\begin{aligned} W(i_t, v_t) &= \int i_t v_t dt = \\ &= \int \left[ \sum_k c_{j_0,k} \phi_{j_0,k}(t) + \sum_{j \geq j_0} \sum_k d_{j,k} \psi_{j,k}(t) \right] \\ &\quad \cdot \left[ \sum_k c'_{j_0,k} \phi_{j_0,k}(t) + \sum_{j \geq j_0} \sum_k d'_{j,k} \psi_{j,k}(t) \right] dt = \\ &= \int \sum_k c_{j_0,k} \cdot c'_{j_0,k} \phi_{j_0,k}^2(t) dx + \int \sum_{j \geq j_0} \sum_k d_{j,k} \cdot d'_{j,k} \psi_{j,k}^2(t) dt \\ &= \sum_k c_{j_0,k} c'_{j_0,k} \int \phi_{j_0,k}^2(t) dx + \sum_{j \geq j_0} \sum_k d_{j,k} d'_{j,k} \int \psi_{j,k}^2(t) dt \\ &= \sum_k c_{j_0,k} c'_{j_0,k} + \sum_{j \geq j_0} \sum_k d_{j,k} d'_{j,k}. \end{aligned} \quad (20)$$

Si  $i$  y  $v$ , son señales periódicas, de periodo  $T$ , la potencia se define como:

$$P = \frac{1}{T} \int i_i v_i dt = \frac{1}{T} \sum_k c_{j_0,k} c'_{j_0,k} + \frac{1}{T} \sum_{j \geq j_0} \sum_k d_{j,k} d'_{j,k} = P_{j_0} + \sum_{j \geq j_0} P_j, \quad (21)$$

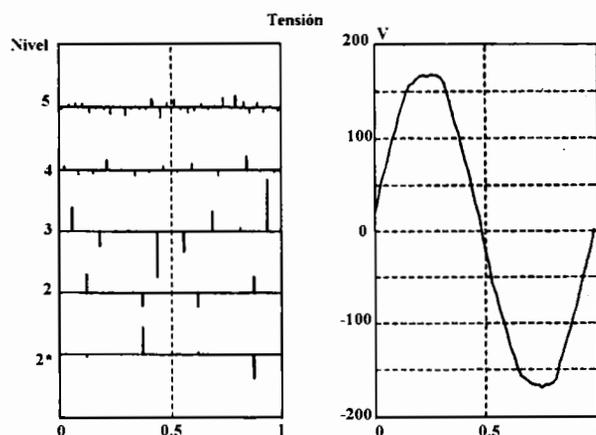
donde  $P_{j_0}$  es la potencia de la banda más baja de frecuencia  $j_0$  y  $\{P_j\}$  es el conjunto de las potencias de las subbandas o nivel-wavelet  $j$  mayores o iguales que el nivel de escala  $j_0$ .

#### 4. Análisis de los datos de una planta industrial

Las intensidades y tensiones están representadas por un solo ciclo (64 puntos) de la fase  $R$  (figuras 6 y 7). Los datos representan una perturbación en el sistema trifásico de suministro de la planta industrial. En las partes (a) de las figuras, gráficas de coeficientes wavelets, el eje Y representa el nivel wavelet correspondiente a las subbandas de frecuencia de la Tabla III. Sesenta y cuatro ( $2^6$ ) puntos de muestreo por ciclo originan cinco niveles. Las figuras 6-8 demuestran la propiedad de localización tiempo-frecuencia propia del análisis wavelet. Los valores rms de cada nivel wavelet se calculan directamente con los coeficientes wavelets de cada nivel. La figura 8(b) es la forma de onda de la potencia instantánea  $p(t)$ , los coeficientes de potencia son los productos de las parejas de coeficientes wavelet de tensión e intensidad registradas en el mismo nivel y en el mismo instante. La figura muestra una cantidad significativa de energía en el nivel 3.

**TABLA III.** Número de coeficientes, bandas de frecuencia y armónicos de los niveles wavelet con 128 puntos por ciclo.

| Nivel | # de Coeficientes | Banda de Frecuencias | Banda de armónicos |
|-------|-------------------|----------------------|--------------------|
| 6     | 32                | 1920-3840 (Hz)       | 33°-63° (impares)  |
| 5     | 16                | 960-1920 (Hz)        | 17° -31° (impares) |
| 4     | 8                 | 480-960 (Hz)         | 9°, 11°, 13°, 15°  |
| 3     | 8                 | 240-480 (Hz)         | 5°, 7°             |
| 2     | 4                 | 120-240 (Hz)         | 3°                 |
| 2*    | 4                 | DC-120 (Hz)          | 1°                 |



**Figura 6.** Transformada wavelet de los datos de tensión.

La Tabla IV compara los resultados de las medidas de potencia utilizando los métodos de la FFT y la TWD. La potencia se calcula, para cada valor de la frecuencia, utilizando los datos del análisis FFT de las señales de tensión e intensidad. Aplicando (21), se puede calcular fácilmente la potencia en cada nivel wavelet. Los resultados de la FFT se toman como referencia para compararlos con los de la TWD. El nivel 2\* incluye el término fundamental y muestra la componente positiva máxima, mientras la máxima negativa tiene lugar en el nivel 3. Los errores relativos indican la mejor aproximación del método wavelet con respecto a los datos de referencia en el dominio temporal.

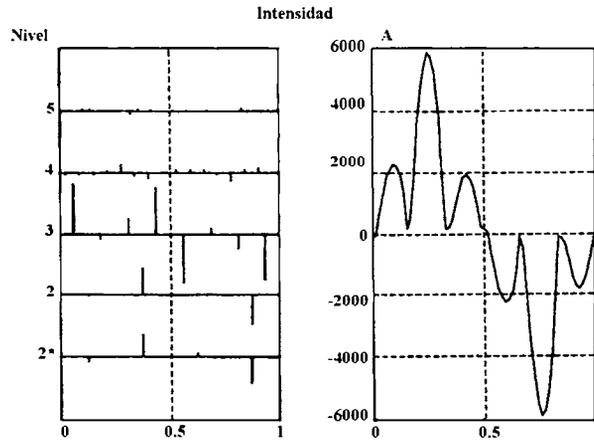


Figura 7. Transformada wavelet de los datos de intensidad.

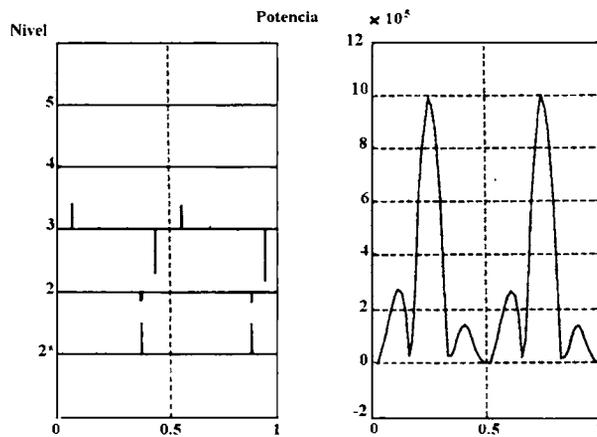


Figura 8. Coeficientes de potencia correspondiente a un ciclo (64 puntos).

TABLA IV. Medidas de potencia.

| Level     | FFT         | Wavelet     |
|-----------|-------------|-------------|
| 5         | 28.1686     | 32.9767     |
| 4         | 55.3036     | 23.8023     |
| 3         | -987.3820   | -990.0304   |
| 2         | -342.3796   | -303.4458   |
| 2*        | 270834.3290 | 270826.9000 |
| Potencia  | 269588.0395 | 269590.2028 |
| Error (%) | -0.001189%  | -0.000386%  |

## REFERENCIAS

- [1] J. C. Montaña, M. Castilla, J. Gutiérrez, A. López, *Sistema de medida y vigilancia de la calidad del suministro de potencia eléctrica*, 5<sup>as</sup> Jornadas Hispano-Lusas de Ingeniería Eléctrica, Salamanca, 1997, Actas, pp. 1643-1650.
- [2] R. C. Dugan, M.F. McGranaghan y H.W. Beaty, *Electrical Power System Quality*, McGraw-Hill, 1996.
- [3] C. S. Burrus, R. A. Gopinath and H. Guo, *Introduction to wavelets and wavelet transform*, Prentice Hall, 1998.
- [4] Mallat, *A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation*, IEEE Trans. on Pattern Anal. and Mach. Intell., Vol. 11, pp. 674-693, July 1989.
- [5] S. Santoso, E. J. Powers, P.Hofmann, *Power Quality assessment via wavelet Transform Analysis*, IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 11, n° 2, April 1996.
- [6] D. L. Donoho, I. M. Johnstone, *Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage*, Stanford Statistic Dep. Report TR-400, Jul. 1992.
- [7] T. Kohonen, *The self-Organizing Map*, Neural Networks: Theoretical Foundations and Analysis, pp. 74-90, IEEE Press, 1991, New York.
- [8] S. Santoso, E. J. Powers and W.M. Grady, *Power quality disturbances data compression using wavelet transform methods*, IEEE Trans. on Power Delivery. Vol. 12, no. 3, July 1997.
- [9] F.H. Magnago, A. Abur, *Fault location using wavelets*, IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 13, No. 4, October 1998.
- [10] G. T. Heydt, A. W. Galli, *Transient Power Quality problems analyzed using Wavelets*, IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 12, No. 2, April 1996.
- [11] S. Kumar Pandey, Dr. L. Satish, *Multiresolution Signal Decomposition: A new tool for fault detection in power transformers during impulse test*, IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 13, No. 4, October 1998.
- [12] N. Kandil, V. K. Sood, K. Khorasani, R. V. Patel, *Fault Identification in AC-DC Transmission System using Neural Networks*, IEEE Trans. on Power Systems, Vol.7, No. 2, May 1992.
- [13] R. K.Hartana, G. G. Richards, *Constrained Neural Network-Based Identification of Harmonic Sources*, IEEE Trans. on Industry Appl., Vol. 29, No. 1, Jan./Feb. 1993.
- [14] A. Domijan, G. T. Heydt, A. P. S. Meliopoulos, *Directions of Research on Electric Power Quality*, IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 8, No. 1, Jan. 1993.
- [15] Daubechies, *Ten lectures on Wavelets*. Philadelphia, PA: SIAM, 1992
- [16] A. N. Akansu and M. J. T. Smith, *Subband and Wavelet Transforms Design and Application*. Norwell, MA: Kluwer, 1996.
- [17] G. String and T. Nguyen, *Wavelets and Filter Banks*. Cambridge, MA: Wellesley-Cambridge Press, 1997.
- [18] M. Vetterli and J. Kovacevic, *Wavelets and Subband Coding*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1995.
- [19] IEEE Working Group on Nonsinusoidal Situation, *Practical definition for powers in system with nonsinusoidal waveforms and unbalanced loads: A discussion*, IEEE Trans. Power Delivery, Vol. 11, pp. 79-101, Jan. 1996.
- [20] D.C. Robertson, O.I. Camps, J.S. Mayer, and W.B. Gish, *Wavelets and electromagnetic power system transients*, IEEE Trans. Power Delivery, Vol. 11, No. 2, pp. 1050-1058, April 1996.
- [21] S. Santoso, E.J. Powers, W.M. Grandy, and P. Hofmann, *Power quality assessment via wavelet transform analysis*, IEEE Trans. Power Delivery, vol. 11, pp. 924-930, April 1996.

# TEORÍA DE LA POTENCIA REACTIVA INSTANTÁNEA

*Patricio Salmerón Revuelta*

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Térmica. Universidad de Huelva.

*Este documento presenta los fundamentos de la teoría de la potencia reactiva instantánea para sistemas trifásicos de cuatro conductores. La teoría original fue publicada en 1983 por Akagi-Kanazawa-Nabae y es a ellos a quien debe su nombre. Su modelo de descripción de los sistemas trifásicos se realiza a través de la introducción de dos variables de potencia: la potencia real instantánea y la potencia imaginaria instantánea. A partir de ambas se obtienen la intensidad activa instantánea y la intensidad reactiva instantánea, que logran explicar y dar fundamento físico al flujo de potencia entre fuente y carga. No obstante, el objetivo inicial de la teoría fue eminentemente práctico: servir de base al diseño de compensadores estáticos (filtros activos de potencia) que no requieran elementos almacenadores de energía en su estrategia de compensación. Posteriormente han aparecido otras formulaciones alternativas, aunque todas ellas con un claro nexo de inspiración en la teoría de la potencia reactiva instantánea original. Aquí se presentan los fundamentos de la teoría de la potencia reactiva instantánea, así como de aquellas formulaciones derivadas que han tenido una mayor aceptación. Asimismo, se ha incidido entre las similitudes y diferencias respecto de la teoría original, y en su aplicación a la determinación de estrategias de control para filtros activos de potencia para la compensación de cargas trifásicas no lineales.*

## INTRODUCCIÓN

La teoría de la potencia reactiva instantánea en circuitos trifásicos fue presentada en 1983 por Akagi, Kanazawa y Nabae, [1-2]. La teoría tal y como se desarrolló originalmente es aplicable tanto a circuitos trifásicos de tres conductores como a circuitos trifásicos de cuatro conductores. Además, está caracterizada por permitir definir la potencia reactiva instantánea en cada fase como una expresión única para formas de onda arbitrarias de tensión e intensidad trifásicas, sin restricción alguna y con un significado eléctrico concreto. Desde su aparición hasta nuestros días, la teoría se ha afianzado firmemente como una de las líneas clave dentro de la investigación y el desarrollo de la ingeniería de potencia. En efecto, la cada vez mayor penetración de los filtros activos de potencia como equipos para la compensación de cargas trifásicas, actividad a la que la teoría estuvo ligada desde sus comienzos, ha contribuido a su aplicación en la obtención de distintas estrategias de control, [3-4]. En años posteriores a la aparición de la teoría, se han efectuado distintas formulaciones con la intención de establecerse como alternativas de lo que desde ahora se puede denominar “teoría original” de la

potencia instantánea, [5-22]. El enfoque algebraico de Ferrero, Superti-Furga, [9], la teoría vectorial de la potencia instantánea de Salmerón-Montaño, [16-17], [21], la denominada teoría modificada de Peng-Lai-Kim, [14], [18] o el nuevo enfoque algebraico de Ferrero-Cristaldi-Giuliani, [20], [22] son algunas de las formulaciones que más se han extendido. No obstante, todas tienen un nexo inspirador en la teoría de la potencia reactiva instantánea original. En lo que sigue, se presentan los fundamentos de la teoría de la potencia reactiva instantánea, y de aquellas formulaciones derivadas que han tenido una mayor aceptación. Asimismo, se ha incidido entre las similitudes y diferencias de las nuevas formulaciones respecto de la teoría original, así como su aplicación a la determinación de estrategias de control para filtros activos de potencia con vistas a la compensación de cargas industriales, [24-25].

### TEORÍA DE LA POTENCIA REACTIVA INSTANTÁNEA ORIGINAL

El ámbito de aplicación de lo que aquí se denomina teoría original de la potencia reactiva instantánea, [1-2], es el de los sistemas trifásicos de cuatro conductores donde en general existen tensiones e intensidades de secuencia de fase cero, figura 1. Las tensiones e intensidades trifásicas instantáneas en coordenadas de fase a-b-c pueden ser transformadas a coordenadas 0- $\alpha$ - $\beta$  mediante las siguientes ecuaciones de transformación:

$$\begin{bmatrix} v_0 \\ v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (2)$$

La intensidad que circula por el neutro de un sistema trifásico de cuatro conductores se relaciona con la intensidad de secuencia cero por

$$i_n = i_a + i_b + i_c \quad (3)$$

$$i_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} (i_a + i_b + i_c) = \frac{1}{\sqrt{3}} i_n \quad (4)$$

De (1) y (2) se puede establecer para la potencia real instantánea  $p(t)$

$$p(t) = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c = v_0 i_0 + v_\alpha i_\alpha + v_\beta i_\beta \quad (5)$$

La teoría original define para los sistemas trifásicos a cuatro conductores dos potencias reales instantáneas  $p_0$  y  $p_{\alpha\beta}$ , y una potencia imaginaria instantánea  $q_{\alpha\beta}$ , de la siguiente forma

$$\begin{bmatrix} p_0 \\ p_{\alpha\beta} \\ q_{\alpha\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_0 & 0 & 0 \\ 0 & v_\alpha & v_\beta \\ 0 & -v_\beta & v_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (6)$$

La ecuación anterior sugiere que  $p_0 (= v_0 i_0)$  implica una potencia real instantánea en el circuito de secuencia cero y que  $v_\alpha i_\alpha$  y  $v_\beta i_\beta$  también significan potencia instantánea ya que están definidas por el producto de una tensión instantánea en una fase por una intensidad instantánea en la misma fase. Por lo tanto,  $p_{\alpha\beta}$  es la potencia real instantánea en el circuito de las fases  $\alpha$ - $\beta$ , por ello sus dimensiones son de vatios, W. De la misma manera,  $v_\alpha i_\beta$  y  $v_\beta i_\alpha$  no son potencias instantáneas porque están definidas por el producto de una tensión instantánea en una fase y una intensidad instantánea en otra fase. De acuerdo con esto,  $q_{\alpha\beta}$  en el circuito de fases  $\alpha$ - $\beta$  no es una potencia real instantánea sino una nueva cantidad eléctrica definida por la teoría original y cuya unidad de medida podría denominarse vatios imaginarios, IW.

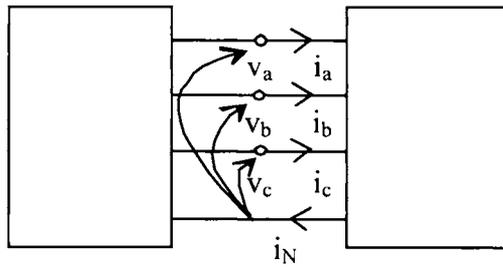


Figura 1. Configuración de un sistema trifásico a cuatro conductores.

Dado que en (6) las tensiones trifásicas  $v_0, v_\alpha, v_\beta$  se suponen un conjunto de tres valores ya conocidos, esa ecuación (6) puede ser interpretada geoméricamente como una transformación, “mapping” en la terminología a veces utilizada, de un espacio de intensidades tridimensional a un espacio de potencia tridimensional, y viceversa, [19]. Aunque son posibles muchas de estas matrices “mapping” desde un punto de vista teórico, pocas son las que pueden ofrecer un significado eléctrico claro desde el punto de vista práctico.

La matriz de transformación (6), que fue definida por primera vez en 1983, admite la transformación inversa

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{1}{v_0 v_{\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} v_{\alpha\beta}^2 & 0 & 0 \\ 0 & v_0 v_\alpha & -v_0 v_\beta \\ 0 & v_0 v_\beta & v_0 v_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0 \\ p_{\alpha\beta} \\ q_{\alpha\beta} \end{bmatrix} \quad (7)$$

donde

$$v_{\alpha\beta}^2 = v_\alpha^2 + v_\beta^2 \quad (8)$$

De (7) se obtienen las expresiones de las intensidades instantáneas en coordenadas 0- $\alpha$ - $\beta$ ,

$$i_0 = \frac{1}{v_0} p_0 \quad (= \frac{1}{v_0} v_0 i_0) = i_0 \quad (9)$$

$$i_\alpha = \frac{1}{v_{\alpha\beta}^2} v_\alpha p_{\alpha\beta} + \frac{1}{v_{\alpha\beta}^2} (-v_\beta q_{\alpha\beta}) = i_{\alpha p} + i_{\alpha q} \quad (10)$$

$$i_\beta = \frac{1}{v_{\alpha\beta}^2} v_\beta p_{\alpha\beta} + \frac{1}{v_{\alpha\beta}^2} (v_\alpha q_{\alpha\beta}) = i_{\beta p} + i_{\beta q} \quad (11)$$

donde

- $i_0$  : intensidad instantánea de secuencia cero
- $i_{\alpha p}$  : intensidad activa instantánea de la fase  $\alpha$
- $i_{\beta p}$  : intensidad activa instantánea de la fase  $\beta$
- $i_{\alpha q}$  : intensidad reactiva instantánea de la fase  $\alpha$
- $i_{\beta q}$  : intensidad reactiva instantánea de la fase  $\beta$

La derivación de las ecuaciones (7) a (11) a partir de (6) es posible siempre que  $v_0 \neq 0$ , ya que en caso contrario no sería posible calcular la matriz inversa. No obstante,  $i_\alpha$  en (10) e  $i_\beta$  en (11) no dependen de  $v_0$  incluso cuando esta es distinta de cero. Esto significa que la teoría original trata al circuito de secuencia cero como un circuito monofásico independiente de los circuitos de las fases  $\alpha$  y  $\beta$ . Por lo tanto, es aceptable sustituir  $v_0 = 0$ , cuando la teoría original se aplica a sistemas trifásicos de cuatro conductores sin tensión de secuencia cero.

De las ecuaciones (9), (10) y (11) se siguen las siguientes relaciones de términos de potencia:

$$\begin{aligned}
 p(t) &= v_0 i_0 + v_\alpha i_{\alpha p} + v_\beta i_{\beta p} \\
 &= v_0 i_0 + v_\alpha \left( \frac{1}{v_{\alpha\beta}^2} v_\alpha P_{\alpha\beta} \right) + v_\beta \left( \frac{1}{v_{\alpha\beta}^2} v_\beta P_{\alpha\beta} \right) = p_0 + p_{\alpha p} + p_{\beta p}
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

$$0 = v_\alpha i_{\alpha q} + v_\beta i_{\beta q} = v_\alpha \left\{ \frac{1}{v_{\alpha\beta}^2} (-v_\beta q_{\alpha\beta}) \right\} + v_\beta \left( \frac{1}{v_{\alpha\beta}^2} v_\alpha q_{\alpha\beta} \right) = p_{\alpha q} + p_{\beta q}
 \tag{13}$$

Las potencias activa y reactiva instantáneas en cada fase están definidas como sigue,

- $p_0 = v_0 i_0$  : potencia instantánea de secuencia cero
- $p_{\alpha p} = v_\alpha i_{\alpha p}$  : potencia activa instantánea de la fase  $\alpha$
- $p_{\beta p} = v_\beta i_{\beta p}$  : potencia activa instantánea de la fase  $\beta$
- $p_{\alpha q} = v_\alpha i_{\alpha q}$  : potencia reactiva instantánea de la fase  $\alpha$
- $p_{\beta q} = v_\beta i_{\beta q}$  : potencia reactiva instantánea de la fase  $\beta$

Las figuras 2(a) y 2(b) describen el flujo de potencia basado en la teoría original para un sistema trifásico de cuatro conductores. Esta considera el circuito de secuencia cero como un circuito monofásico independiente del circuito de fase  $\alpha$  y del circuito de fase  $\beta$ , de la misma manera que el método de las componentes simétricas consigue dividir un circuito trifásico de cuatro conductores en un circuito de secuencia cero, un circuito de secuencia positiva y un circuito de secuencia negativa, donde el circuito de secuencia cero es considerado como un circuito monofásico independiente de los otros circuitos de secuencia.

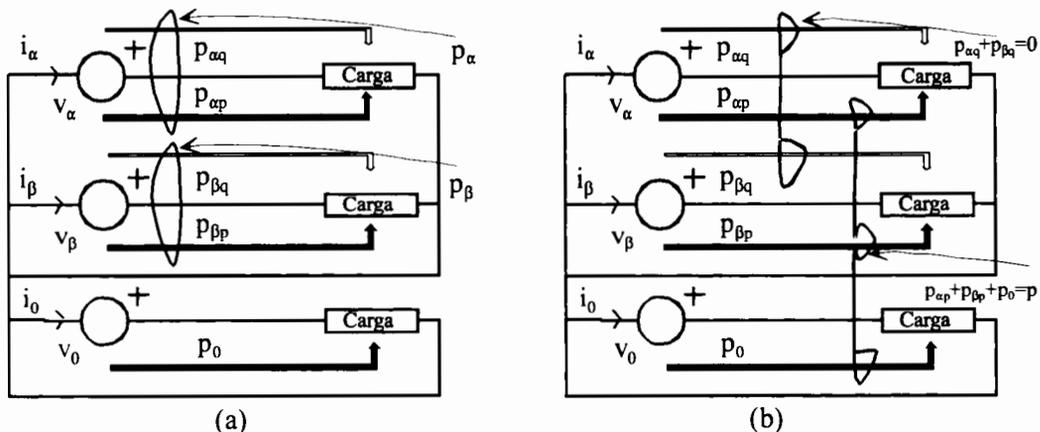


Figura 2. Flujo de potencia basado en la teoría de la potencia reactiva instantánea original.

La ecuación (13) significa que la suma de la potencia reactiva instantánea de fase  $\alpha$ ,  $p_{\alpha q}$  y la potencia reactiva instantánea de fase  $\beta$ ,  $p_{\beta q}$  es siempre cero. Esto supone que ambas no contribuyen a la transferencia de energía dentro del circuito de fases  $\alpha$ - $\beta$ . Sin embargo,  $p_{\alpha q}$  contribuye a la transferencia de energía dentro del circuito de fase  $\alpha$ , y  $p_{\beta q}$  hace lo mismo en el circuito de fase  $\beta$ . La teoría original introduce  $q_{\alpha\beta}$  como la potencia imaginaria instantánea que determina  $p_{\alpha q}$  y  $p_{\beta q}$ , así la teoría original define las dos potencias reales instantáneas independientes  $p_\alpha$  y  $p_{\alpha\beta}$ , para formar el espacio de potencia tridimensional.

### ENFOQUE ALGEBRAICO A PARTIR DE LOS VECTORES DE PARK

Ferrero y Superti-Furga en 1991, abogan por las transformaciones de Park para la descripción de los sistemas trifásicos, [9]. Con este planteamiento matemático buscan una forma completa, sintética, y general de manejar este tipo de sistemas en cualquier condición de funcionamiento. Su intención original es encontrar un enfoque más general que el de Akagi-Nabae.

La herramienta utilizada por Ferrero y Superti-Furga es una transformación matemática que aunque ellos la refieren como transformación de Park, en la literatura de las transformaciones componentes en Ingeniería Eléctrica aparece como una transformación derivada de ella, denominada de Clarke-Concordia [26]. Esta transformación en realidad es la misma que la utilizada por Akagi-Nabae.

Aplicada dicha transformación a unas señales genéricas de tensión y/o intensidad  $y_a(t)$ ,  $y_b(t)$ ,  $y_c(t)$  de un sistema trifásico, es posible encontrar unas componentes  $y_d(t)$ ,  $y_q(t)$ ,  $y_0(t)$  definidas como

$$\begin{bmatrix} y_d \\ y_q \\ y_0 \end{bmatrix} = [\mathbf{T}] \begin{bmatrix} y_a \\ y_b \\ y_c \end{bmatrix} \quad (14)$$

donde  $[\mathbf{T}]$  es la matriz ortogonal de transformación

$$[\mathbf{T}] = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} & -\sqrt{\frac{1}{6}} & -\sqrt{\frac{1}{6}} \\ 0 & \sqrt{\frac{1}{2}} & -\sqrt{\frac{1}{2}} \\ \sqrt{\frac{1}{3}} & \sqrt{\frac{1}{3}} & \sqrt{\frac{1}{3}} \end{bmatrix} \quad (15)$$

En el plano d-q se define el vector de Park de tensión o intensidad como la cantidad compleja temporal

$$\mathbf{y} = y_d + j y_q \quad (16)$$

así la descripción del sistema se realiza a través del vector  $\mathbf{y}(t)$  más la componente de secuencia cero  $y_0(t)$ . Para señales periódicas de período  $T = 2\pi/\omega$ , el vector de Park puede ser desarrollado en serie compleja de Fourier en la forma

$$\mathbf{y}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} Y_k e^{jk\omega t} \quad (17)$$

cuyos términos son vectores de Park de amplitud constante  $Y_k$  y velocidad de rotación proporcional al índice  $k$  en dirección positiva o negativa.

Para cada armónico de frecuencia  $n\omega$ ,  $\mathbf{y}(t)$  es así descrito por dos vectores ( $k=n$ ,  $k=-n$ ) con diferente amplitud y misma velocidad de rotación, pero con direcciones opuestas. La componente armónica del vector de Park a

la frecuencia angular  $k\omega$ ,  $k=n > 0$ , está asociada con la componente simétrica directa, mientras que la componente armónica a la frecuencia  $k\omega$ ,  $k=-n < 0$ , está asociada con la componente simétrica inversa a la misma frecuencia angular.

$$\begin{aligned} Y_k &= Y_{1n} \quad \text{para } k > 0 \\ Y_k &= Y_{2n}^* \quad \text{para } k < 0 \end{aligned} \quad (18)$$

donde  $Y^*$  es el complejo conjugado de  $Y$ . De esta manera los autores consiguen una unidad formal en la representación de sistemas asimétricos distorsionados.

A partir de aquí se define la siguiente potencia compleja, potencia compleja instantánea de Park,

$$\mathbf{a}_p(t) = \mathbf{v}(t) \mathbf{i}^*(t) = p_p(t) + j q_p(t) \quad (19)$$

donde  $p_p(t)$  es la potencia real de Park que coincide con la potencia instantánea si la corriente o la tensión carecen de componente de secuencia cero, y  $q_p(t)$  es la potencia imaginaria de Park que coincide con la potencia imaginaria instantánea definida por Akagi-Nabae. El valor medio del vector  $\mathbf{a}_p(t)$  es

$$A_p(t) = P_p + j Q_p \quad (20)$$

donde  $P_p$  es la potencia activa si no existe potencia de secuencia cero, y  $Q_p$  es la suma algebraica de las potencias reactivas  $Q_{1n}$  de las componentes simétricas directas, y las potencias reactivas  $Q_{2n}$  de las componentes simétricas inversas, más un término constante debido al índice  $k = 0$ .

Ferrero y Superti-Furga acaban discutiendo los enfoques seguidos en el dominio temporal y en el dominio frecuencial a la luz de los vectores de Park. Con esto ellos consiguen, 1) Extender la teoría de Fryze, y Kuster y Moore, [27] a sistemas trifásicos, 2) Generalizar las teorías de Czarnecki, [28] al caso de tensiones no simétricas, y 3) Enlazar las magnitudes instantáneas de Akagi-Nabae, con las teorías de la potencia monofásicas de régimen estacionario.

## UNA TEORÍA VECTORIAL DE LA POTENCIA REACTIVA INSTANTÁNEA

En este apartado se esboza los fundamentos de una teoría de la potencia instantánea propuesta por Salmerón-Montaño, [16], basada en la descomposición vectorial de la intensidad trifásica según tres componentes ortogonales. Esta formulación permite explicar de forma simple la transferencia instantánea de energía entre fuente y carga, así como identificar los términos de potencia de las teorías de régimen estacionario.

### 1. Componentes instantáneas de intensidad y de potencia

Para sistemas trifásicos, las tensiones e intensidades instantáneas pueden ser representados en forma vectorial:

$$\mathbf{u} = [u_a \quad u_b \quad u_c]^T, \quad \mathbf{i} = [i_a \quad i_b \quad i_c]^T \quad (21)$$

$T$ : traspuesta.

De igual forma se define un vector ortogonal de tensión,

$$\mathbf{u}_q = \frac{1}{\sqrt{3}} [u_{qa} \quad u_{qb} \quad u_{qc}]^T = \frac{1}{\sqrt{3}} [u_{bc} \quad u_{ca} \quad u_{ab}]^T \quad (22)$$

que verifica

$$\mathbf{u}^T \mathbf{u}_q = 0 \quad (23)$$

La potencia instantánea es el producto escalar entre el vector de tensión y el vector de intensidad

$$p(t) = \mathbf{u}^T \mathbf{i} = u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c \quad (24)$$

y la potencia imaginaria instantánea es el producto escalar del vector ortogonal de tensión y el vector de intensidad

$$q(t) = \mathbf{u}_q^T \mathbf{i} = \frac{1}{\sqrt{3}} (u_{bc} i_a + u_{ca} i_b + u_{ab} i_c) \quad (25)$$

Así, se puede definir un plano  $yz$  determinado por los vectores de tensión con una base de versores ortogonales  $y_0, z_0$  en las direcciones de los vectores  $\mathbf{u}$  y  $\mathbf{u}_q$ , respectivamente, figura 3,

$$\mathbf{y}_0 = \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|} \quad \mathbf{z}_0 = \frac{\mathbf{u}_q}{|\mathbf{u}_q|} \quad (26)$$

donde  $|\mathbf{u}| = \sqrt{\mathbf{u}^T \mathbf{u}}$  es norma del vector instantáneo.



**Figura 3.** Diagrama vectorial para la descomposición del vector intensidad en sistemas trifásicos que no incluyan componentes de secuencia cero de tensión e intensidad.

Para sistemas trifásicos de tres conductores, sin componentes de secuencia cero de tensión, el vector de intensidad instantáneo  $\mathbf{i}$  se descompone según sus proyecciones ortogonales en los ejes coordenados de la figura 3, esto es,

$$\mathbf{i} = \mathbf{i}_p + \mathbf{i}_q = \frac{p}{|\mathbf{u}|} y_0 + \frac{q}{|\mathbf{u}_q|} z_0 \quad (27)$$

$\mathbf{i}_p$  e  $\mathbf{i}_q$  están determinados matemáticamente por las proyecciones del vector  $\mathbf{i}$  sobre los vectores  $\mathbf{u}$  y  $\mathbf{u}_q$ , respectivamente,

$$\mathbf{i}_p = \frac{\mathbf{u}^T \cdot \mathbf{i}}{|\mathbf{u}|^2} \mathbf{u} = \frac{p}{|\mathbf{u}|} y_0 \quad (28)$$

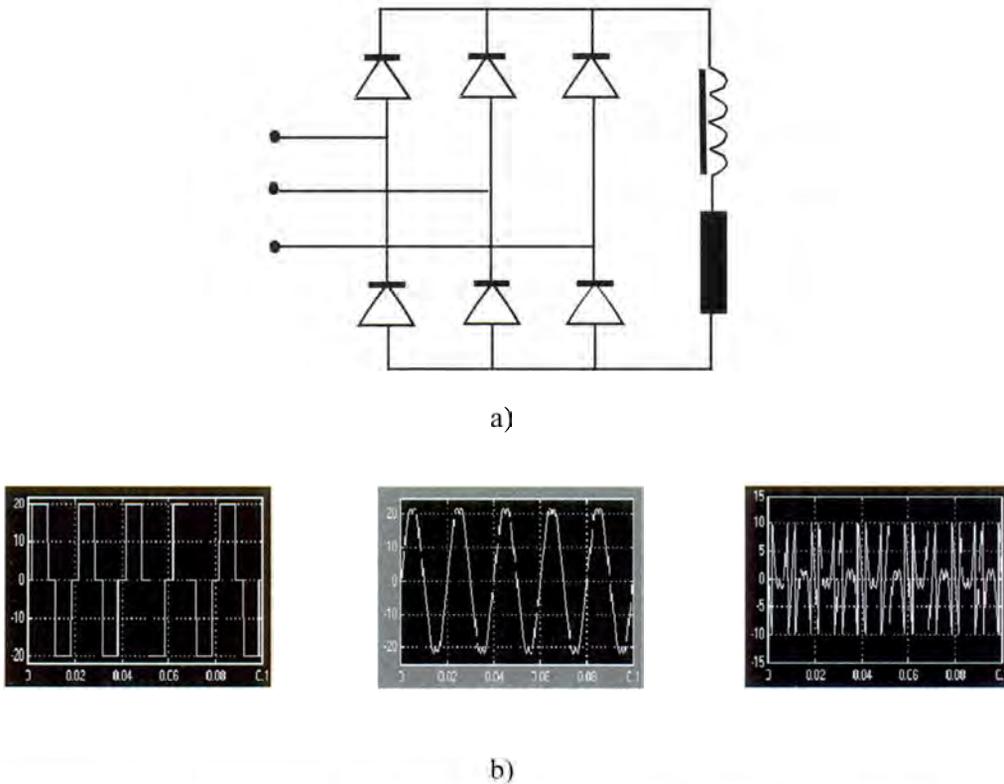
$$\mathbf{i}_q = \frac{\mathbf{u}_q^T \cdot \mathbf{i}}{|\mathbf{u}_q|^2} \mathbf{u}_q = \frac{q}{|\mathbf{u}_q|} z_0 \quad (29)$$

La intensidad  $i_p$  es la intensidad activa instantánea o intensidad de potencia instantánea y la intensidad  $i_q$  es la intensidad reactiva instantánea. Ya que esas componentes son ortogonales, se puede establecer la siguiente relación entre las normas instantáneas,

$$i^2 = i_p^2 + i_q^2 \quad (30)$$

Eléctricamente representan, respectivamente, las mínimas corrientes que transfieren la potencia instantánea  $p(t)$  a la carga a la tensión  $u$ , y la potencia imaginaria instantánea  $q(t)$  a la tensión  $u_q$ . Así, el producto escalar del vector perpendicular de tensión y el vector de intensidad, (25), es una alternativa a la definición de potencia reactiva instantánea basada en el producto vectorial de los vectores de tensión e intensidad incluido en [14] para sistemas trifásicos de tres conductores donde  $u_a + u_b + u_c = 0$ . Este tipo de variable de potencia tiene su origen en las tensiones de línea y no contribuye al flujo de potencia instantánea.

En la figura 4 se presenta la descomposición de la intensidad según la teoría vectorial de una forma gráfica. Se ha considerado la intensidad de consumo de una carga del tipo rectificador trifásico en puente con una elevada inductancia en el lado dc. Esa intensidad para la fase a es la suma de la intensidad activa instantánea y de la intensidad reactiva instantánea, figura 4.



**Figura 4.** Descomposición de la intensidad de la fase a en su componente activa instantánea y su componente reactiva instantánea para una carga tipo rectificador con una elevada inductancia en el lado dc.

## 2. Componentes de secuencia cero

Para sistemas trifásicos de cuatro conductores, el vector de tensión instantánea de secuencia cero  $v_0$ , y el vector de intensidad instantánea de secuencia cero,  $i_0$ , se definen como

$$v_0 = \left[ \frac{v_0}{\sqrt{3}} \quad \frac{v_0}{\sqrt{3}} \quad \frac{v_0}{\sqrt{3}} \right]^T = \frac{v_0}{\sqrt{3}} \mathbf{1}_3^T, \quad \mathbf{i}_0 = \frac{i_0}{\sqrt{3}} \mathbf{1}_3^T \quad (31)$$

donde  $\mathbf{I}_3$  es un vector cuyos elementos son unos, y

$$\sqrt{3}v_0 = u_1 + u_2 + u_3, \quad \sqrt{3}i_0 = i_1 + i_2 + i_3 \quad (32)$$

De (31), es posible descomponer el vector de tensión

$$\mathbf{u} = \mathbf{v} + \mathbf{v}_0 \quad (33)$$

donde  $\mathbf{v}$  representa el vector de tensión sin incluir las componentes de secuencia cero. Se verifica la siguiente relación entre las normas instantáneas

$$u^2 = v^2 + v_0^2 \quad (34)$$

donde  $u$  se refiere a la norma instantánea del vector  $\mathbf{u}$ , es decir,  $u^2 = \mathbf{u}^T \mathbf{u}$ ; análogamente,  $v$  y  $v_0$  denotan las respectivas normas instantáneas de los vectores  $\mathbf{v}$  y  $\mathbf{v}_0$ .

De la misma forma que en (26) se puede definir un sistema de coordenadas a partir de los versores  $\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0$  que siguen las direcciones respectivas de los vectores de tensión  $\mathbf{v}_0, \mathbf{v}$  y  $\mathbf{u}_q$ , figura 5:

$$\mathbf{x}_0 = \frac{\mathbf{v}_0}{|\mathbf{v}_0|} \quad \mathbf{y}_0 = \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|} \quad \mathbf{z}_0 = \frac{\mathbf{u}_q}{|\mathbf{u}_q|} \quad (35)$$

El producto escalar de los vectores de tensión e intensidad,

$$p_u = \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{i} = \mathbf{v}^T \cdot \mathbf{i} + \mathbf{v}_0^T \cdot \mathbf{i} = p + p_0 \quad (36)$$

define la potencia real instantánea entregada a la carga (suma de las potencias instantáneas de las tres fases). La forman dos componentes:

$p = \mathbf{v}^T \cdot \mathbf{i}$ , la potencia instantánea intercambiada entre fuente y carga cuando o una ( $v_0$ ) o ambas ( $v_0$  e  $i_0$ ) componentes de secuencia cero están ausentes.

$p_0 = \mathbf{v}_0^T \cdot \mathbf{i}$ , la potencia instantánea de secuencia cero intercambiada entre fuente y carga cuando ambas componentes de secuencia cero ( $v_0$  e  $i_0$ ) están presentes.



**Figura 5.** Diagrama vectorial de la descomposición del vector intensidad en un sistema trifásico que incluye componentes de secuencia cero.

El vector de intensidad instantánea  $\mathbf{i}$  se descompone de acuerdo a sus proyecciones ortogonales sobre los ejes de coordenadas de la figura 5,

$$\mathbf{i} = \mathbf{i}_0 + \mathbf{i}_{pv} + \mathbf{i}_q = \mathbf{x}_0 \frac{p_0}{v_0} + \mathbf{y}_0 \frac{p}{v} + \mathbf{z}_0 \frac{q}{u_q} \quad (37)$$

El significado físico de  $\mathbf{i}_0$ ,  $\mathbf{i}_{pv}$  and  $\mathbf{i}_q$  se puede determinar por el procedimiento de los multiplicadores de Lagrange [16],

$$\mathbf{i}_0 = \mathbf{v}_0 \frac{\mathbf{v}_0^T \mathbf{i}_0}{\mathbf{v}_0^T \mathbf{v}_0} = \mathbf{v}_0 \frac{P_0}{v_0^2} = \mathbf{x}_0 \frac{P_0}{v_0} \quad (38)$$

$$\mathbf{i}_{pv} = \mathbf{v} \frac{P}{v^2} = \mathbf{y}_0 \frac{P}{v} \quad (39)$$

$$\mathbf{i}_q = \mathbf{u}_q \frac{\mathbf{u}_q^T \mathbf{i}}{\mathbf{u}_q^T \mathbf{u}_q} = \mathbf{z}_0 \frac{q}{u_q} \quad (40)$$

Son, respectivamente, las intensidades de norma mínima para transferir a la carga las potencias  $p_0$  a la tensión  $v_0$ ,  $p$  a la tensión  $v$ , and  $q$  a la tensión  $u_q$ .

La proyección ortogonal del vector  $\mathbf{i}$  en el plano determinado por  $\mathbf{v}$  y  $\mathbf{v}_0$ , es la intensidad activa instantánea  $\mathbf{i}_p$ . Esta es responsable de la transferencia de la potencia instantánea  $p + p_0$  entre el generador y la carga, y se obtiene mediante la suma de  $\mathbf{i}_0$  e  $\mathbf{i}_{pv}$ ,

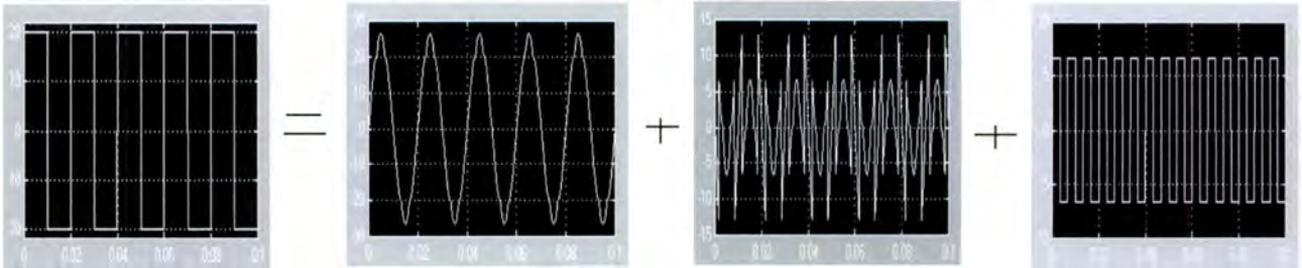
$$\mathbf{i}_p = \mathbf{i}_0 + \mathbf{i}_{pv} = \mathbf{x}_0 \frac{P_0}{v_0} + \mathbf{y}_0 \frac{P}{v} \quad (41)$$

La intensidad  $\mathbf{i}_q$  se obtiene mediante la proyección del vector  $\mathbf{i}$  sobre el vector ortogonal de tensión  $\mathbf{u}_q$ . Dado que  $\mathbf{i}_q$  satisface la condición de ortogonalidad,

$$\mathbf{i}_p^T \cdot \mathbf{i}_q = 0 \quad (42)$$

se verifica la siguiente relación entre las normas instantáneas de las componentes de la intensidad,

$$i^2 = i_p^2 + i_q^2 \quad (43)$$



**Figura 6.** Descomposición de la intensidad de fase a para una carga de rectificadores monofásicos conectados en estrella según la teoría vectorial.

Así, la partición para la corriente propuesta no es arbitraria. Viene impuesta eléctricamente por las componentes necesarias para la descripción completa del proceso de transferencia instantáneo de energía entre fuente y carga. La influencia de las componentes de secuencia cero en el flujo de la potencia instantánea se explica sin dificultad a través del diagrama vectorial de la figura 5. El vector de intensidad  $\mathbf{i}_0$  afecta sólo a la intensidad activa instantánea. Si,  $\mathbf{i}_0 \neq 0$  y  $\mathbf{v}_0 = 0$ , entonces  $\mathbf{u} \equiv \mathbf{v}$ . La intensidad de secuencia cero es perpendicular al vector de tensión y no contribuye a la potencia real instantánea ( $p_u \equiv p$ ). Para  $\mathbf{i}_0 = 0$  y  $\mathbf{v}_0 \neq 0$ , la intensidad activa instantánea es perpendicular a  $\mathbf{v}_0$  ( $\mathbf{i}_p \equiv \mathbf{i}_{pv}$ ); así la tensión de secuencia cero no contribuye a la potencia real instantánea. Finalmente, se concluye que sólo si ambas componentes de secuencia cero existen,  $\mathbf{i}_0 \neq 0$  y  $\mathbf{v}_0 \neq 0$ , contribuyen a la transferencia de potencia instantánea ( $p_u = p + p_0$ ).

En la figura 6 se ha considerado la descomposición de la intensidad para la fase a de un sistema constituido por una carga de cuatro conductores formada por tres rectificadores monofásicos en estrella. Se observa como la intensidad de secuencia cero presenta un período de valor la tercera parte de aquel de la intensidad de fase.

## TEORÍA DE LA POTENCIA REACTIVA INSTANTÁNEA MODIFICADA

En 1994 se formula una teoría modificada de la potencia instantánea a partir de la definición de lo que se denomina potencia reactiva instantánea generalizada, [14], [18]. La teoría modificada es también aplicable a sistemas trifásicos de cuatro conductores y permite definir la potencia reactiva instantánea en cada fase de forma unívoca. Sin embargo, la potencia reactiva instantánea definida por la teoría modificada es diferente de aquella definida por la teoría original para sistemas trifásicos de cuatro conductores cuyas tensiones e intensidades incluyan componentes de secuencia cero. Por lo tanto, la teoría modificada será diferente en sus características de compensación respecto de la teoría original cuando ambas se aplican al control de un filtro activo sin elementos almacenadores de energía.

### 1. La potencia reactiva instantánea generalizada

Para un sistema de potencia trifásico, se parte del vector de tensiones instantáneas  $\mathbf{u}$  y el vector de intensidades instantáneas de línea  $\mathbf{i}$ , expresados ambos en forma vectorial. Así, la potencia real instantánea viene dada por el producto escalar de ambos vectores,

$$p(t) = \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{i} \quad (44)$$

Por otra parte, como novedad se define un nuevo vector instantáneo  $\mathbf{q}$  a través del producto vectorial de tensión e intensidad

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{u} \times \mathbf{i} \quad (45)$$

Este vector  $\mathbf{q}$  se define como vector potencia reactiva instantánea, y a su módulo  $q$  se designa como potencia reactiva instantánea.

La formulación propuesta establece que el vector de intensidades trifásico es la suma de dos componentes:

$$\mathbf{i} = \mathbf{i}_p + \mathbf{i}_q \quad (46)$$

donde

$\mathbf{i}_p$ : vector intensidad activa instantánea

$\mathbf{i}_q$ : vector intensidad reactiva instantánea

Cada vector componente viene definido por

$$\mathbf{i}_p = \frac{p(t)}{\mathbf{u}^T \cdot \mathbf{u}} \mathbf{u} \quad (47)$$

$$\mathbf{i}_q = \frac{\mathbf{q} \times \mathbf{u}}{\mathbf{u}^T \cdot \mathbf{u}} \quad (48)$$

La relación obtenida por el vector  $\mathbf{i}$  se deduce directamente de un conocido teorema del álgebra vectorial que establece que un vector  $\mathbf{i}$  puede ser determinado conocidos el producto escalar  $\mathbf{u}^T \cdot \mathbf{i}$  y el producto vectorial  $\mathbf{u} \times \mathbf{i}$  por un vector dado  $\mathbf{u}$ .

En este punto hay que decir que la intensidad activa instantánea  $i_p$ , actualmente denominada intensidad de potencia instantánea, es reclamada por Depenbrock [32] como el primer investigador en introducirla. No obstante, la forma aquí presentada es la debida a Rossetto-Tenti, [10], popularizada posteriormente por Willems, [11].

## 2. La teoría de la potencia reactiva instantánea modificada

La teoría modificada planteada en coordenadas 0- $\alpha$ - $\beta$ , y que por tanto, sigue un lenguaje análogo al utilizado por la teoría original, fue presentado por Kim-Akagi en 1997, [18]. Esta formulación define una potencia real instantánea  $p$  y tres potencias imaginarias instantáneas  $q_0$ ,  $q_\alpha$ ,  $q_\beta$  en la forma

$$\begin{bmatrix} p \\ q_0 \\ q_\alpha \\ q_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_0 & v_\alpha & v_\beta \\ 0 & -v_\beta & v_\alpha \\ v_\beta & 0 & -v_0 \\ -v_\alpha & v_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (49)$$

De la ecuación anterior se sigue

$$v_0 q_0 + v_\alpha q_\alpha + v_\beta q_\beta = 0 \quad (50)$$

El rango de la matriz de transformación (mapping matrix) en (49) es tres, así que el número de variables independientes entre  $q_0$ ,  $q_\alpha$  y  $q_\beta$  es dos. Como resultado, esto supone un espacio de potencia tridimensional semejante al referido en la teoría original. Sin embargo, las dos matrices de transformación definidas por (6) y (49) son diferentes en su formulación como se verá posteriormente. Siempre, es posible una transformación inversa en la forma

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{1}{v^2_{0\alpha\beta}} \begin{bmatrix} v_0 & 0 & v_\beta & -v_\alpha \\ v_\alpha & -v_\beta & 0 & v_0 \\ v_\beta & v_\alpha & -v_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q_0 \\ q_\alpha \\ q_\beta \end{bmatrix} \quad (51)$$

donde

$$v^2_{0\alpha\beta} = v_0^2 + v_\alpha^2 + v_\beta^2 \quad (52)$$

Ahora, ya es posible obtener unas expresiones explícitas para las intensidades instantáneas en cada fase a partir de (51). Así, se distinguen las componentes

$$i_0 = i_{0p} + i_{0q} \quad (53)$$

$$i_\alpha = i_{\alpha p} + i_{\alpha q} \quad (54)$$

$$i_\beta = i_{\beta p} + i_{\beta q} \quad (55)$$

donde

$i_{0p}$ : intensidad activa instantánea de secuencia cero

$i_{0q}$ : intensidad reactiva instantánea de secuencia cero

La ecuación (53) supone que la intensidad instantánea de secuencia cero,  $i_0$ , se puede dividir en dos intensidades,  $i_{0p}$ , e  $i_{0q}$ ; así es posible encontrar las siguientes relaciones de potencia:

$$p(t) = v_0 i_{0p} + v_\alpha i_{\alpha p} + v_\beta i_{\beta p} = p_{0p} + p_{\alpha p} + p_{\beta p} \quad (56)$$

$$0 = v_0 i_{0q} + v_\alpha i_{\alpha q} + v_\beta i_{\beta q} = p_{0q} + p_{\alpha q} + p_{\beta q} \quad (57)$$

En estas expresiones,  $p_{0p}$  y  $p_{0q}$  son referidas como,

$p_{0p}$ : potencia activa instantánea de secuencia cero

$p_{0q}$ : potencia reactiva instantánea de secuencia cero

La figura 7 describe el flujo de potencia basado en la teoría modificada. Está claro de (53)-(55) de que la teoría modificada está caracterizada por tratar de igual forma al circuito de fase cero, el circuito de fase  $\alpha$ , y el circuito de fase  $\beta$ . Esto supone que la intensidad de secuencia cero queda dividida en dos componentes, una activa y otra reactiva.

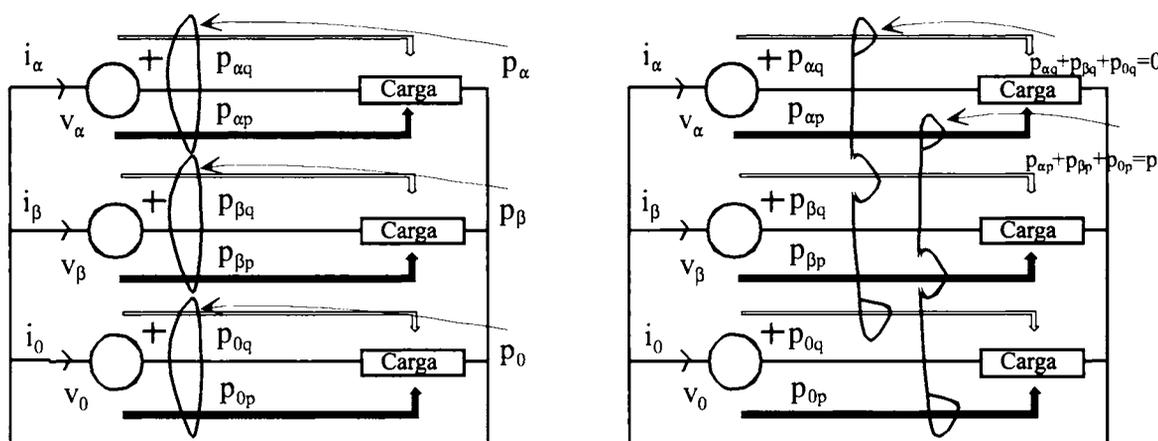


Figura 7. Flujo de potencia basado en la teoría de la potencia reactiva instantánea modificada.

### 3. Similitudes y diferencias entre la teoría modificada y la teoría original

La cuestión sobre las similitudes y las diferencias entre la teoría modificada y la teoría original se concentra en cómo tratan ambas el circuito de secuencia cero en un sistema trifásico de cuatro conductores, [19]. En esa situación existe una diferencia significativa en sus matrices de transformación. Por lo tanto, en lo que sigue se considerarán las cuatro combinaciones posibles respecto de  $v_0$  e  $i_0$ .

a) Caso de  $v_0 \neq 0$  e  $i_0 \neq 0$ .

La teoría original considera el circuito de secuencia cero como un circuito monofásico independiente del circuito de fase  $\alpha$  y del circuito de fase  $\beta$ , justamente como el método de las componentes simétricas.

En un circuito monofásico, es posible definir la potencia activa instantánea como el producto de la tensión y la corriente instantánea. Por otro lado, sería imposible definir de forma única una potencia reactiva instantánea en un instante de tiempo. La teoría original trata a la corriente de secuencia cero,  $i_0$ , como una intensidad activa instantánea porque el circuito de secuencia cero forma una potencia activa instantánea,  $p_0 = v_0 i_0$ , cuando  $v_0 \neq 0$ . Por ello ninguna intensidad reactiva instantánea existe en el circuito de secuencia cero.

La teoría modificada trata de la misma manera el circuito de secuencia cero, el circuito de fase  $\alpha$ , y el circuito de fase  $\beta$ . Esto supone que la corriente de secuencia cero,  $i_0$ , puede ser dividida en intensidad activa instantánea de secuencia cero,  $i_{0p}$ , e intensidad reactiva instantánea de secuencia cero,  $i_{0q}$ . No obstante, la teoría original y la teoría modificada asignan el mismo significado eléctrico a la potencia reactiva instantánea en cada fase.

b) Caso de  $v_0 = 0$  e  $i_0 = 0$ .

La teoría original y la teoría modificada son idénticas en un sistema trifásico de tres conductores que excluya la tensión de secuencia cero.

c) Caso de  $v_0 = 0$  e  $i_0 \neq 0$ .

Si  $v_0 = 0$ ,  $p_0$  es siempre cero, independientemente de la existencia de  $i_0$ . Para la teoría original  $i_0$  es simplemente una intensidad instantánea en el circuito de secuencia cero cuando  $v_0 = 0$ , aunque sea referida como intensidad activa instantánea en el circuito de secuencia cero cuando  $v_0 \neq 0$ . Por otro lado, la teoría modificada divide  $i_0$  en  $i_{0p}$  e  $i_{0q}$ . Si  $v_0 = 0$ , es claro que  $i_{0p} = 0$ , por lo que  $i_0 = i_{0q}$ . Por lo tanto, la teoría modificada mantiene que  $i_0$  es una intensidad reactiva instantánea cuando  $v_0 = 0$ . Sin embargo, la experiencia demuestra que no es necesario ningún elemento almacenador de energía en un filtro activo para compensar  $i_0$  cuando  $v_0 = 0$ .

d) Caso de  $v_0 \neq 0$  e  $i_0 = 0$ .

Para esta situación la teoría modificada produce

$$i_0 = i_{0p} + i_{0q} = 0 \quad (58)$$

$$i_{0p} = -i_{0q} \quad (59)$$

así que divide  $i_0$  en  $i_{0p}$  e  $i_{0q}$  incluso en un sistema trifásico de tres conductores que incluya tensión de secuencia cero. Sin embargo, es imposible controlar  $i_{0p}$  e  $i_{0q}$  independientemente, ya que no circula corriente de secuencia cero en un sistema de tres conductores.

## DE NUEVO EL ENFOQUE ALGEBRAICO

El enfoque algebraico presentado por Ferrero, Superti-Furga, [9], basado en los vectores de Park no resuelve por completo el análisis de la potencia para sistemas trifásicos de cuatro conductores. En este caso la componente de secuencia cero debe ser tratada de forma independiente. Un intento de extender el uso de cantidades complejas para el análisis de este tipo de sistemas fue propuesto por Cristaldi-Ferrero en [22] mediante la introducción de los cuaterniones (cantidades hipercomplejas definidas al final del siglo XIX por sir Hamilton), pero que no terminaba de resolver el problema de la representación de cualquier sistema de cuatro conductores genérico (en el sentido Depenbrock). En el año 2000, Ferrero, Giuliani y Willems, [20], firman un artículo donde introducen una matriz de transformación ortogonal basada en una generalización de las componentes de Clarke, que extiende las propiedades de la formulación anterior a sistemas de cuatro conductores genéricos.

En un sistema genérico de cuatro conductores es posible transformar cualquier vector de tensión o intensidad en la forma

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_z \\ u_0 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} u_{L1} \\ u_{L2} \\ u_{L3} \\ u_{L4} \end{bmatrix} \quad (60)$$

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_z \\ i_0 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ i_{L3} \\ i_{L4} \end{bmatrix} \quad (61)$$

donde las coordenadas de fase se transforman según la matriz ortogonal

$$[T]^{-1} = [T]^T = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & -\frac{3}{2\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (62)$$

Las tensiones que aparecen en (60) son las tensiones de fase de cada uno de los cuatro conductores respecto un neutro virtual construido con cuatro impedancias iguales. Igualmente, las intensidades de (61) corresponden a las intensidades de línea de cada conductor.

La suma de las intensidades de línea es siempre igual a cero. Lo mismo se aplica a las tensiones de fase medidas respecto a la estrella virtual, luego,

$$u_0(t) = 0 \quad ; \quad i_0(t) = 0 \quad \forall t \quad (62)$$

El sistema de cuatro conductores puede, por tanto, ser representado por sólo tres tensiones y tres intensidades linealmente independientes de la transformación. Si se considera un espacio tridimensional ortogonal, se pueden definir los siguientes vectores,

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_d(t) \\ u_q(t) \\ u_z(t) \end{bmatrix} \quad ; \quad \mathbf{i} = \begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_q(t) \\ i_z(t) \end{bmatrix} \quad (63)$$

Si se considera un sistema de tres conductores, y las tensiones son medidas respecto un neutro artificial,  $u_z = 0$  e  $i_z = 0$ , y (63) se reduce a los vectores de Park de tensión e intensidad en el plano d-q.

El enfoque algebraico propuesto en [9] es entonces extendido, y se emplean los números hipercomplejos (cuaterniones) para representar los vectores (63),

$$\mathbf{u}(t) = u_d \mathbf{v}_x + u_q \mathbf{v}_y + u_z \mathbf{v}_z \quad (64)$$

$$\mathbf{i}(t) = i_d \mathbf{v}_x + i_q \mathbf{v}_y + i_z \mathbf{v}_z \quad (65)$$

Este enfoque tiene interés ya que permite tanto un enfoque geométrico, [15] como un enfoque algebraico, [22] de la potencia eléctrica.

La potencia hipercompleja viene dada por:

$$\mathbf{a}(t) = \mathbf{u}(t) \cdot \mathbf{i}(t) = a_s(t) + a_x \mathbf{v}_x + a_y \mathbf{v}_y + a_z \mathbf{v}_z \quad (66)$$

donde

$$a_s(t) = u_d(t)i_d(t) + u_q(t)i_q(t) + u_z(t)i_z(t) \quad (67)$$

$$a_d(t) = u_z(t)i_q(t) - u_q(t)i_z(t) \quad (68)$$

$$a_q(t) = u_d(t)i_z(t) - u_z(t)i_d(t) \quad (69)$$

$$a_z(t) = u_q(t)i_d(t) - u_d(t)i_q(t) \quad (70)$$

En las expresiones que van de (67) a (70), pueden reconocerse la potencia instantánea en la componente escalar  $a_s(t)$  y las componentes de la potencia reactiva instantánea en el resto de las componentes d-q-z.

## APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE LA POTENCIA INSTANTÁNEA A LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL PARA LA COMPENSACIÓN DE LA CARGA SIN ELEMENTOS ALMACENADORES DE ENERGÍA

Desde su origen la teoría de la potencia instantánea ha estado ligada a la búsqueda de estrategias de compensación en el control de los filtros activos de potencia. Podría decirse incluso que su origen vino motivado

principalmente por las necesidades que el diseño del control de aquellos exigía en el caso de cargas trifásicas no lineales, [3-5].

En el lenguaje de la teoría original, las potencias intercambiadas por la carga se dividen en dos componentes,

$$p_{L_{\alpha\beta}} = p_{L_{dc}} + p_{L_{ac}} \quad (71)$$

$$q_{L_{\alpha\beta}} = q_{L_{dc}} + q_{L_{ac}} \quad (72)$$

donde

$p_{L_{dc}}, q_{L_{dc}}$ : componentes de valor constante

$p_{L_{ac}}, q_{L_{ac}}$ : componentes de frecuencia

Un filtro paso-bajo sería capaz de discernir entre una componente de potencia u otra.

Un acondicionador activo de potencia (filtro activo) conectado en paralelo con la carga inyectará unas corrientes de compensación determinadas por las intensidades de referencia del circuito de control, figura 8.

Para un sistema trifásico de tres conductores las intensidades del compensador son,

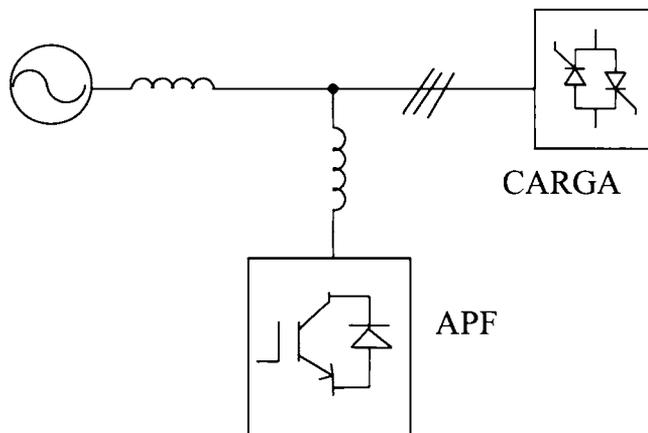
$$\begin{bmatrix} i_{ca}^* \\ i_{cb}^* \\ i_{cc}^* \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & \sqrt{3} \\ 2 & 2 \\ -1 & -\sqrt{3} \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\alpha} & v_{\beta} \\ -v_{\beta} & v_{\alpha} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} p^* \\ q^* \end{bmatrix} \quad (73)$$

donde

$p^*$ : potencia real instantánea de referencia

$q^*$ : potencia imaginaria instantánea de referencia

La función específica de compensación del acondicionador activo está decidida por los términos para  $p^*$  y  $q^*$  del lado derecho de (71) y (72) que se incluyan. En otras palabras, el acondicionador activo shunt puede compensar no sólo armónicos sino también potencia reactiva y componentes de secuencia negativa de acuerdo a sus objetivos de control.



**Figura 8.** Circuito trifásico a cuatro conductores con un filtro activo de potencia actuando como compensador.

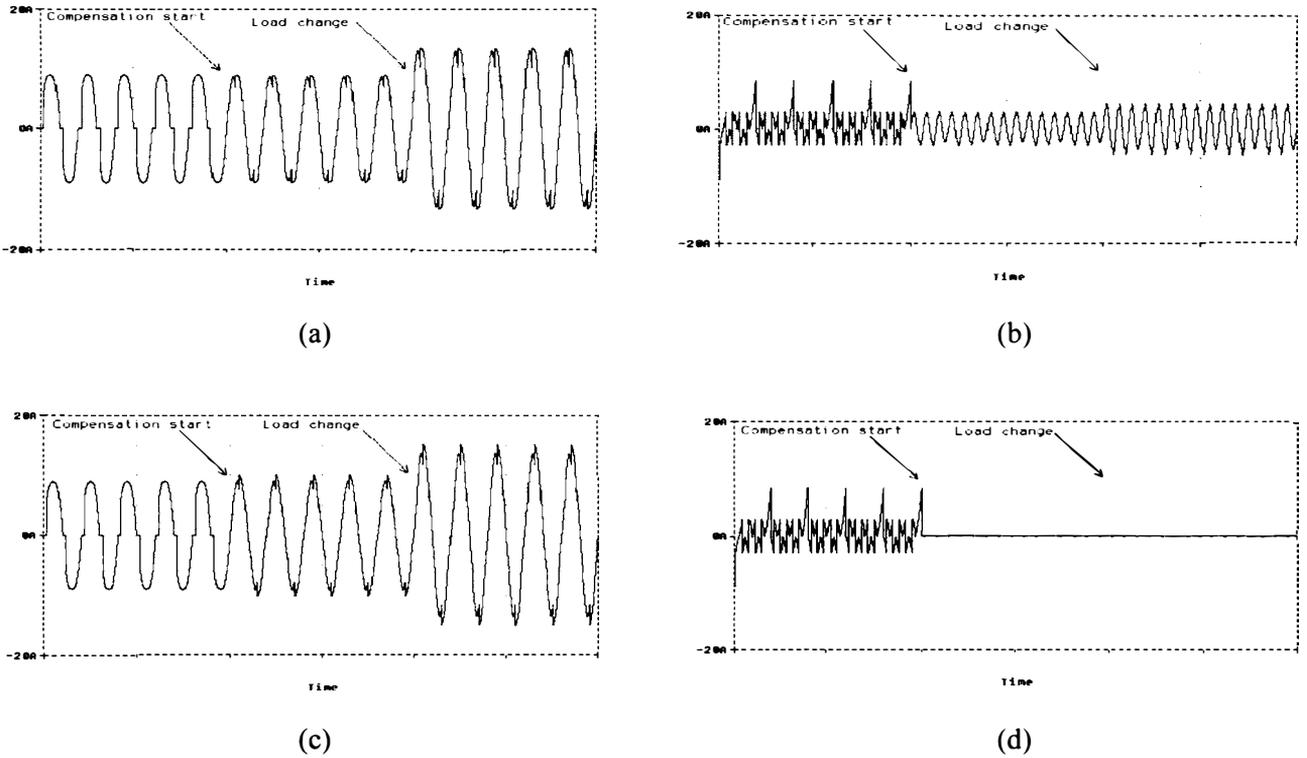
Si se realiza un análisis sobre compensación en un sistema trifásico de cuatro conductores, donde pueda existir una tensión de secuencia cero, a través de la teoría de la potencia reactiva instantánea original y la teoría modificada se siguen las siguientes conclusiones, [19]: Cuando  $v''=0$ , la estrategia de control basada en la teoría modificada es idéntica a aquella basada en la teoría original; por tanto, ambas tienen las mismas características de compensación. Cuando  $v'' \neq 0$ , ambas teorías dan lugar a diferentes estrategias de control, de donde resultan distintas características de compensación. En particular, la teoría modificada no puede compensar completamente la intensidad de secuencia cero,  $i_{c0} \neq i_{L0}$ .

En [24-25] se efectúa un ulterior análisis sobre distintas estrategias de control mediante filtros activos shunt a la luz de la que aquí se ha denominado teoría vectorial de la potencia instantánea. Allí se distinguen dos criterios de compensación posibles en los sistemas trifásicos de cuatro conductores: uno basado en el concepto de valor instantáneo y el otro en el concepto de valor promediado en el tiempo. Según el primero de ellos, la intensidad reactiva instantánea se reduce sin alterar la potencia activa instantánea (compensación instantánea). Por otra parte, según el segundo concepto es la intensidad no activa quien se reduce a cero sin alterar la potencia media (compensación de promedio). Cuando existe la componente de tensión de secuencia cero, ambos criterios no permiten eliminar totalmente la corriente de neutro. Ante esta situación es posible distinguir dos enfoques. El primero de ellos es eliminar la intensidad reactiva instantánea o la intensidad no activa (según el método de compensación), aunque circulará corriente por el neutro. El segundo enfoque consiste en eliminar la intensidad pseudoreactiva instantánea o la intensidad pseudo-no-activa, que sí permitirá eliminar totalmente la intensidad de neutro. La tabla I resume los dos tipos de compensación y los dos enfoques establecidos.

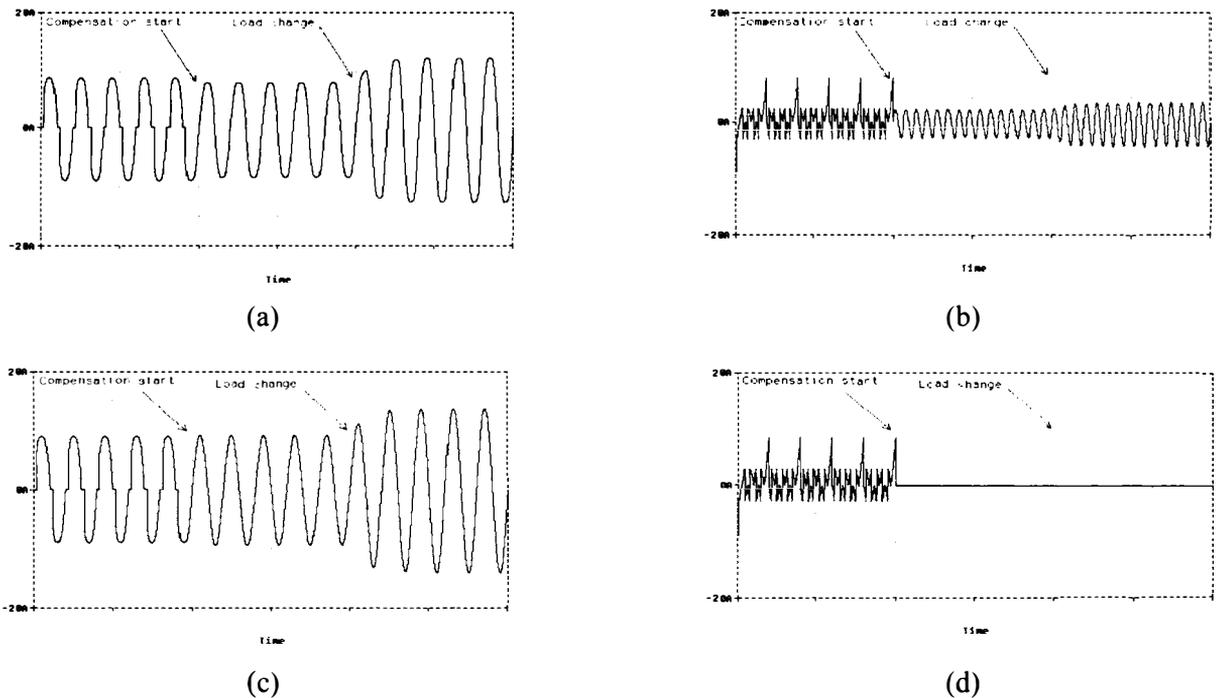
Las figuras 9 y 10 incluyen los resultados prácticos correspondientes a los dos enfoques de compensación. Se trata de un sistema trifásico a cuatro conductores con tensión de fuente desequilibrada y no senoidal. La carga consiste en una configuración en estrella donde cada rama de la estrella está formada por dos SCRs antiparalelos en serie con una resistencia. El valor de la resistencia cambia transcurrido un tiempo determinado para comprobar su respuesta dinámica. La figura 9 muestra las formas de onda resultantes de la compensación instantánea según los dos enfoques. La figura 9(a), presenta la intensidad de fuente en la fase a en el caso de compensación instantánea sin eliminar la componente de secuencia cero de intensidad (primer enfoque). La figura 9(b) muestra la intensidad de neutro para esta situación. Las figuras 9(c) y 9(d) muestran las formas de onda resultantes para el segundo enfoque. Cuando el compensador se conecta, la intensidad de neutro se anula para cualquier condición de la carga.

**TABLA I.** Diferentes estrategias de compensación con filtros activos.

| TIPOS DE COMPENSACIÓN  | PRIMER ENFOQUE<br>$i_{s0} \neq 0$            | SEGUNDO ENFOQUE<br>$i_{s0} = 0$                      |
|--|--|--|
| COMPENSACIÓN INSTANTÁNEA<br>Compensación sin elementos almacenadores de energía, $p_c(t)=0$                        | $i_s = \frac{p_u}{u^2} u$<br>$i_c = i - i_s$ | $i_{s_v} = \frac{p_u}{v^2} v$<br>$i_c = i - i_{s_v}$ |
| COMPENSACIÓN DE VALOR MEDIO<br>Compensación sin elementos almacenadores de energía, $p_c(t) \neq 0, < p_c(t) >= 0$ | $i_s = \frac{P}{U^2} u$<br>$i_c = i - i_s$   | $i_{s_v} = \frac{P}{V^2} v$<br>$i_c = i - i_{s_v}$   |



**Figura 9.** Formas de onda antes/después de la compensación instantánea. (a) intensidad de fuente de la fase a para el primer enfoque. (b) intensidad de neutro. (c) intensidad de fuente de la fase a para el segundo enfoque. (d) intensidad de neutro.



**Figura 10.** Formas de onda antes/después de la compensación de valor medio. (a) intensidad de fuente de la fase a para el primer enfoque. (b) intensidad de neutro. (c) intensidad de fuente de la fase a para el segundo enfoque. (d) intensidad de neutro.

La figura 10 muestra las formas de onda resultantes para la compensación de valor medio con los dos enfoques. La figura 10(a) presenta la intensidad de fuente en la fase a sin cancelación completa de la componente de secuencia cero (primer enfoque). La figura 10(b) muestra, para el primer enfoque, la intensidad de neutro antes y después de la compensación. La figura 10(c) muestra la intensidad de fuente con eliminación de componente de secuencia cero (segundo enfoque). Finalmente, en la figura 10(d) aparece la intensidad de neutro para el segundo enfoque.

## CONCLUSIONES

En este documento se ha efectuado un recorrido de las formulaciones de la potencia reactiva instantánea para sistemas trifásicos de cuatro conductores en las condiciones más generales de asimetría y distorsión. Se comenzó, exponiendo los fundamentos de la teoría de Akagi-Nabae, [1-2], a la que se denominó teoría original por ser la primera en el mundo que introdujo el concepto de potencia reactiva instantánea en sistemas trifásicos. Siguió un análisis de las formulaciones más significativas por su trascendencia, que aparecieron con posterioridad, [5-22]. De la exposición realizada se deduce que las formulaciones de la teoría modificada de Kim-Peng-Lai, o el enfoque último de Ferrero-Cristaldi-Giuliani con la introducción del vector de Park generalizado, presentan en esencia el mismo esquema que la teoría original: una transformación matemática que permite encontrar tres componentes independientes de intensidad, a partir de las cuales es posible explicar el flujo de potencia entre fuente y carga. También en estos años han aparecido otras formulaciones que han sido menos conocidas y de las que se hace constancia en las referencias, [29-32]. En cualquier caso, la teoría original y la teoría vectorial son las únicas que permiten compensar completamente la intensidad de neutro incluso en un sistema trifásico de cuatro conductores que incluya tensión de secuencia cero, mediante un compensador sin elementos almacenadores de energía. De igual forma, dado que la teoría de la potencia reactiva instantánea surgió a partir de la búsqueda de estrategias de control para los compensadores basados en filtros activos de potencia, en este documento se presentaron las bases para la obtención de las intensidades de referencia para el diseño del control de un acondicionador activo de potencia paralelo sin elementos almacenadores de energía.

Finalmente, se resumen las conclusiones indicando los puntos más relevantes:

- La teoría de la potencia reactiva instantánea es aplicable a circuitos trifásicos de tres conductores y circuitos trifásicos de cuatro conductores.
- Igualmente, permite definir una potencia reactiva instantánea en cada fase como una expresión única para formas de onda arbitrarias de tensión e intensidad trifásicas con un significado eléctrico concreto.
- La teoría de la potencia reactiva instantánea original considera el circuito de secuencia cero como un circuito monofásico independiente del circuito de fase  $\alpha$  y del circuito de fase  $\beta$ .
- Permite encontrar una estrategia de control para un filtro activo sin elementos almacenadores de energía (compensación instantánea) que elimina la intensidad de secuencia cero y la potencia reactiva instantánea en cada fase.
- La teoría de la potencia reactiva instantánea modificada trata el circuito de secuencia cero, el circuito de fase  $\alpha$  y el circuito de fase  $\beta$  en igualdad de condiciones.
- La teoría vectorial permite una formulación en coordenadas de fase a-b-c considerando el circuito de fase cero de forma independiente de la misma forma que la teoría original.

## REFERENCIAS

- [1] Akagi H; Kanazawa Y; Nabae A. "Generalized theory of the instantaneous reactive power in three-phase circuits". Proc. IEEJ International Power electronics Conference (IPEC-Tokio), pp 1375-1386, 1983.
- [2] Akagi H; Kanazawa Y; Nabae A. "Instantaneous Reactive Power Compensators Comprising Switching Devices Without Energy Storage Components". IEEE Trans on Industry Applications, vol. IA-20, No. 3 pp 625-630 May/June 1984.
- [3] Akagi H.; Nabae A.; Atoh S. "Control Strategy of Active Power Filters Using Multiple Voltage-Source PWM Converters". IEEE Trans. Ind. Applicat., vol. IA-22, no. 3, pp. 460-465, May/June 1986.
- [4] Aredes M, Watanabe E H. "New Control Algorithms for Series and Shunt Three-Phase Four-Wire Active Power Filters", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 10, No. 3, Julio 1995.

- [5] Cavallini A, Montanari G C. "Compensation strategies for shunt active-filter control", *IEEE Trans. on Power Electronics*, Vol. 9, No. 6, November 1994.
- [6] Furuhashi T; Okuma S; Uchikawa Y. "A study on the Theory of Instantaneous Reactive Power". *IEEE Trans. on Industrial Electronics*. vol.37 No.1 pp 86-90 February 1990.
- [7] Salmerón P, Montaña J. C. "Simulación de las Componentes Reactivas Instantáneas de Intensidad en Cargas Trifásicas no Lineales". III Jornadas Hispano Lusas de Ingeniería Eléctrica, vol. IV, Julio 1993.
- [8] Takahashi I. "Analysis of Instantaneous Current and Power Using Space Switching functions". in Conf. Rec. IEEE/PESC, pp 42-49 April 1988.
- [9] Ferrero A; Superti-Furga G. "A New Approach to the Definition of Power Components in Three-Phase Systems under Nonsinusoidal Conditions". *IEEE Trans. on Instrum. and measurement*, vol 40 No.3 pp 568-577 June 1991.
- [10] Rossetto L; Tenti P. "Using AC-Fed PWM Converters as Instantaneous Reactive Power Compensators". *IEEE trans. on Power Electronics*, vol.7, No.1, pp 224-229. January 1992.
- [11] Willems J. L. "A New Interpretation of The Akagi-Nabae Power Components for Nonsinusoidal Three-Phase Situations". *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, vol. 41, No. 4, August 1992.
- [12] Nabae A, Nakano H, Togasawa S. "An instantaneous distortion current compensator without any coordinate transformation". *Proc. IEEJ, Internatinal Power electronics Conference (IPEC-Tokio)*, pp 1651-1655, 1995.
- [13] Nabae A., Tanaka T. "A New Definition of Instantaneous Active-Reactive Current and Power Based on Instantaneous Space Vectors on Polar Coordinates in Three-Phase Circuits", *IEEE Trans. Pow. Delivery*, vol. 11, pp. 1238-1243, July 1996.
- [14] Peng F Z, Lai J S. "Harmonic and Reactive Power Compensation Based on the Generalized Instantaneous Reactive Power Theory for Three-Phase Four-Wire Systems", *IEEE Trans. Pow. Electron.*, vol. 13, pp. 1174-1181, Nov. 1998.
- [15] Willems J L. "Mathematical Foundations of the Instantaneous Power Concepts: A Geometrical Approach", *ETEP*, vol. 6, pp. 299-303, Sept/Oct. 1996.
- [16] Salmerón P, Montaña J C. "Instantaneous power components in polyphase systems under nonsinusoidal conditions", *IEE Proc.-Sci. Meas. Technol.*, vol. 143, pp. 151-155, March 1996.
- [17] Montaña J C, Salmerón P. "Instantaneous and full compensation in three-phase systems", *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 13, pp. 1342-47, Oct. 1998.
- [18] Kim H, Akagi H. "The instantaneous Power Theory Based on Mapping Matrices in Three-Phase Four-Wire Systems", *Proc. 1997 IEEE/IEEJ Power Conversion Conf. (Nagaoka)*, pp. 361-366.
- [19] Akagi H, Ogasawara S, Kim H. "The Theory of Instantaneous in Three-Phase Four-Wire Systems: A Comprehensive Approach", Presented at IEEE IAS Annu. Meeting, 1999, pp. 431-439.
- [20] Ferrero A, Giuliani L, Willems J L. "A new space-vector transformation for four-conductor systems". *ETEP Vol 10, No. 3, May/June 2000*.
- [21] Montaña J C, Salmerón P. "Identification of Instantaneous current components in three-phase systems". *IEE Proc. Science, Measurement and Technologies*, vol 146, nº 5, Septiembre 1999, pp: 227-233
- [22] Cristaldi L., Ferrero A. "Mathematical Foundations of the instantaneous power concepts: an algebraic approach". *ETEP*, Vol. 6, No. 5 1996, pp: 305-309.
- [23] Depenbrock M. "Quantities of a multiterminal circuit determined on the basis of Kirchoff's laws". *ETEP*, Vol. 8, No. 4, 1998, pp: 249-257.
- [24] Montaña J C, Salmerón P, Prieto J. "Principles of instantaneous compensation in three-phase circuits with active power filter". *Proc. of PCIM2000, Power Conversion, Intelligent Motion, Power Quality, PCIM 2000. Nurnberg, Alemania, Junio 2000*. pp: 57-62.
- [25] Montaña J C, Salmerón P. "Different approaches for compensation in three-phase four wire circuits with active power filers". *Proc. Melecon 2000. Cypros, Junio 2000*. Vol III, pp: 920-923.
- [26] Wilson L. R.; Gelopulos D. "Component Transformations - Eigenvalue Analysis Succinctly Defines Their Relationships". *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-101, No. 10, October 1982.
- [27] Kuster N. L.; Moore W. J. M. "On the Definition of Reactive Power Under Non-Sinusoidal Conditions". *IEEE. Trans. on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-99, No. 5 Sept/oct 1980.
- [28] Czarnecki L. S. "Orthogonal Decomposition of the Currents in a 3-Phase Nonlinear Asymmetrical Circuit with a Nonsinusoidal Voltage Source". *IEEE Trans. on Intrumentation and Measurement*, vol. 37, No. 1, March 1988.
- [29] Nabae A. Cao L., Tanaka T. "A universal theory of instantaneous active/reactive current and power including zero sequence component". *Proc. Of 7<sup>th</sup> ICHQP*, pp 90-95, Oct 96.
- [30] Gengyin L., Zhiye Ch., Xinwel W., Yihan Y. "An avanced active power filter based on generalized instantaneous reactive power theory in d-q-0 coordinates". *ICEE'96 Proc. Of the International conference on Electrical Engineering*, Vol. 1, Bijing, China, 1996.
- [31] Komatsu Y., Kawabata T. "Control of three phase active power filter using the extension pq theory". *PEMC'98, Proc. Vol. V*, pp 66-71, Praga, Rep. Checa, 1998.
- [32] Depenbrock M. "The FBD method, a generally applicable tool for analyzing power relations". *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 8, No. 2, May 1993.

## **PERTURBACIONES Y RENDIMIENTO DE LA RED**

*Luis Ignacio Eguiluz Morán*

Dpto. de Ingeniería Eléctrica y Energética. Universidad de Cantabria.

*Se presentan las propuestas de descomposición de la potencia aparente, tanto en redes monofásicas como trifásicas, presentadas por el Grupo de Trabajo de IEEE para situaciones no-sinusoidales; su principal objetivo era su aplicación a una nueva filosofía de la facturación de la energía eléctrica; su mayor acierto reside en la formulación entre las relaciones de las potencias aparentes y las tasas de distorsión armónica, tanto de la tensión como de la corriente. En la descomposición de redes trifásicas, se introduce la potencia aparente de desequilibrio, relacionada -muy directamente- con las componentes inversa y homopolar de las magnitudes de la red. Sin embargo, para circuitos trifásicos a cuatro hilos, no se tiene en cuenta la influencia de la corriente del neutro, originándose los correspondientes errores en el cómputo de la potencia aparente; como solución a esta deficiencia se ha definido otra intensidad equivalente que considera el valor de la corriente del neutro.*

*Se presenta una formulación de las pérdidas en la línea, relacionándolas con el factor de potencia equivalente, quedando de manifiesto que definiciones clásicas, como la potencia aparente vector o la eficaz, no son adecuadas para el cómputo energético de las redes trifásicas.*

### **INTRODUCCIÓN**

A partir de 1991, los estudios en esta materia, se han centrado en el establecimiento del flujo de potencia en redes trifásicas en régimen no-sinusoidal o desequilibrado sinusoidal, ya que existen distintas expresiones para totalizar el balance de los componentes de potencia de las distintas fases, y diferentes estrategias para su formulación.

El Grupo de Trabajo de IEEE de situaciones no-sinusoidales ha expuesto unas propuestas de flujos de potencia que ha originado una viva polémica entre distintos especialistas [1]. Resulta, particularmente, significativa la procedencia de los miembros de este equipo: ingenieros de compañías eléctricas y de centros de investigación, técnicos de empresas fabricantes de equipos de facturación de energía eléctrica, y profesores universitarios. El equilibrio entre las profesiones de los integrantes de este Grupo garantiza, de una parte, la solvencia técnico-científica de sus propuestas y, de otra, la inmediata aplicación de sus trabajos a una nueva filosofía de la facturación de la energía eléctrica.

Nuestro Grupo de Trabajo del Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética de la Universidad de Cantabria, ha desarrollado algunos estudios relacionados con el rendimiento de redes trifásicas en distintos

regímenes de funcionamiento, demostrando la relación existente entre el factor de potencia, obtenido a partir de la potencia aparente equivalente y las pérdidas en el transporte. Concretamente, se han analizado los efectos de lo que se ha definido como *factorización*, es decir, la descomposición del factor de potencia en términos parciales; la principal ventaja de la factorización consiste en que refleja la incidencia cuantitativa de cada perturbación simple en la disminución del rendimiento de la red [2-5].

En este texto, se ha intentado utilizar la notación empleada, por los diversos autores, en las obras indicadas en las referencias.

### POTENCIA EN REDES MONOFÁSICAS SEGÚN EL IEEE WORKING GROUP

El IEEE Working Group on Nonsinusoidal Situations presenta en [1] la descomposición de la potencia aparente de una red monofásica en régimen no-sinusoidal.

Sea  $v(t)$  la tensión aplicada

$$v(t) = V_0 + \sqrt{2} \sum_{h \neq 0}^{\infty} V_h \text{sen}(h\omega t + \alpha_h) \quad (1)$$

$i(t)$  es la intensidad consumida por la red:

$$i(t) = I_0 + \sqrt{2} \sum_{h \neq 0}^{\infty} I_h \text{sen}(h\omega t + \beta_h) \quad (2)$$

Los valores eficaces de  $V$  e  $I$ , resultan:

$$V = \sqrt{\sum_{h=0}^{\infty} V_h^2} \quad (3)$$

$$I = \sqrt{\sum_{h=0}^{\infty} I_h^2} \quad (4)$$

Se descomponen los valores eficaces en dos términos: componente fundamental y resto de frecuencias:

$$V^2 = V_1^2 + V_H^2 \quad (5)$$

$$I^2 = I_1^2 + I_H^2 \quad (6)$$

Nótese que  $V_H$  ,  $I_H$  incluyen las componentes de corriente continua, si las hubiera; efectivamente:

$$V_H^2 = \sum_{h \neq 1}^{\infty} V_h^2 \quad (7)$$

$$I_H^2 = \sum_{h \neq 1}^{\infty} I_h^2 \quad (8)$$

El cuadrado de la potencia aparente, resulta:

$$S^2 = (VI)^2 = (V_1 I_1)^2 + (V_1 I_H)^2 + (V_H I_1)^2 + (V_H I_H)^2 \quad (9)$$

La potencia aparente  $S$ , se descompone en la potencia aparente fundamental  $S_1$ , y la potencia aparente no fundamental  $S_N$ :

$$S^2 = S_1^2 + S_N^2 \quad (10)$$

La potencia aparente  $S_1$  se descompone en  $(P_1, Q_1)$ , que son las potencias activa y reactiva clásicas de componente fundamental, respectivamente.

$$S_1^2 = (V_1 I_1)^2 = P_1^2 + Q_1^2 \quad (11)$$

$S_N$ , está constituida por el resto de términos de (9):

$$S_N^2 = (V_1 I_H)^2 + (V_H I_1)^2 + (V_H I_H)^2 \quad (12)$$

Por último, la potencia aparente puede descomponerse –globalmente– en la potencia activa  $P$  y la no-activa  $N$ :

$$S^2 = (VI)^2 = P^2 + N^2 \quad (13)$$

Los términos que integran la potencia aparente no-fundamental  $S_N$ , pueden definirse:

- $S_{1H} = V_1 I_H$ : potencia aparente de distorsión de corriente.
- $S_{H1} = V_H I_1$ : potencia aparente de distorsión de tensión.
- $S_H = V_H I_H$ : potencia aparente armónica.

La potencia aparente armónica es la única que puede contener potencia activa:

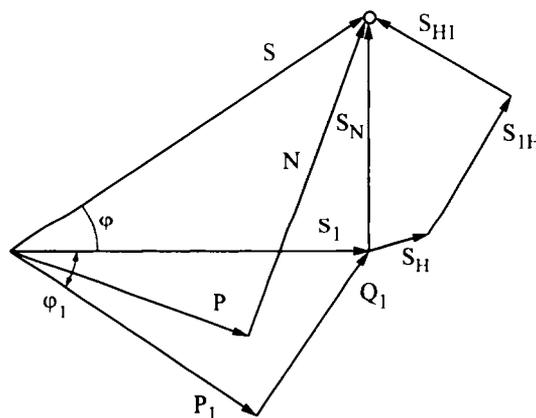
$$S_H^2 = (V_H I_H)^2 = P_H^2 + N_H^2 \quad (14)$$

siendo

$$P_H = \sum_{h \neq 1}^{\infty} V_h I_h \cos \theta_h \quad (15)$$

Nótese que  $(P_1 + P_H)$  es la potencia activa.

La figura 1, representa la descomposición de las potencias definidas.



**Figura 1.** Flujo de potencias en redes monofásicas, según IEEE.

Si se divide por  $S_1$  la expresión (12), resulta:

$$\left(\frac{S_N}{S_1}\right)^2 = \left(\frac{I_H}{I_1}\right)^2 + \left(\frac{V_H}{V_1}\right)^2 + \left(\frac{V_H I_H}{V_1 I_1}\right)^2 \quad (16)$$

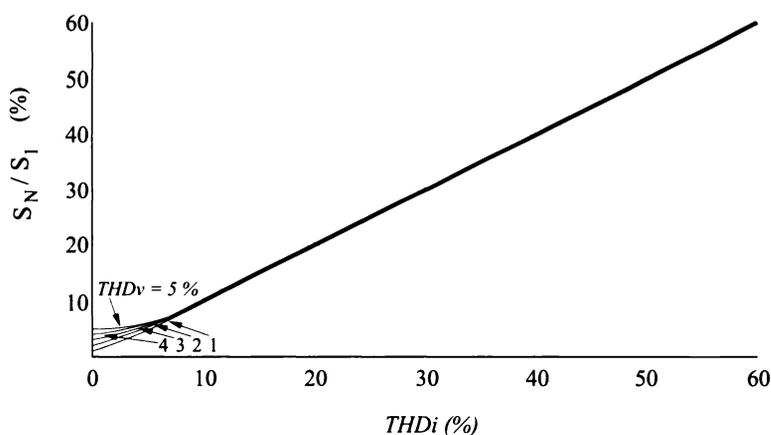
Como  $I_H / I_1 = THDi$  y  $V_H / V_1 = THDv$ , se obtiene:

$$\left(\frac{S_N}{S_1}\right)^2 = (THDi)^2 + (THDv)^2 + (THDi THDv)^2 \quad (17)$$

(17) muestra la correspondencia entre  $S_N / S_1$  y las distorsiones de corriente y de tensión.

Normalmente, el valor del THDv oscila del 1 al 3%, aunque la normativa de CIGRE adopta como límite admisible, en baja y media tensión, el 8%; por el contrario, la distorsión de la corriente, especialmente en receptores de baja tensión, puede alcanzar valores muy superiores, incluso algunas cargas no-lineales de baja potencia -como ordenadores o lámparas fluorescentes compactas- pueden llegar a valores superiores al 150%.

La figura 2, representa  $S_N / S_1$  en función de THDi, quedando de manifiesto que, a partir de un 10% de la distorsión de corriente y para un THDv menor del 5%, su dependencia del valor de la distorsión de tensión resulta despreciable.



**Figura 2.** Valor de  $S_N/S_1$  (%) en función de las distorsiones de tensión y corriente.

Si la expresión (17) se simplifica, despreciando el último término, se obtiene:

$$\frac{S_N}{S_1} \approx \sqrt{(THDi)^2 + (THDv)^2} \quad (18)$$

La figura 3, representa el error, en porcentaje, cometido al calcular  $S_N / S_1$  aplicando (18). Se observa que aún para una distorsión de la tensión del 8%, el error se estabiliza en un valor del 0,31%.

En muchos casos, resulta suficiente la aproximación:

$$\frac{S_N}{S_1} \approx THDi \quad (19)$$

La figura 4, muestra el error cometido al aplicar (19). Esta aproximación resulta adecuada para valores elevados de la distorsión de la corriente, ya que el error disminuye con la misma.

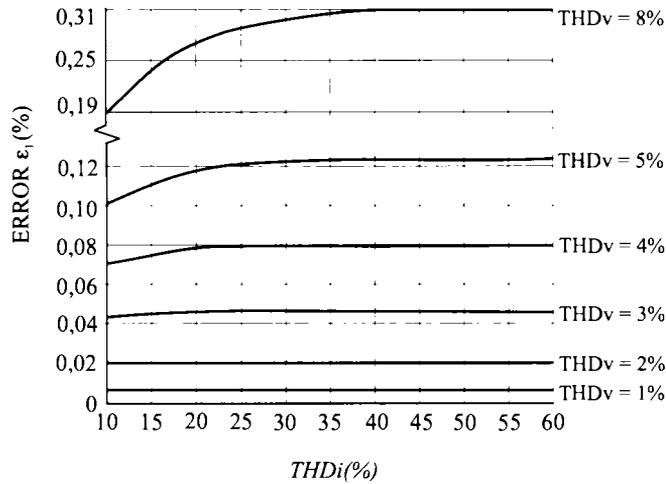


Figura 3. Error cometido en el cálculo de  $S_N/S_I$ , al despreciar el último término.

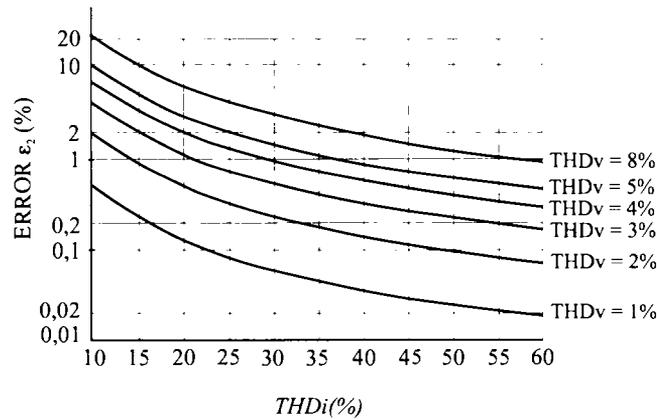


Figura 4. Error cometido en el cálculo de  $S_N/S_I$ , al considerar  $S_N/S_I \approx THDi$ .

La tabla I, indica el valor exacto de  $S_N/S_I$  (%) para una distorsión de la tensión del 8%, y los errores cometidos al aplicar las aproximaciones dadas por las expresiones (18) y (19); se designa  $\epsilon_1$  el error al aplicar (18) y  $\epsilon_2$  el cometido al considerar (19). Se ha adoptado el valor de  $THDv$  del 8% por ser el límite superior de la distorsión de tensión admisible, en MT y BT, según la Normativa de CIGRE.

Se observa, como reflejan las figuras 3 y 4, que  $\epsilon_1$  aumenta con la distorsión de intensidad, mientras que el comportamiento de  $\epsilon_2$  es el contrario. La figura 5 muestra la tendencia de aproximación de ambos errores para distorsiones de elevada corriente.

Tabla I. Errores cometidos en el cálculo de  $S_N/S_I$  para un  $THDv$  del 8%;  $\epsilon_1$  despreciando el tercer término, y  $\epsilon_2$  considerando sólo la distorsión de corriente.

| $THDi$ (%) | $S_N/S_I$ (%) | $\epsilon_1$ (%) | $\epsilon_2$ (%) |
|------------|---------------|------------------|------------------|
| 10         | 12,83         | 0,19             | 22,1             |
| 20         | 21,60         | 0,27             | 7,4              |
| 30         | 31,14         | 0,298            | 3,7              |
| 40         | 40,92         | 0,306            | 2,2              |
| 50         | 50,79         | 0,310            | 1,6              |
| 60         | 60,72         | 0,314            | 1,2              |
| 100        | 100,65        | 0,327            | 0,64             |
| 150        | 150,53        | 0,336            | 0,35             |

La potencia armónica  $S_H$  consta, en general, de  $(n-1)$  términos del tipo  $V_h I_h \cos \varphi_h$ , que pueden tomar los siguientes valores:

- Nulo, si  $V_h$  o  $I_h$  son nulos, o su desfase es de  $90^\circ$ .
- Positivo, si  $V_h$  e  $I_h$  son distintos de cero y se verifica  $-90^\circ < \varphi_h < 90^\circ$ .
- Negativo, si  $V_h$  e  $I_h$  son diferentes de cero, cumpliéndose  $90^\circ < \varphi_h < 270^\circ$ .

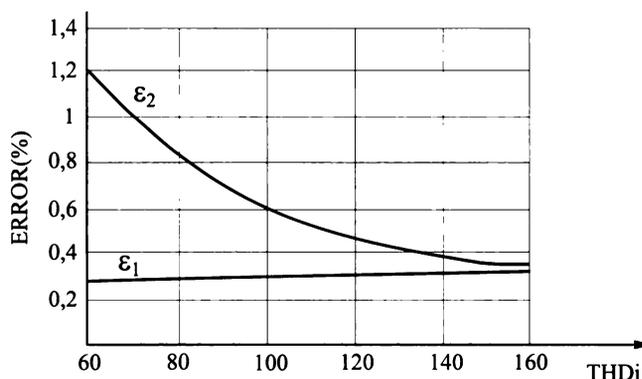


Figura 5. Errores cometidos con las dos aproximaciones para un  $THDv = 8\%$ .

Por tanto, algunos armónicos pueden disipar potencia y otros generarla; de medidas de campo realizadas se comprueba que, en general,  $P_H$  es menor que cero.

De todo ello, se deduce que  $S_N / S_1$  es un indicador adecuado del nivel de distorsión armónica de una red, mientras que  $P_H / S_1$  enmascara su verdadera importancia. Se verifica:

$$S_N \geq S_H \geq P_H \quad (20)$$

El factor de potencia de componente fundamental, también llamado factor de desplazamiento, viene dado por:

$$FP_1 = \cos \varphi_1 = \frac{P_1}{S_1} \quad (21)$$

Nótese que  $FP_1$  es lo que se conoce como  $\cos \varphi$  en régimen permanente sinusoidal; igualmente, es el parámetro que considera la legislación española sobre tarifas eléctricas para calcular el recargo/bonificación por energía reactiva.

El factor de potencia es:

$$FP = \frac{P}{S} = \frac{(P_1 + P_H)}{S} \quad (22)$$

Como resulta frecuente que  $P_H$  sea menor que cero, el receptor no-lineal suministra energía a la red de alimentación, verificándose frecuentemente que  $P < P_1$ .

## DEFINICIONES CLÁSICAS DE LA POTENCIA APARENTE EN REDES TRIFÁSICAS

El cálculo de la potencia aparente, en circuitos trifásicos desequilibrados, puede realizarse mediante varias definiciones. A continuación, se presentan algunas de ellas: las dos primeras consideran las potencias definidas por Budeanu y, la última, las tensiones y corrientes de la red o bien las componentes de potencia de Fryze [6].

- La potencia aparente vector, viene dada por la expresión:

$$S_{VEC} = \sqrt{\left(\sum_{k=u}^c P_k\right)^2 + \left(\sum_{k=u}^c Q_{bk}\right)^2 + \left(\sum_{k=u}^c D_k\right)^2} \quad (23)$$

- La potencia aparente aritmética, es la suma de las potencias aparentes de las fases:

$$S_{AVA} = \sum_{k=u}^c \sqrt{P_k^2 + Q_{bk}^2 + D_k^2} \quad (24)$$

siendo  $P_k$  la potencia activa,  $Q_{bk}$ ,  $D_k$  las potencias reactiva y de distorsión de Budeanu, respectivamente, correspondientes a la fase  $k$ .

- La potencia aparente eficaz se define como:

$$S_{RMS} = \sum_{k=u}^c \sqrt{P_k^2 + Q_{Fk}^2} = \sum_{k=u}^c V_k I_k \quad (25)$$

$V_k$ ,  $I_k$  son los valores eficaces de la tensión e intensidad de la fase  $k$ .  $Q_{Fk}$  es la potencia reactiva de Fryze demandada por la fase  $k$ , por tanto, incluye no sólo el efecto reactivo, sino también el de distorsión.

De las expresiones anteriores, se deduce:

- En la potencia aparente vector, se compensan las potencias reactiva y de distorsión de las fases, lo que no ocurre en las restantes.
- Las potencias eficaz y aritmética son idénticas.

En general, se verifica:

$$S_{VEC} \leq S_{AVA} = S_{RMS} \quad (26)$$

Por tanto, en redes trifásicas, de acuerdo a la potencia aparente considerada, el factor de potencia tomará valores diferentes; se cumple:

$$FP_{VEC} = \frac{P}{S_{VEC}} \geq FP_{AVA} = \frac{P}{S_{AVA}} = FP_{RMS} = \frac{P}{S_{RMS}} \quad (27)$$

siendo  $FP_{VEC}$ ,  $FP_{AVA}$ ,  $FP_{RMS}$ , los factores de potencia correspondientes a las potencias aparentes vector, aritmética y eficaz, respectivamente.

## DEFINICIONES GLOBALES DE LA POTENCIA EN REDES TRIFÁSICAS

Se consideran los dos Grupos de mayor impacto: el primero, es el IEEE Working Group, encabezado por A. Emanuel; tras una encuesta, cumplimentada por 50 compañías eléctricas de Estados Unidos y Canadá, ha propuesto una definición de potencia aparente en régimen no-sinusoidal. El segundo Grupo, la Escuela Alemana, dirigido por M. Depenbrock, presenta una metodología, que no sólo formula una definición de potencias y plantea una división de la misma, sino que incluso establece las bases para la determinación de circuitos equivalentes y, por tanto, podría permitir la compensación de la potencia no-activa [7].

Aunque estos dos Grupos son los que cuentan con más seguidores, no por ello debe olvidarse la existencia de otros equipos de trabajo, con menor influencia para liderar nuevas teorías en este ámbito.

En nuestra opinión, en redes monofásicas y trifásicas a tres hilos, el modelo del Grupo de IEEE es el adecuado. Sin embargo, en redes a cuatro hilos es preciso tener en cuenta el efecto del neutro; en [8] se tiene en cuenta la intensidad que circula por el neutro.

## 1. Formulación del IEEE Working Group

El Grupo del IEEE, determina los parámetros de una red trifásica equivalente equilibrada, definiendo como Potencia Aparente Equivalente  $S_e$ :

$$S_e = 3V_e I_e \quad (28)$$

siendo  $V_e, I_e$ :

$$V_e^2 = \frac{V_a^2 + V_b^2 + V_c^2}{3} \quad (29)$$

$$I_e^2 = \frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2}{3} \quad (30)$$

donde  $V_a, V_b, V_c$ , son las tensiones entre los respectivos conductores de línea y un neutro cualquiera e  $I_a, I_b, I_c$ , son las corrientes de línea.

Sin embargo, en redes a tres hilos resulta más conveniente el cálculo de  $V_e$  a través de las tensiones de línea  $V_{ij}$ , empleando:

$$V_e^2 = \frac{V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2}{9} \quad (31)$$

Una vez definidos los valores  $V_e, I_e$ , se descomponen -como en las redes monofásicas-, las distintas magnitudes en sus componentes fundamental y armónica:

$$V_e^2 = V_{e1}^2 + V_{eH}^2 \quad (32)$$

$$I_e^2 = I_{e1}^2 + I_{eH}^2 \quad (33)$$

siendo

$$V_{e1}^2 = \frac{V_{a1}^2 + V_{b1}^2 + V_{c1}^2}{9} \quad (34)$$

$$I_{e1}^2 = \frac{I_{a1}^2 + I_{b1}^2 + I_{c1}^2}{3} \quad (35)$$

$$V_{eH}^2 = \sum_{h \neq 1} \left( \frac{V_{abh}^2 + V_{bch}^2 + V_{cah}^2}{9} \right) \quad (36)$$

$$I_{eH}^2 = \sum_{h \neq 1} \left( \frac{I_{ah}^2 + I_{bh}^2 + I_{ch}^2}{3} \right) \quad (37)$$

En las expresiones (28) a (37) el subíndice  $e$  significa que es la magnitud equivalente; así  $V_e$  es la Tensión Equivalente al sistema trifásico desequilibrado dado, e  $I_{eH}$  es la Intensidad Armónica Equivalente del mismo.

La Potencia Aparente Equivalente  $S_e$ , puede descomponerse en la Potencia Aparente Equivalente Fundamental  $S_{e1}$ , y la Potencia Aparente Equivalente No-fundamental  $S_{eN}$ :

$$S_e^2 = S_{e1}^2 + S_{eN}^2 \quad (38)$$

La Potencia Aparente Fundamental  $S_{e1}$ , se descompone para establecer el grado de desequilibrio de la red:

$$S_{e1}^2 = S_1^{+2} + S_{dl}^2 \quad (39)$$

La Potencia Aparente Fundamental de Componente Directa  $S_1^+$ , viene dada por:

$$S_1^+ = 3V_1^+ I_1^+ \quad (40)$$

donde  $V_1^+$ ,  $I_1^+$  son los valores eficaces de la tensión y la corriente fundamental de secuencia directa, respectivamente;  $S_{dl}$  es la Potencia Aparente de Desequilibrio, resultante de las Potencias Aparentes de Secuencia Inversa  $S_1^-$ , y Homopolar  $S_1^o$ .

A su vez,  $S_1^+$  puede descomponerse en  $P_1^+$ ,  $Q_1^+$  Potencias Activa y Reactiva de Secuencia Directa, respectivamente. La figura 6, muestra el flujo de potencias de una red trifásica.

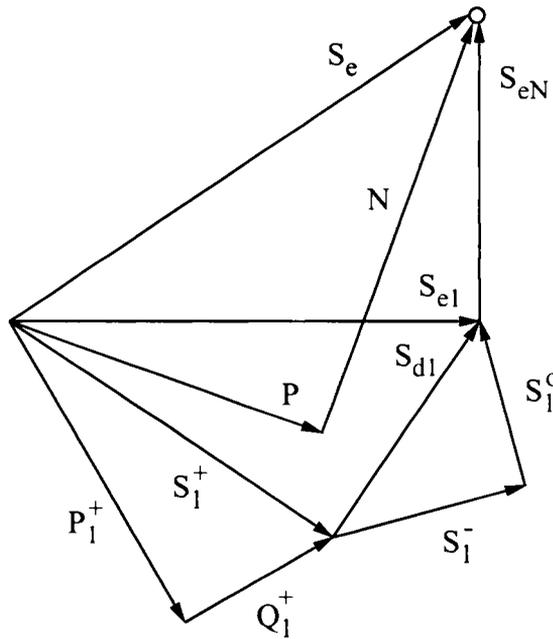


Figura 6. Flujo de potencias de una red trifásica.

Si la red fuera a cuatro hilos, es necesario considerar el efecto del neutro, por la pérdida de potencia que podría originarse en el mismo; para el caso particular en que la resistencia del neutro tenga el mismo valor que la de las fases, la intensidad equivalente, toma el valor:

$$I_*^2 = \frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + I_n^2}{3} \quad (41)$$

siendo  $I_n$ , la corriente que circula por el neutro, e  $I_*$  la intensidad equivalente.

En redes a cuatro hilos, resulta más adecuado considerar las tensiones fase-neutro, para la determinación de la tensión equivalente  $V_c$ . La Potencia Aparente Equivalente, en este caso viene dada por la expresión:

$$S_* = 3 V_c I_c = \sqrt{V_a^2 + V_b^2 + V_c^2} \sqrt{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + I_n^2} \quad (42)$$

En lo sucesivo, tanto en circuitos a tres como a cuatro hilos, se designará la Potencia Aparente Equivalente como  $S_*$ .

## 2. Propuesta de Depenbrock

M. Depenbrock, líder de la Escuela Alemana, basándose en los trabajos de Fryze y Buchholz, presentó en la Conferencia Blindleistung, celebrada en Aachen en 1979, la teoría que luego se conoció como el método FBD –Fryze, Buchholz, Depenbrock–, que define un circuito monofásico equivalente que consume idéntica potencia aparente que el sistema polifásico dado.

El método FBD, considera activos todos los conductores del sistema polifásico, lo que excluye el concepto de hilo neutro; para el cálculo de las tensiones de rama, toma como punto de referencia el neutro flotante de una carga equilibrada en estrella.

Define la potencia aparente como el máximo valor del producto de la tensión y corriente equivalente:

$$S_{\Sigma} = V_{\Sigma} I_{\Sigma} \quad (43)$$

siendo

$$V_{\Sigma}^2 = \sum_{v=1}^k V_v^2 \quad (44)$$

donde  $V_{\Sigma}$ ,  $V_v$ , son los valores eficaces de las tensiones equivalente y de rama, respectivamente.

$$I_{\Sigma}^2 = \sum_{v=1}^k I_v^2 \quad (45)$$

$I_{\Sigma}$ ,  $I_v$ , son las corrientes equivalente y de rama, respectivamente.

A pesar de algunas interesantes aportaciones conceptuales, el método FBD ha sido desplazado por el propuesto por el Grupo de IEEE, cuya descomposición de potencias resulta de una mayor sencillez y donde las diferentes componentes de potencia se relacionan, directamente, con las particularidades de la red.

## PÉRDIDAS EN LA LÍNEA

Se determina la expresión de las pérdidas, en la línea de alimentación, a partir de las magnitudes globales definidas. Se supone que los cuatro conductores de línea tienen el mismo valor de resistencia  $R_L$ .

La potencia perdida en la línea, para un régimen genérico de funcionamiento  $i$ , es:

$$P_{Li} = (I_{ai}^2 + I_{bi}^2 + I_{ci}^2 + I_{mi}^2) R_L \quad (46)$$

Por tanto:

$$P_{Li} = 3I_{*i}^2 R_L \quad (47)$$

La mínima pérdida de potencia en la línea, para el mismo valor de potencia transmitida a la carga, tiene el valor:

$$P_{Lmn} = (I_a'^2 + I_b'^2 + I_c'^2) R_L \quad (48)$$

siendo las corrientes  $I_a'$ ,  $I_b'$ ,  $I_c'$  sinusoidales y en fase con la componente directa de la tensión, es decir, la condición de pérdidas mínimas implica que la tensión de alimentación sea sinusoidal equilibrada.<sup>1</sup>

Por tanto, la potencia consumida en la carga, en régimen de pérdidas mínimas, es:

$$P_1^+ = 3V_1^+ I_1^+ \cos \varphi_1^+ \quad (49)$$

<sup>1</sup> También se obtiene factor de potencia unidad si la tensión de alimentación es equilibrada no-sinusoidal y la carga resistiva simétrica. No obstante, no se considera, este caso, porque implica una distorsión de la tensión de alimentación.

siendo  $\varphi_1^+$ , el desfase entre la tensión y la corriente de la componente directa.

$$P_{Lmn} = 3I_1^{+2} \cos^2 \varphi_1^+ R_L \quad (50)$$

Dividiendo, miembro a miembro,  $P_{Lmn}$  y  $P_{Li}$ , resulta:

$$\frac{P_{Lmn}}{P_{Li}} = \frac{I_1^{+2} \cos^2 \varphi_1^+}{I_i^2} \quad (51)$$

(51), puede expresarse en función de las potencias aparentes, resultando:

$$\frac{P_{Lmn}}{P_{Li}} = \left( \frac{S_1^+ \cos \varphi_1^+}{S_{*i}} \right)^2 \left( \frac{V_e}{V_1^+} \right)^2 \quad (52)$$

siendo  $S_1^+ \cos \varphi_1^+ / S_{*i}$ , la relación entre la Potencia de Componente Directa y la Potencia Aparente Equivalente, que se designa  $FP_{+i}$ , Factor de Potencia de Componente Directa. Por tanto:

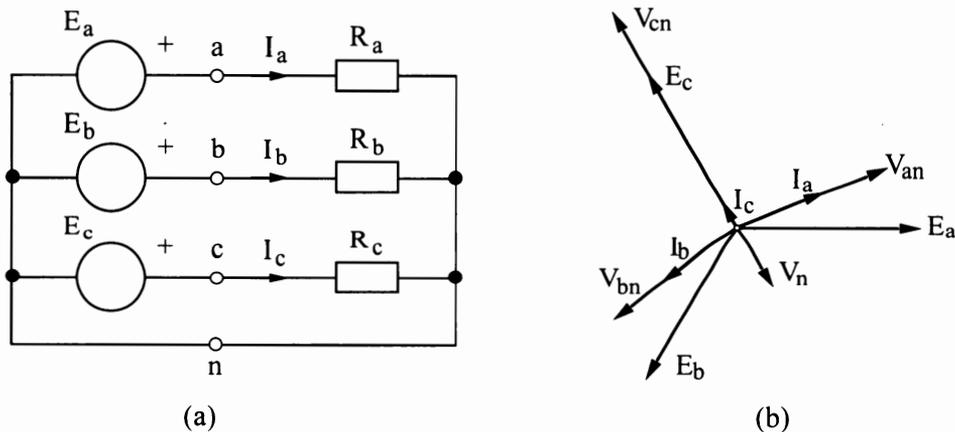
$$\frac{P_{Lmn}}{P_{Li}} = FP_{+i}^2 \left( \frac{V_e}{V_1^+} \right)^2 \quad (53)$$

En la mayoría de los casos  $FP_{+i} \approx FP_{*i}$ ,  $V_e \approx V_1^+$ , resultando:

$$\frac{P_{Lmn}}{P_{Li}} \approx FP_{*i}^2 \quad (54)$$

### INTERCAMBIO DE ENERGÍA REACTIVA EN LA ALIMENTACIÓN

En redes monofásicas sinusoidales con carga lineal, se asocia la demanda de potencia reactiva con la presencia de elementos L/C, por lo que se define –por muchos autores– como energía de almacenamiento, de manera que en circuitos con carga resistiva o en aquéllos en resonancia a la frecuencia de la excitación, no existe generación de energía reactiva en el alternador; sin embargo, en redes trifásicas desequilibradas, incluso con tensión sinusoidal y carga resistiva lineal, puede establecerse un intercambio de energía reactiva entre las fases del alternador, a pesar de no existir elementos almacenadores de energía.



**Figura 7.** Intercambio de energía reactiva. (a) Circuito con alimentación sinusoidal equilibrada (b) Diagrama fasorial correspondiente al caso ii.

Sea el circuito trifásico de la figura 7, alimentado por un alternador trifásico sinusoidal equilibrado, siendo  $E_a = 300 V$ . Se consideran cuatro casos –todos ellos con carga resistiva lineal–, siendo su configuración la indicada en la tabla II.

**Tabla II.** Valores de las cargas y tipos de conexión correspondientes a los casos i a iv.

| CASO | $R_a (\Omega)$ | $R_b (\Omega)$ | $R_c (\Omega)$ | Conexión          |
|------|----------------|----------------|----------------|-------------------|
| i    | 0 $\Omega$     | 5 $\Omega$     | 25 $\Omega$    | Triángulo abierto |
| ii   | 5 $\Omega$     | 5 $\Omega$     | 25 $\Omega$    | Tres hilos        |
| iii  | 5 $\Omega$     | 5 $\Omega$     | 25 $\Omega$    | Cuatro hilos      |
| iv   | 5 $\Omega$     | 5 $\Omega$     | 5 $\Omega$     | Carga equilibrada |

Según se muestra en la tabla III, en el caso i, las fases *a* y *c* están generando potencia reactiva capacitiva y la *b* inductiva, aunque la consumida –en conjunto– es nula, porque no existe ningún elemento reactivo en la red. En el caso ii, se atenúa el fenómeno, pero sigue generándose reactiva en dos de las fases. Si se modifica la topología del circuito ii, conectando un hilo neutro de impedancia despreciable, caso iii, el alternador de alimentación deja de generar energía reactiva. Obviamente, también desaparece la generación de reactiva, para el caso iv, red equilibrada, siendo éste el de máxima eficiencia energética.

En la tabla III se indican, además de los valores de las potencias aparentes complejas generadas por las fases del alternador, las potencias aparentes definidas, así como el factor de potencia correspondiente a cada definición. Se observa que el más exigente es el  $FP_*$ , ya que sólo alcanza el valor unidad, cuando la red está equilibrada con carga resistiva lineal; por el contrario,  $FP_{VEC}$  es la unidad, en todos los casos, por el hecho de que la potencia reactiva total demandada por la carga –al ser resistiva– es nula.

Por tanto, las potencias reactivas intercambiadas entre las fases del alternador –en los casos i y ii–, deben considerarse potencias de desequilibrio, ya que la carga es resistiva.

**Tabla III.** Valores de las potencias aparentes –expresados en kVA– y de los factores de potencia, según distintas definiciones, correspondientes a los casos i al iv.

| CASO | $SE_a$     | $SE_b$    | $SE_c$   | $S_{VEC}$ | $S_{AVA}$ | $S_*$ | $FP_{VEC}$ | $FP_{AVA}$ | $FP_*$ |
|------|------------|-----------|----------|-----------|-----------|-------|------------|------------|--------|
| i    | 32,4-j12,5 | 27+j15,6  | 5,4-j3,1 | 64,8      | 72,1      | 81,5  | 1          | 0,898      | 0,795  |
| ii   | 14,7-j5,7  | 14,7+j5,7 | 4,9      | 34,3      | 36,4      | 39,6  | 1          | 0,942      | 0,868  |
| iii  | 18         | 18        | 3,6      | 39,6      | 39,6      | 44,5  | 1          | 1          | 0,889  |
| iv   | 18         | 18        | 18       | 54        | 54        | 54    | 1          | 1          | 1      |

### DESCOMPOSICIÓN DEL FACTOR DE POTENCIA

Se presenta un estudio en el que se determina el factor de potencia, correspondiente a combinaciones entre cuatro cualidades. En todos los casos que se estudian, figura 8, el circuito es a cuatro hilos, las tensiones aplicadas en los nudos a, b, c están equilibradas, y el neutro está desprovisto de impedancia.

Se denomina *caso 0* al de referencia: sinusoidal equilibrado con factor de potencia unidad. Se designan *casos simples* a los que sólo les falta una de las siguientes cualidades:

- Tensión sinusoidal.
- Intensidad equilibrada.
- Intensidad sinusoidal.
- Desfase nulo v-i.

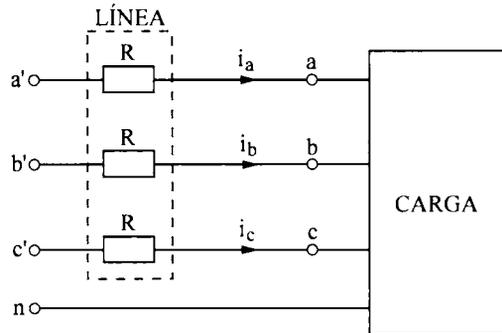


Figura 8. Circuito trifásico con resistencia de neutro despreciable.

La tabla IV, recoge la información sobre estos casos; se emplea la siguiente notación:

– $V_s$ , tensión sinusoidal  $\Rightarrow V_{ns}$ , tensión no-sinusoidal.

– $I_{eq}$ , intensidad equilibrada  $\Rightarrow i_{ds}$ , intensidad desequilibrada.

– $I_s$ , intensidad sinusoidal  $\Rightarrow i_{ns}$ , intensidad no-sinusoidal.

– $\varphi = 0^\circ$ , factor de desplazamiento nulo  $\Rightarrow \varphi \neq 0$ , carga reactiva.

En la columna PERTURBACIÓN, se caracteriza cada régimen de funcionamiento.

Tabla IV. Magnitudes de los casos básicos.

| CASO                        | TENSIONES (V)                                    | CORRIENTES (A)  | Pt (kW) | S <sub>e</sub> (kVA) | P <sub>o</sub> / P <sub>i</sub> | PERTURBACIÓN                               |
|-----------------------------|--|---|---------|----------------------|---------------------------------|--|
| 0<br>IDEAL                  | 192,3  | 133,7   | 77,13   | 77,13                | 1                               | Ninguna                                    |
| 1<br>I <sub>ds</sub>        | 192,3  | I <sub>a</sub> = 193,7<br>I <sub>b</sub> = 133,7<br>I <sub>c</sub> = 73,7 | 77,13   | 82,15                | 0,882                           | I/I* = 0,396<br>I <sup>0</sup> /I* = 0,396 |
| 2<br>I <sub>ns</sub>        | 192,3  | I <sub>a1</sub> = 134,9<br>I <sub>a7</sub> = 32,9                         | 77,82   | 80,12                | 0,943                           | THDi = 24,36%                              |
| 3<br>$\varphi \neq 0^\circ$ | 192,3  | 133,7<br>$\varphi = 30^\circ(i)$  | 66,80   | 77,13                | 0,750                           | FP <sub>1</sub> = 0,866                    |
| 4<br>V <sub>ns</sub>        | V <sub>a1</sub> = 192,2<br>V <sub>a7</sub> = 6,6 | 133,7   | 77,09   | 77,13                | 0,999                           | THDv = 3,45%                               |

La potencia total consumida en los restantes casos será –en general– distinta, por lo que se determinan las *pérdidas normalizadas* en la línea, en cada uno de los supuestos, con referencia a la consumida en el caso 0, empleando la siguiente expresión:

$$P_i = R(I_{ai}^2 + I_{bi}^2 + I_{ci}^2) \left( \frac{P_{to}}{P_{ii}} \right)^2 \quad (55)$$

- siendo  $P_i$  la potencia normalizada perdida en el caso  $i$ .  
 $R$  la resistencia de línea, de valor  $0,2 \Omega / \text{fase}$ .  
 $P_{to}$  la potencia consumida en el caso 0.  
 $P_{ii}$  la potencia consumida en el caso  $i$ .  
 $I_{ji}$  el valor eficaz de la intensidad de la fase  $j$ , para el caso  $i$ .

Se realiza el estudio de las distintas situaciones, con más de una distorsión, hasta completar los once casos restantes, resultando las combinaciones posibles. Los desequilibrios de intensidad se consideran los del caso 1, para el consumo de reactiva, se aplica el desfase de  $30^\circ$  inductivo, las intensidades y tensiones no-sinusoidales empleadas son las correspondientes a los casos 2 y 4, respectivamente. Los valores del factor de potencia equivalente, así como la relación de pérdidas en la línea, se resumen en la tabla V, donde se indica NO para la cualidad que no se cumple.

**Tabla V.** Factores de potencia y relación de pérdidas en la línea para los casos estudiados.

| Caso | $V_s$ | $I_{eq}$ | $I_s$ | $\varphi = 0^\circ$ | $FP_*$ | $P_0/P_i$ | $FP_*^2$ |
|------|-------|----------|-------|---------------------|--------|-----------|----------|
| 0    | SI    | SI       | SI    | SI                  | 1      | 1         | 1        |
| 1    | SI    | NO       | SI    | SI                  | 0,9390 | 0,8817    | 0,8817   |
| 2    | SI    | SI       | NO    | SI                  | 0,9715 | 0,9438    | 0,9438   |
| 3    | SI    | SI       | SI    | NO                  | 0,8660 | 0,7500    | 0,7500   |
| 4    | NO    | SI       | SI    | SI                  | 0,9994 | 0,9988    | 0,9988   |
| 5    | SI    | NO       | NO    | SI                  | 0,9122 | 0,8321    | 0,8321   |
| 6    | NO    | NO       | SI    | NO                  | 0,8132 | 0,6613    | 0,6613   |
| 7    | SI    | SI       | NO    | NO                  | 0,8413 | 0,7078    | 0,7078   |
| 8    | SI    | NO       | NO    | NO                  | 0,7900 | 0,6241    | 0,6241   |
| 9    | SI    | NO       | SI    | SI                  | 0,9384 | 0,8806    | 0,8806   |
| 10   | NO    | SI       | NO    | SI                  | 0,9709 | 0,9426    | 0,9426   |
| 11   | NO    | SI       | SI    | NO                  | 0,8655 | 0,7491    | 0,7491   |
| 12   | NO    | NO       | NO    | SI                  | 0,9116 | 0,8310    | 0,8310   |
| 13   | NO    | NO       | SI    | NO                  | 0,8127 | 0,6605    | 0,6605   |
| 14   | NO    | SI       | NO    | NO                  | 0,8408 | 0,7069    | 0,7069   |
| 15   | NO    | NO       | NO    | NO                  | 0,7895 | 0,6233    | 0,6233   |

En la tabla V queda de manifiesto que el cuadrado del factor de potencia equivalente  $FP_*$  y la relación de pérdidas en la línea  $P_0/P_i$  son idénticos, lo que corrobora que se proponga  $FP_*$  como una medida adecuada del factor de potencia, en lugar del actual  $\cos \varphi$ , ya que  $FP_*$  engloba los efectos de la demanda de reactiva, la presencia de armónicos y el desequilibrio de la red.

En un análisis más detallado de la tabla V, se comprueba que el factor de potencia equivalente, en cualquiera de los casos que carecen de más de una cualidad del circuito ideal, puede obtenerse como producto de los correspondientes valores de  $FP_i$ . Así en el caso 15, que no tiene ninguna de las cuatro cualidades, se verifica la ecuación:

$$FP_{*15}^2 = FP_{*1}^2 FP_{*2}^2 FP_{*3}^2 FP_{*4}^2 \tag{56}$$

si se cumple (56), también ha de verificarse:

$$\frac{P_0}{P_{15}} = \left(\frac{P_0}{P_1}\right) \left(\frac{P_0}{P_2}\right) \left(\frac{P_0}{P_3}\right) \left(\frac{P_0}{P_4}\right) \tag{57}$$

(57) muestra una de las ventajas de la factorización del  $FP_*$ , ya que refleja la incidencia que provoca cada cualidad en la disminución del rendimiento de la red. Así, por tanto, de acuerdo con la tabla V, se deduce que la relación de las pérdidas resultantes, en este caso, es de 0,6233, el factor de menor incidencia  $-0,9988-$  corresponde a un  $THD$  de la tensión del 3,45%, el  $THD$  de la corriente  $-$ de un valor moderado, 24,36% $-$ , solo incide en una disminución del rendimiento de 0,9438, el desequilibrio de la intensidad a través de la relación entre las componentes inversa y directa es de 0,396, dando lugar a una relación de pérdidas de 0,8817 y, por último, el desfase de  $30^\circ$  inductivo es el que produce mayores pérdidas con un factor de 0,75.

Por tanto, se pone de manifiesto  $-$ que bajo el punto de vista de eficiencia energética $-$  la incidencia del contenido armónico, tanto en la tensión como en la corriente, es de menor importancia que la causada por el desequilibrio de las corrientes, o por el consumo de reactiva, para los valores de referencia señalados. Obviamente, para distintos valores de las perturbaciones, se obtendrían relaciones diferentes.

## MEDIDAS DE CAMPO

A continuación, se incluyen los resultados de las medidas realizadas en tres instalaciones trifásicas en las que se ha utilizado la instrumentación MEPERT [9], dotada del software preciso para la obtención de los parámetros expuestos en los apartados anteriores. En la tabla VI, se indican las magnitudes medidas en las empresas estudiadas.

El caso A, es un suministro trifásico de una pequeña empresa en BT, con una potencia contratada de 16,5 kW. La instalación consta de un alto porcentaje de elementos lineales; el resto, son equipos informáticos e iluminación con lámparas de vapor de mercurio y fluorescentes. Se han realizado medidas con dos topologías diferentes: A.1, es la que corresponde a la que se designa como *media carga*, y A.2, *plena carga*, cuando están conectados la mayoría de los receptores.

Se designa como caso B, el correspondiente al consumo, en BT, del centro de cálculo de una importante empresa; esta instalación, está constituida por estaciones de trabajo y diversos equipos informáticos, alimentados por SAI's.

El caso C, corresponde al suministro, a 220 kV, de una empresa siderúrgica. C.1 y C.2 son medidas realizadas en distintas franjas horarias en la subestación de la compañía eléctrica que la alimenta; la primera, en el período de afino y la segunda, con el horno parado, pero sin desconectar sus baterías de condensadores, transformadas en filtros pasivos.

En la tabla VII, se indican algunas de las potencias de la tabla VI referidas a  $S_{,base} = 100$ ; de esta manera pueden ser, fácilmente, comparables sus valores cuantitativos. Así para el caso A.1, se aprecia que más del 99% es potencia de componente fundamental, mientras que la de desequilibrio y la no-activa casi alcanzan el 90%; estos valores indican que el consumo es muy poco distorsionado, con un gran desequilibrio y, consecuentemente, bajo factor de potencia. Analizados los resultados del caso B, son totalmente contrarios, las potencias no-activa y no-sinusoidal rondan el 90%, mientras que la de desequilibrio no alcanza el 10%, lo que indica que la causa del bajo factor de potencia  $-$ inferior a 0,5 $-$  es el alto contenido armónico de la carga.

En la tabla VIII, se relacionan las magnitudes clásicas de las componentes simétricas  $-I_1^- / I_1^+, I_1^0 / I_1^+ -$  y la distorsión armónica de la corriente  $THDi$ , con las magnitudes de las potencias definidas. Se aprecia una correlación entre el valor de las relaciones de las componentes simétricas y  $S_{d1} / S_{s1}$ ; de igual manera, son similares los valores de  $THDi$  y  $S_{s1} / S_{s1}$ . Sin embargo,  $\cos \phi$  y  $FP_*$  presentan, en la mayoría de los casos, una gran disparidad. Los resultados de esta tabla corroboran los de la anterior.

En la tabla IX, se indican las pérdidas en la línea para los distintos casos estudiados. Puede observarse que  $P_{Lmn} / P_{Li}$  es aproximadamente igual a  $FP_i^2$ ; el error cometido  $\epsilon(\%)$ , viene dado por:

$$\epsilon(\%) = \frac{100(P_{Lmn} / P_{Li} - FP_i^2)}{P_{Lmn} / P_{Li}} \quad (57)$$

En la tabla IX se indica, igualmente, el valor de la relación  $\Delta P_{Li} / P_{Lmn}$ , es decir, el incremento de pérdidas en la línea, en relación con las mínimas; resulta, especialmente, significativo el valor que adquiere este parámetro en el caso C.2.

**Tabla VI.** Resultados obtenidos con la instrumentación MEPERT en las medidas de campo.

| MAGNITUD  | CASO A.1 | CASO A.2 | CASO B  | CASO C.1 | CASO C.2 |
|---|----------|----------|---------|----------|----------|
| THD <sub>v<sub>e</sub></sub> (%)                              | 1,77     | 1,94     | 8,8     | 1,95     | 1,76     |
| THDi <sub>e</sub> (%)   | 8,52     | 15,89    | 195     | 23,48    | 9,40     |
| V <sub>1</sub> <sup>-</sup> / V <sub>1</sub> <sup>+</sup> (%) | 0,90     | 1,09     | 1,10    | 0,34     | 0,42     |
| I <sub>1</sub> <sup>-</sup> / I <sub>1</sub> <sup>+</sup> (%) | 92,29    | 47,19    | 10,95   | 15,38    | 27,52    |
| I <sub>1</sub> <sup>0</sup> / I <sub>1</sub> <sup>+</sup> (%) | 91,90    | 56,29    | 8,31    | 0        | 0        |
| S* (kVA)  | 15,789   | 18,055   | 12,160  | 47.511   | 25.244   |
| S* <sub>1</sub> (kVA)   | 15,729   | 17,828   | 5,526   | 46.245   | 25.129   |
| S* <sub>N</sub> (kVA)   | 1,375    | 2,854    | 10,832  | 10.895   | 2.407    |
| S <sub>1</sub> <sup>+</sup> (kVA)                             | 7,126    | 11,563   | 5,394   | 45.703   | 24.226   |
| S <sub>dl</sub> (kVA)   | 14,022   | 13,570   | 1,201   | 7.059    | 6.676    |
| P (kW)  | 7,002    | 11,412   | 5,399   | 45.140   | 6.411    |
| P <sub>H</sub> (W)  | 1        | -3       | 127     | -38.000  | -3.000   |
| P <sub>1</sub> (kW)   | 7,001    | 11,415   | 5,272   | 45.178   | 6.414    |
| P <sub>1</sub> <sup>+</sup> (kW)                              | 7,117    | 11,508   | 5,275   | 45.189   | 6.408    |
| Q <sub>1</sub> (kVar)   | 0,293    | 1,036    | -1,13   | 6.818    | -23.391  |
| N (kVar)  | 14,151   | 13,991   | 10,896  | 14.821   | 24.416   |
| cos φ   | 1        | 1        | 0,98(c) | 0,99(i)  | 0,26(c)  |
| FP <sub>1</sub>   | 0,44     | 0,63     | 0,43    | 0,95     | 0,25     |
| FP <sub>+</sub>   | 0,45     | 0,64     | 0,43    | 0,95     | 0,25     |
| FP*   | 0,44     | 0,63     | 0,44    | 0,95     | 0,25     |

Por último, se indican las técnicas que han de emplearse, en cada caso, para corregir el bajo factor de potencia.

En el caso A, se lograría un factor de potencia unidad con tan sólo redistribuir las cargas de la instalación, empleando las técnicas descritas en [10]; el coste sería únicamente el de la mano de obra necesaria.

En el caso B, sería necesaria la instalación de un filtro que redujera la distorsión de la corriente a un valor no superior al 20%.

**Tabla VII.** Magnitudes de potencia, en relación a la potencia  $S_{*base} = 100$ .

| MAGNITUD | CASO A.1 | CASO A.2 | CASO B | CASO C.1 | CASO C.2 |
|----------|----------|----------|--------|----------|----------|
| $S_{*1}$ | 99,62    | 98,74    | 45,44  | 97,34    | 99,54    |
| $S_{*N}$ | 8,71     | 15,81    | 89,08  | 22,93    | 9,53     |
| $S_{d1}$ | 88,81    | 75,16    | 9,88   | 14,86    | 26,45    |
| P        | 44,35    | 63,21    | 44,40  | 95,01    | 25,40    |
| N        | 89,63    | 77,49    | 89,60  | 31,19    | 96,72    |

**Tabla VIII.** Relaciones entre magnitudes clásicas y las potencias definidas.

| MAGNITUD              | CASO A.1 | CASO A.2 | CASO B   | CASO C.1 | CASO C.2 |
|-----------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $I_1^- / I_1^+$ (%)   | 92,29    | 47,19    | 10,95    | 15,38    | 27,52    |
| $I_1^0 / I_1^+$ (%)   | 91,90    | 56,29    | 8,31     | 0        | 0        |
| $S_{d1} / S_{*1}$ (%) | 88,81    | 75,16    | 21,73    | 15,26    | 26,57    |
| THDi*                 | 8,52     | 15,89    | 195      | 23,48    | 9,40     |
| $S_{*N} / S_{*1}$ (%) | 8,74     | 16,01    | 196,02   | 23,47    | 9,58     |
| cos $\varphi$         | 1        | 1        | 0,98 (c) | 0,99 (i) | 0,26 (c) |
| FP*                   | 0,44     | 0,63     | 0,43     | 0,95     | 0,25     |

**Tabla IX.** Magnitudes relacionadas con las pérdidas de línea.

| MAGNITUD                  | CASO A.1 | CASO A.2 | CASO B | CASO C.1 | CASO C.2 |
|---------------------------|----------|----------|--------|----------|----------|
| $P_{Lmn} / P_{Li}$        | 0,203    | 0,400    | 0,191  | 0,905    | 0,064    |
| $FP_{*i}^2$               | 0,197    | 0,399    | 0,194  | 0,903    | 0,064    |
| $\varepsilon$ (%)         | 2,95     | 0,25     | -1,57  | -1,57    | 0        |
| $\Delta P_{Li} / P_{Lmn}$ | 3,92     | 1,50     | 4,27   | 0,11     | 15,52    |

Por último, el régimen C.2 pasaría a ser tan eficiente, al menos como el C.1, con sólo reducir la potencia de la batería-filtro, para evitar la alta sobrecompensación detectada en las medidas realizadas.

## CONCLUSIONES

El IEEE Working Group propone una descomposición de la potencia aparente en régimen monofásico sinusoidal, que tiene el acierto de poner de manifiesto la relación entre las potencias definidas y las tasas de distorsión armónica, tanto de la tensión de alimentación como de la corriente de la carga. Así descompone la potencia aparente en dos componentes: fundamental –la esperada por los usuarios– y la restante, que es tanto mayor cuanto más acusada es la perturbación de la red; en este caso, se entiende por *perturbación* todo aquello que aleja el funcionamiento de la red del caso ideal.

El mismo Grupo, propone una descomposición similar en la que determina los parámetros de una red trifásica equilibrada equivalente. La novedad consiste en la definición de la potencia aparente de desequilibrio, que engloba las de las de secuencias inversa y homopolar, y relacionada con las componentes simétricas de corrientes y tensiones. Las medidas de campo corroboran los desarrollos teóricos; así, se constata la correlación entre la distorsión armónica de la corriente y la relación  $S_{eN} / S_{e1}$ ; igualmente, las tasas de intensidad inversa y homopolar, resultan similares a la relación  $S_{d1} / S_{e1}$ .

Se indican las principales conclusiones de las medidas realizadas. El bajo factor de potencia medido en la instalación A –especialmente en el régimen A.1– se debe al alto grado de desequilibrio de la corriente, siendo baja su distorsión armónica. En el caso B sucede lo contrario, el desequilibrio de la componente fundamental de las intensidades es pequeño resultando, por tanto, elevado el valor de  $FP_1$ ; sin embargo, el bajo factor de potencia de la red es debido a la alta distorsión armónica de la corriente, que da lugar a un factor de potencia conjunto de 0,44. El caso C.1 muestra que el consumo de un horno de arco de corriente alterna, si se adopta un control de electrodos y un filtrado adecuados, puede dar lugar a una eficiencia energética elevada; sin embargo, en los períodos de carga reducida, como en el régimen C.2, el factor de potencia puede reducirse a valores inaceptables.

Con referencia al factor de potencia, se demuestra que puede obtenerse –con algunas limitaciones– como producto de los correspondientes valores del factor de potencia de sus cualidades simples. Una de las ventajas de esta técnica es que refleja la incidencia que provoca cada cualidad, en la disminución del rendimiento de la red.

Por último, destacar que cuando los cuatro conductores de línea son de igual resistencia, la relación entre las pérdidas mínimas y las producidas en la línea de alimentación, es igual al cuadrado del factor de potencia equivalente definido.

## REFERENCIAS

- [1] IEEE Working Group on Nonsinusoidal Situations, "Practical Definitions for Powers in Systems with Nonsinusoidal Waveforms and Unbalanced Loads: A discussion". IEEE Transactions on Power Delivery, Vol 11, No 1, (January 1996).
- [2] Eguíluz, L.I., Benito, P. "El rendimiento en circuitos trifásicos distorsionados". Automática e Instrumentación. Pp. 72-76 (1995).
- [3] Eguíluz, L.I., Mañana, M., Benito, P., Lavandero, J.C. "El factor de potencia del sistema, su relación con las pérdidas de distribución y efectos del empleo de condensadores en la mejora del FP". XI Congreso Chileno de Ing. Eléctrica. Punta Arenas (Noviembre, 1995).
- [4] Eguíluz, L.I., Mañana, M., Benito, P., Lavandero, J.C. "El FP, un factor de potencia que relaciona las pérdidas en la línea en circuitos trifásicos distorsionados" 4 Jornadas Luso-Espanholas de Engenharia Electrotécnica. Porto, Portugal (Julio 1995).
- [5] Lara, P. "Aportación a las definiciones de potencia en régimen polifásico no sinusoidal". Tesis Doctoral. Dpto. de Ingeniería Eléctrica y Energética. Universidad de Cantabria, (1999).
- [6] Filipski, P.S. "Polyphase apparent power and power factor under distorted waveform conditions" IEEE Transactions on Power Delivery, Vol.6. No. 3 (July 1991)
- [7] Depenbrock, M. "The FBD-Method, a generally tool for analyzing power relations". IEEE Transactions on Power Systems, Vol 8, N° 2 (1993).
- [8] Eguíluz, L. I., Lara, P., Mañana, M., Mendoza, M. "Una nueva propuesta de potencia polifásica en régimen no-sinusoidal". International Conference of the IEEE Andean Region. IEEE-ANDESCON 99. Venezuela (Septiembre 1999).
- [9] Eguíluz, L.I., Benito, P., Lavandero, J.C., Lara, P., Mañana, M. "MEPERT: Electric Disturbance and Energy Meter". 6th International Conference on Industrial Metrology. Zaragoza (October 1995).
- [10] Eguíluz, L.I., "Eficiencia del consumo de la energía eléctrica. Criterios para su facturación". XVII Cursos de Verano de la Universidad de Cantabria. Laredo, 2001.

## FILTROS PASIVOS. TEORÍA, DISEÑO Y SIMULACIÓN

Pedro María Lara Santillán

Dpto. de Ingeniería Eléctrica. Universidad de La Rioja.

### INTRODUCCIÓN

A efectos de teoría de circuitos un filtro monofásico se puede entender como un cuadripolo, al que se introduce una señal de entrada con un espectro característico, y del que se obtiene otra señal de salida, con otro espectro distinto. Los espectros de las ondas de entrada y salida guardarán una relación que vendrá dada por las características del filtro utilizado.

Esto lleva a realizar una primera clasificación de los filtros, en función de como se ve afectado el espectro de la señal de entrada. La más conocida establece la siguiente división:

- **Filtros paso alto**

Son aquéllos en los que todas las frecuencias, por debajo de una dada, llamada frecuencia de corte, se ven atenuadas al menos en 3 dBs (divididas por  $\sqrt{2}$ ). En la figura 1, se representa el efecto de un filtro de este tipo sobre una onda de entrada que contiene todas las componentes frecuenciales, con la misma intensidad –señal de ruido blanco–.

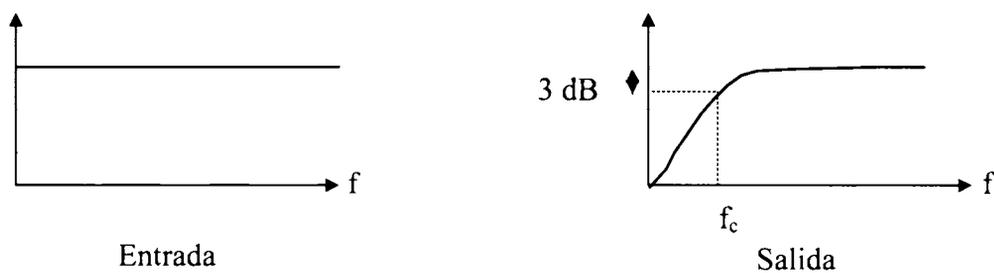


Figura 1. Comportamiento de un filtro paso alto.

- **Filtros paso bajo**

Son aquellos en los que todas las componentes con frecuencia por encima de una dada, llamada frecuencia de corte, pasan sin ser apenas atenuadas, y el resto se ven atenuadas al menos en 3 dBs. En la figura 2 se representa el efecto de un filtro de este tipo sobre una onda de entrada que contiene todas las componentes frecuenciales, con la misma intensidad.

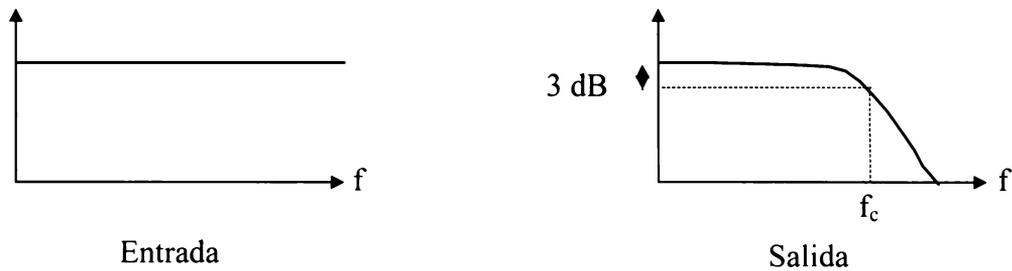


Figura 2. Comportamiento de un filtro paso bajo.

• **Filtros paso banda**

Son aquéllos en los que todas las componentes de frecuencias entre dos dadas apenas son atenuadas, y el resto lo son al menos en 3 dBs. La frecuencia que se sitúa en el centro de las dos se llama frecuencia central,  $f_o$ ; y a la gama de frecuencias que pasan se le llama ancho de banda, BW. En la figura 3 se representa el efecto de un filtro de este tipo sobre una onda de entrada que contiene todas las componentes frecuenciales, con la misma intensidad.

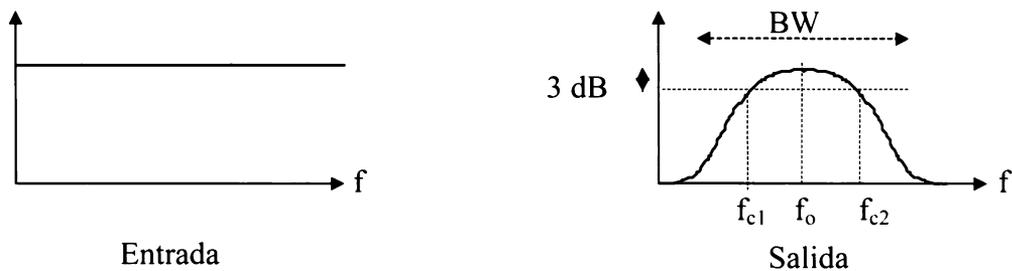


Figura 3. Comportamiento de un filtro paso banda.

• **Filtros rechazo banda**

Son aquéllos en los que todas las componentes de frecuencias entre dos dadas son atenuadas al menos en 3 dBs, y el resto apenas lo son. La frecuencia que se sitúa en el centro de las dos se llama frecuencia central,  $f_o$ ; y a la gama de frecuencias que no pasan se le llama ancho de banda, BW. En la figura 4 se representa el efecto de un filtro de este tipo sobre una onda de entrada que contiene todas las componentes frecuenciales, con la misma intensidad.

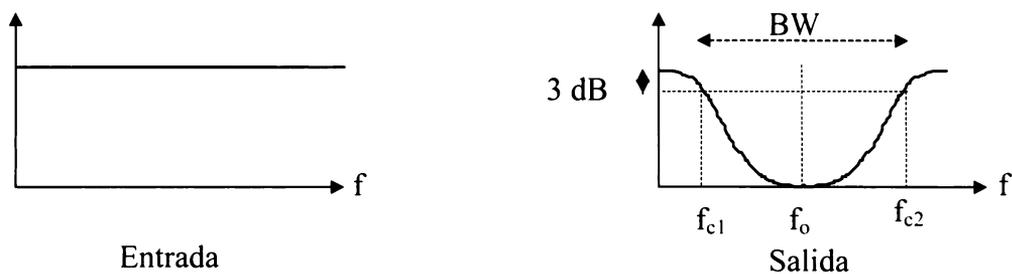


Figura 4. Comportamiento de un filtro banda rechazada.

Como se verá en los apartados posteriores, para sistemas de potencia habitualmente se emplean combinaciones de las formaciones anteriores.

### CARACTERÍSTICAS DE LA RED ELÉCTRICA

La red eléctrica puede ser representada mediante varios modelos diferentes de circuitos eléctricos, dependiendo de la precisión requerida en el análisis específico.

Cuando se pretende hacer un estudio en baja frecuencia (por debajo de los 2500 Hz) centrado en el flujo de potencia en pequeñas distancias, es suficiente con recurrir a los modelos más simples. A continuación se da el circuito equivalente de los componentes elementales de la red eléctrica:

- *Línea eléctrica*: se utilizará el modelo de línea corta, simbolizada por un circuito serie RL, donde la resistencia representa las pérdidas por efecto Joule sobre los conductores de la línea y la autoinducción el efecto de los campos magnéticos que se originan debido a la circulación de corriente en los conductores. El efecto de capacidades parásitas y de las corrientes de fuga será omitido.

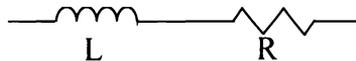


Figura 5. Circuito equivalente de una red eléctrica.

- *Transformadores*: se utilizará la impedancia de cortocircuito. La impedancia de vacío no suele ser utilizada, máxime teniendo en cuenta que parámetros tales como las pérdidas en el hierro dependen de la frecuencia.



Figura 6. Circuito equivalente de un transformador.

- *Baterías de condensadores*: se representarán mediante un condensador ideal, o mediante su conexión trifásica. En el caso de que sean con filtro armónico se simbolizan por una red LC serie

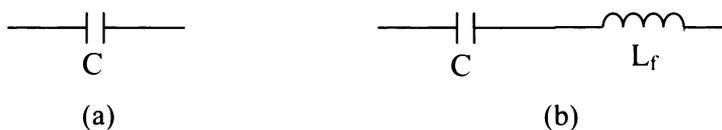


Figura 7. Circuito equivalente de una batería de condensadores. (a) Sin filtro armónico. (b) Con filtro armónico.

El circuito equivalente es independiente de si se trata de una batería fija o automática. En estas últimas debe considerarse un circuito equivalente para cada uno de los posibles valores de los escalones.

- *Cargas lineales*: se representarán mediante un circuito RL serie, en el que la resistencia es la responsable del flujo de potencia activa. Este circuito asume a priori que la carga es inductiva; si fuese el caso de una carga capacitiva, se debería considerar la asociación en paralelo de una resistencia y un condensador.



Figura 8. Circuito equivalente de una carga lineal.

- *Cargas no lineales*: se representarán mediante tantas fuentes de corriente conectadas en paralelo como frecuencias armónicas existan en la forma de onda de corriente de la carga, de modo que su suma sea

igual a esta. Si se conoce la parte lineal de la carga, esta puede ser simbolizada mediante la combinación paralelo del modelo de carga lineal, corrigiendo debidamente el valor de las fuentes de corriente.

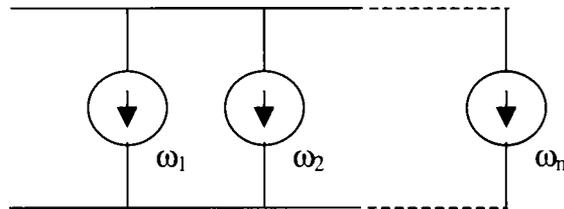


Figura 9. Circuito equivalente de una carga no lineal.

- *Fuentes de tensión:* se representarán mediante tantas fuentes de tensión conectadas en serie como tonos de frecuencia presentes en las formas de onda.

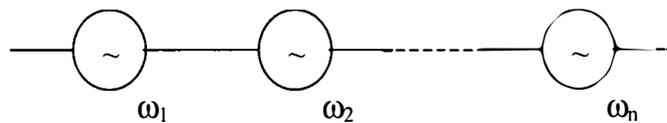


Figura 10. Circuito equivalente de una fuente de tensión.

En la figura 11 se representa el circuito equivalente de un circuito eléctrico que contiene los elementos más comunes. Como se desprende de la figura 11(b), la existencia de armónicos de tensión en el punto de acoplamiento común (PCC) puede ser fruto de la transmisión de tensión no sinusoidal procedente de otro receptor o bien del flujo de las corrientes procedentes de las cargas no lineales.

## ELIMINACIÓN DE ARMÓNICOS

La eliminación de armónicos se conoce habitualmente como “filtrado de armónicos”. En la mayoría de los casos dicha operación se reduce a los armónicos de corriente, pero puede ampliarse también a la forma de onda de tensión.

Realmente la eliminación total de armónicos es una utopía (principalmente por motivos económicos), y los sistemas únicamente actúan reduciendo los valores hasta niveles que aseguren la compatibilidad electromagnética (CEM).

Para eliminar o reducir las corrientes armónicas deben insertarse “cargas no lineales controladas”, es decir equipos que consuman corrientes armónicas con las mismas características que las que se pretende mitigar, pero desfasadas 180° con ellas. Dependiendo del tipo de instalación y de la distribución de las corrientes armónicas dentro del espectro el filtrado puede hacerse una aproximación mediante la conexión de filtros pasivos, filtros activos o incluso mediante la modificación de las conexiones de las cargas. En la presente exposición se realiza un estudio de los filtros pasivos de corriente.

Los filtros pasivos habitualmente se utilizan para reducir, e incluso eliminar, las corrientes armónicas de mayor magnitud. Cuando las componentes armónicas se encuentran muy dispersas dentro del espectro de frecuencia los filtros activos se muestran como una solución mucho más eficiente, a pesar de la existencia de algunas soluciones aceptables, basadas en la utilización de filtros pasivos.

La elección del tipo de filtro a instalar depende de las cargas conectadas a la instalación y del diseño de la misma, es decir del espectro de las corrientes de consumo y del esquema unifilar de la instalación. El diseño de la instalación se puede obtener de forma fácil de la documentación de la instalación; en cambio, para determinar los espectros de corriente es recomendable, e incluso necesario, la toma de medidas debidamente planificadas en cuanto al tiempo e instrumentación.

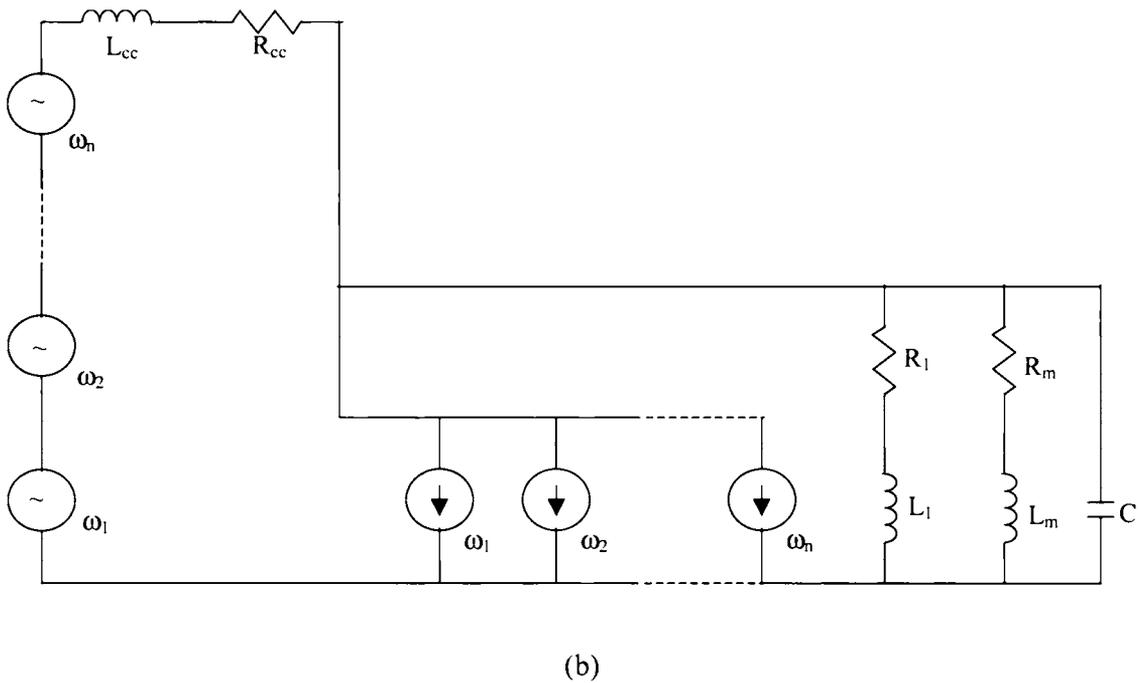
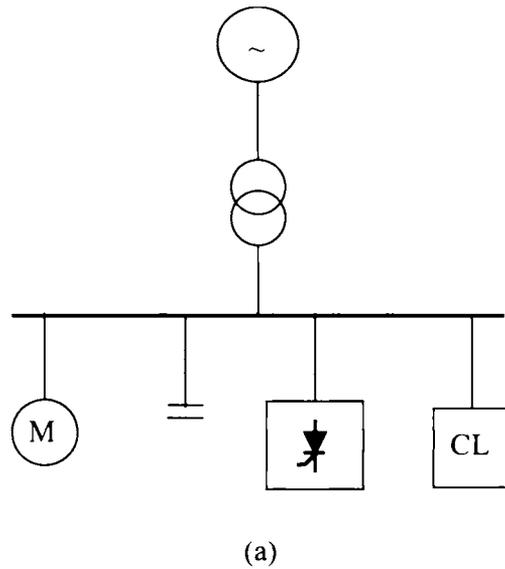


Figura 11. (a) Circuito básico de una instalación industrial. (b) Circuito equivalente.

### FILTRADO SIN FILTROS

Cuando se dispone de cargas cuyas distorsiones son iguales o muy similares se puede hacer uso de los índices horarios de los transformadores para que los armónicos de corriente se compensen parcialmente.

La idea se fundamenta en que el índice horario de los transformadores afecta a los armónicos en forma proporcional a su orden. Concretamente, los armónicos 5 y 7 (que suelen ser los de mayor peso dentro de las cargas no lineales) tienen índices horarios 5 y 7 en los transformadores Dy1 ( $1 \cdot 5 = 5 \gg 150^\circ$ ;  $1 \cdot 7 = 7 \gg 210^\circ$ ).

Si se plantea el cálculo de las corrientes armónicas de 5º y 7º orden en una línea que alimentase a dos cargas gemelas se obtiene:

$$i_{5,L} = i_{5,a} + i_{5,b} = I_{5,<0} + I_{5,<150} = 0,5176 I_{5,<75}$$

$$i_{7,L} = i_{7,a} + i_{7,b} = I_{7,<0} + I_{7,<-150} = 0,5176 I_{7,<-75}$$

Como se desprende de la formulación anterior las componentes armónicas quedan reducidas a un 25,9%.

Este modelo de filtrado se utiliza habitualmente en instalaciones donde abundan equipos de variadores de velocidad de motores de gran potencia, en donde el uso de transformadores para la adaptación de niveles de tensión es frecuente.

La figura 12 muestra el efecto anteriormente descrito para las formas de onda relativas a las tensiones de frecuencia fundamental y a las corrientes de 5º armónico en los bobinados primario y secundarios.

Debe recordarse que cuando se utilizan transformadores en instalaciones con un alto contenido de cargas no lineales la potencia nominal de la máquina debe ponderarse por el factor K.

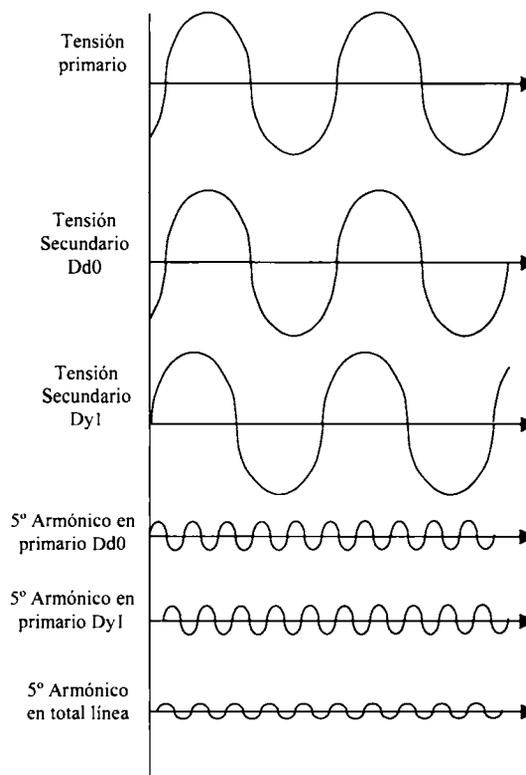


Figura 12. Índices horarios para las tensiones fundamental y 5º armónico de corriente en transformadores Dd0 y Dy1.

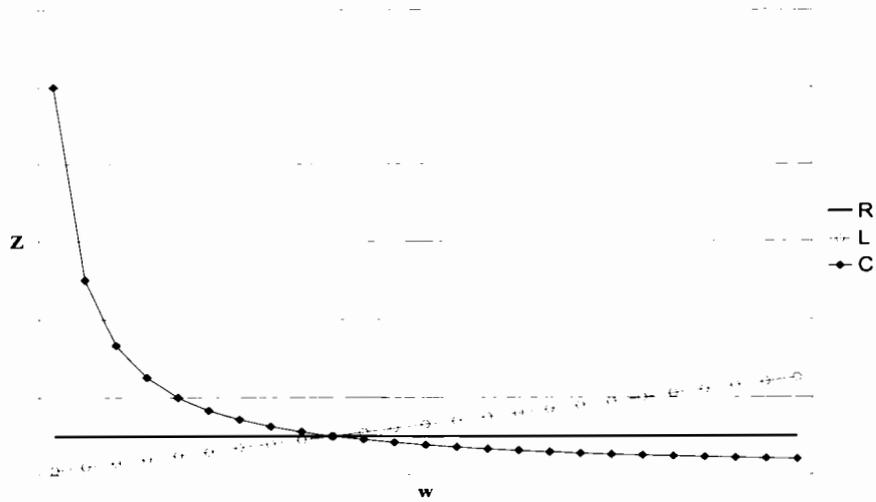
## FILTROS PASIVOS

Los filtros pasivos se forman a partir de la conexión de elementos pasivos lineales. Se fundamentan en la evolución frecuencial de los elementos pasivos puros (resistencia, condensador y bobina); a pesar de que los parámetros de resistencia, capacidad y coeficientes de inducción permanecen prácticamente invariantes con la frecuencia, las impedancias de condensadores y bobinas no lo hacen. A continuación se recuerdan las expresiones frecuenciales de los módulos de las impedancias y admitancias de los elementos pasivos puros.

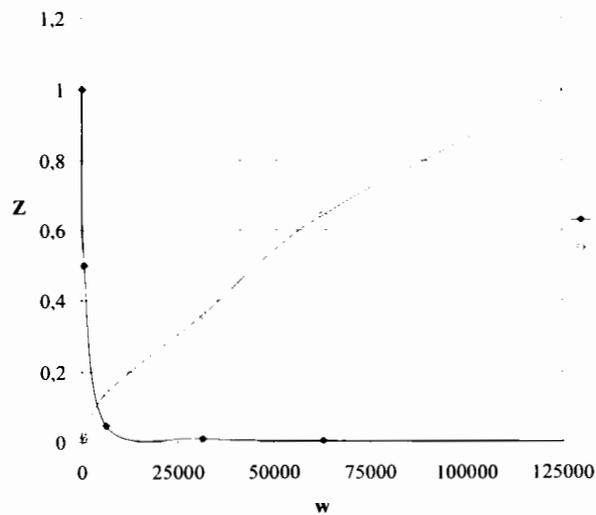
**Tabla I.** Impedancia y admitancia de elementos puros.

|             | Z              | Y              |
|-------------|----------------|----------------|
| Resistencia | R              | 1 / R          |
| Bobina      | $L \omega$     | 1 / $L \omega$ |
| Condensador | 1 / $C \omega$ | $L \omega$     |

**Evolución de las impedancias de los elementos puros**



(a)



(b)

**Figura 13.** (a) Evolución frecuencial de la impedancia ideal de la resistencia, bobina y condensador. (b) Evolución frecuencial de la impedancia de una bobina y un condensador reales.

La figura 13 puede verse la evolución frecuencial de las impedancias y admitancias de los elementos puros y una aproximación a la de los elementos reales. Como ya se vio en el apartado 2, las impedancias más significativas son las inductancias de dispersión de los transformadores, la capacidad equivalente de las baterías de condensadores y la resistencia e inductancia equivalente de las cargas. La conjunción de todas las impedancias puede dar lugar a múltiples resonancias.

Dependiendo de cómo se produzcan dichas resonancias se puede producir una eliminación de frecuencias armónicas de tensión o corriente o bien conducir a una amplificación de las mismas.

El filtrado pasivo se basa en la modificación del circuito eléctrico mediante la introducción de inductancias y condensadores que desvíen las frecuencias de resonancia a los valores deseados. El modelo y formación de filtro a utilizar será función del problema que se desee corregir.

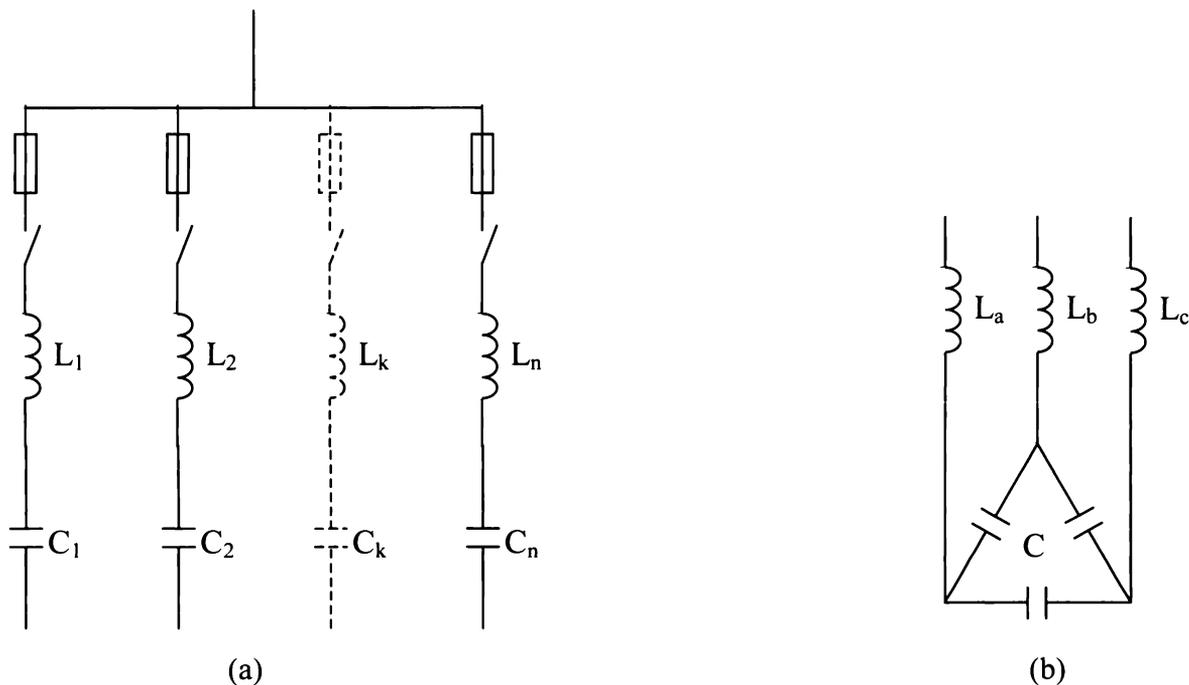
Así pues, para evitar las resonancias de las baterías de condensadores se utilizan filtros de rechazo. Para absorber los armónicos de corriente se utilizan filtros de absorción o los filtros suavizados, cuando dichas corrientes son de alta frecuencia se utilizan reactancias serie, filtros EMI o bien filtros de rechazo banda.

### 1. Filtros de rechazo

El objetivo de los filtros de rechazo es impedir la resonancia paralelo entre las baterías de condensadores y la instalación, que en la mayoría de los casos puede reducirse a la impedancia del transformador. De esta forma se evitan las sobrecargas de la batería debidas a frecuencias armónicas, que pueden dañar seriamente a las mismas.

El filtro se forma añadiendo una autoinducción, conocida como reactancia antirresonancia, a las baterías de condensadores. Cuando existen varias baterías, o estas están divididas en escalones, se forma una rama por cada batería elemental.

La figura 14(a) muestra el diagrama unifilar de una batería de compensación con filtro de rechazo, la 14(b) muestra el circuito de un escalón trifásico. A este último se le suelen añadir la resistencia de descarga de los condensadores, que se encargan de llevar a cero la tensión residual de los mismos después de ser desconectados.



**Figura 14.** Batería de compensación con filtro de rechazo. (a) Diagrama unifilar. (b) Escalón trifásico.

Cara al dimensionamiento de la reactancia, estas deben estar previstas para soportar permanentemente corrientes armónicas importantes sin calentarse ni entrar en saturación. En la práctica, la sobretensión generada por el paso de las intensidades armónicas en el grupo L-C raramente exceden el 5% de la tensión nominal, pero en cambio las tensiones de los condensadores son superiores al valor nominal de la red, por esta razón se suelen sobredimensionar en torno a un 15%.

Debe tenerse en cuenta que la potencia reactiva final de la batería ( $Q_f$ ), la que regularan los interruptores, viene determinada por la diferencia entre la potencia de los condensadores a la tensión y frecuencia fundamental menos la potencia absorbida por la reactancia (que normalmente es comparativamente pequeña).

El cálculo de la reactancia del filtro se hace de modo tal que la frecuencia de resonancia de las ramas del filtro se sitúe en un tono interarmónico entre los armónicos 3 y 5º; para una fundamental de 50 Hz suelen diseñarse los elementos para frecuencias en torno a 180 Hz. (armónico 3,5 - 3,6).

Fijando así la frecuencia de resonancia se asegura que la batería de condensadores muestre un comportamiento inductivo, con una impedancia tanto mayor cuanto mayor lo sea el orden del armónico estudiado. De otro lado, la formación triángulo asegura que se eliminan los armónicos triples equilibrados.

El cálculo y elección de los elementos que integran estos filtros no se estudiará en el apartado 5.6 ya que se trata de equipos estandarizados y se pueden elegir en los catálogos de las principales marcas de compensadores de energía reactiva tomando como parámetros nominales la tensión nominal de la instalación y la potencia reactiva fundamental de la batería de compensación que se desea instalar.

## 2. Filtros de absorción o sintonizados

Los filtros de rechazo anteriormente estudiados se encargan de evitar las resonancias de los receptores, pero no eliminan las corrientes y tensiones armónicas. Para ello deben sintonizarse las ramas a las frecuencias armónicas que se desean eliminar.

De esta forma la impedancia del filtro a la frecuencia de resonancia se reduce a la resistencia de la autoinducción asociada, que es mucho menor que la que pueda presentar la red.

Este modelo de filtro implica que debe diseñarse un conjunto de ramas resonantes por cada una de las frecuencias a eliminar. Para evitar que los costes se disparen únicamente se compensan los armónicos de corriente más significativos (en sistemas trifásicos habitualmente 5º, 7º y, en algunas ocasiones, 11º), evitando las frecuencias debidas a armónicos de orden triple.

El comportamiento de cada una de las ramas a la frecuencia fundamental es el de una reactancia capacitiva; por lo que si se conectan con la instalación prácticamente en vacío se estará inyectando energía reactiva en la red (con los consecuentes problemas asociados a la misma).

Por cuestiones básicamente económicas, los filtros se suelen conectar en el lado de BT y se dimensionan para la corriente armónica que deben absorber. Siguiendo con la conexión de los mismos, se suele aislar el conjunto de carga perturbadora y filtro mediante una reactancia inductiva, de esta forma se evita la aparición de resonancias paralelo del filtro con el resto de la instalación (las frecuencias de resonancia se sitúan por debajo de las frecuencias armónicas).

Un caso especial de filtros de absorción lo constituyen los transformadores separadores. Se trata de un sistema pensado para la eliminación de armónicos de orden triple, además de los debidos a otros ordenes. El circuito, reflejado en la figura 15, básicamente consta de un transformador Dy en cuyo secundario se encuentra conectada la carga distorsionante y, normalmente, una rama de filtro sintonizada al 5º armónico (aunque en ocasiones pueden existir más, dependiendo de las corrientes armónicas solicitadas por la carga).

El transformador cumple una doble función, de un lado se comporta como la autoinducción de aislamiento, y simultáneamente elimina los armónicos de orden triple.

## 3. Filtros de respuesta amortiguada

Se trata de una variante de los filtros sintonizados que modifica su respuesta frente a los armónicos elevados, de modo que su impedancia se ve ostensiblemente reducida. La figura 16 presenta los circuitos típicos de filtros de respuesta amortiguada.

Como puede verse en la figura 16, su estructura es prácticamente igual a la de los filtros sintonizados, pero en este caso la impedancia inductiva es sustituida por un conjunto de impedancias. El resultado es que a frecuencia por debajo de la de resonancia o sintonización se comportan prácticamente igual que los filtros sintonizados, y a frecuencias superiores la impedancia se ve limitada mediante una resistencia.

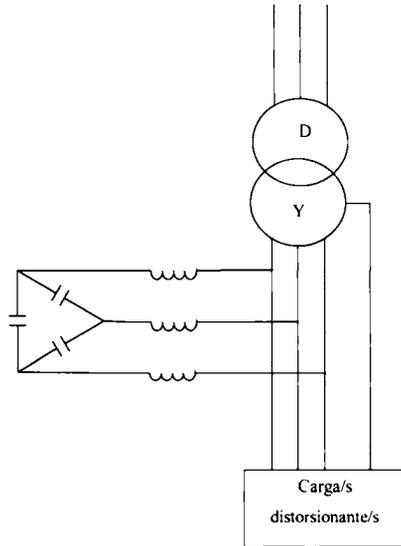


Figura 15. Filtrado mediante transformadores separadores.

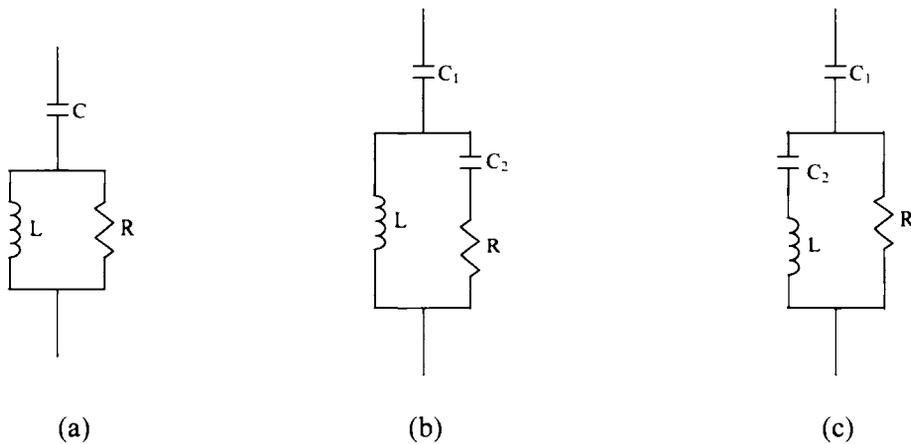


Figura 16. (a) Filtro amortiguado de segundo orden. (b) Filtro amortiguado de tercer orden. (c) Filtro amortiguado tipo C.

Asociado a dicha resistencia se asocia un aumento de las pérdidas del filtro. Siendo el valor más significativo el de las correspondientes a la fundamental. Por ese motivo los filtros suavizados de tipo C suelen presentar resonancia L-C' a dicha frecuencia, eliminando así la circulación de corriente fundamental por el elemento resistivo.

En los filtros de suavizados de tercer orden normalmente se utilizan las dos capacidades del mismo valor, de esta manera se consigue simplificar el diseño a la vez que se reducen los elementos de stock del usuario.

#### 4. Reactancias de filtrado para rectificadores y onduladores

Las reactancias de filtrado para rectificadores y onduladores sirven para reducir/eliminar los armónicos de corriente debidos a las variaciones de tensión.

En el caso de rectificadores no controlados los armónicos de tensión están caracterizados, en cambio, cuando se trata de elementos controlados, los armónicos dependen del punto de funcionamiento que se establezca.

En cualquiera de los casos, las reactancias se conectaran en serie con la carga que se encuentra aguas debajo de los interruptores de potencia.

Para el caso de los onduladores ha de tenerse en cuenta que sobre la reactancia existe una caída de tensión a la frecuencia fundamental. Por tanto el valor de autoinducción no debe ser muy elevado; normalmente se dimensionan de forma que la caída de tensión en condiciones nominales no supere el 4%.

## 5. Filtros EMI

Los filtros EMI son filtros armónicos utilizados para eliminar las perturbaciones conducidas en media y alta frecuencia. Básicamente, se componen de varias unidades LC escalonadas, tal y como se describe en la figura 17.

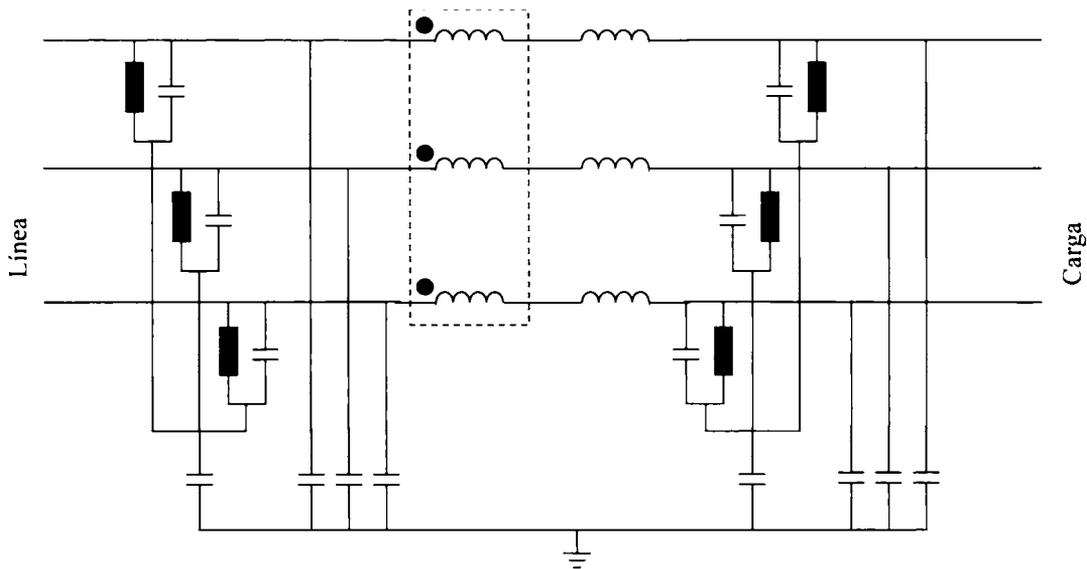


Figura 17. Esquema de un filtro EMI trifásico estándar.

Cada una de las etapas presenta una atenuación de 40 dB/década a la frecuencia de resonancia ( $f_r = 1 / (2\pi(LC)^{0.5})$ ).

Los filtros EMI suelen venderse como complementos de algunas cargas no lineales, tales como los variadores de velocidad de motores. Cuando se elige el módulo de filtrado ha de tenerse en cuenta que por él circulará la corriente que solicita la carga.

## 6. Diseño de filtros

Para diseñar filtros sintonizados y suavizados han de tenerse en cuenta no sólo aspectos técnicos, sino también económicos.

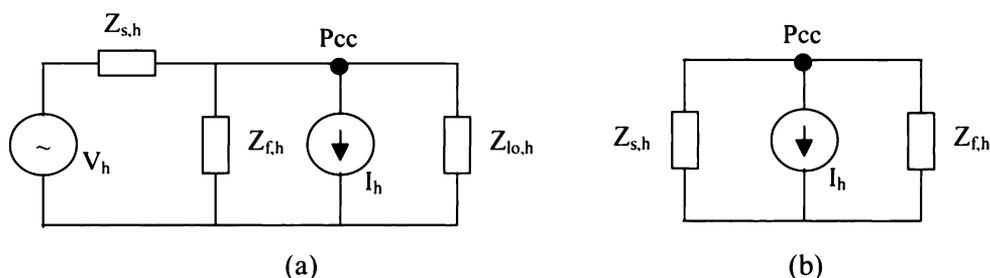
En cuanto a los últimos, en la práctica, el coste de un filtro comprende cuatro partes: materiales, instalación, mantenimiento y pérdidas.

$$\text{Coste} = C_{\text{material}} + C_{\text{instalación}} + C_{\text{mantenimiento}} + C_{\text{pérdidas}}$$

De los cuatro sumandos mencionados el material e instalación son costes que se desembolsan una sola vez. El mantenimiento puede considerarse como un coste prácticamente fijo al año. Finalmente el coste asociado a las pérdidas es prácticamente proporcional a las horas de utilización de la instalación.

Normalmente, las pérdidas más significativas son las que se producen a la frecuencia fundamental. Ha de tenerse en cuenta que las pérdidas armónicas, en los filtros pasivos, no significan un incremento del consumo de la instalación ya que las corrientes que las causan se deben a las cargas no lineales de la propia instalación, e incluso en los filtros suavizados es un efecto buscado y beneficioso.

Para analizar la solución técnica aportada por un conjunto de filtros deben analizarse los circuitos equivalentes a cada una de las frecuencias armónicas consideradas. Con lo que el circuito equivalente de la figura 11(b) se convertirá en el de la figura 18. En la simplificación del circuito (a) al (b) se asume que aguas arriba del punto de acoplamiento común la tensión armónica es despreciable. Otra asunción que suele hacerse sobre el circuito anterior es que la impedancia de la fuente  $Z_{s,h}$  es prácticamente la impedancia de cortocircuito del transformador o bien la impedancia separadora del subcircuito protegido, y que el efecto de las impedancias armónicas de las cargas es despreciable.



**Figura 18.** Circuito equivalente de la red para el armónico h. (a) Circuito completo. (b) Circuito simplificado.

Debe remarcar, que al igual que en los filtros sintonizados, para un correcto funcionamiento de los filtros pasivos de absorción es necesaria la utilización de impedancias (inductancias) de aislamiento integradas por autoinducciones o por los propios transformadores de alimentación, en el caso de que existiesen.

En estas condiciones la corriente armónica que fluirá hacia la fuente de energía viene dada por la expresión siguiente

$$I_{s,h} = \frac{Z_{f,h}}{Z_{f,h} + Z_{s,h}} I_h$$

Fundamentalmente son dos los parámetros que definen la respuesta de un filtro: orden armónico característico del filtro,  $h_o$ , y la constante del tiempo de suavizado,  $m$ , para los filtros suavizados.

Para los filtros sintonizados se define la frecuencia característica como

$$h_o = \sqrt{\frac{X_c}{X_L}} = \frac{1}{f_1} \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

siendo  $X_c$  y  $X_L$  la capacitancia y la inductancia del filtro, que vienen definidas por las expresiones siguientes

$$X_c = \frac{1}{2\pi f_1 C}$$

$$X_L = 2\pi f_1 L$$

Para los filtros suavizados

$$h_o = \frac{X_c}{R} = \frac{1}{2\pi f_1 R C}$$

$$m \equiv \frac{L}{R^2 C} = \frac{X_c X_L}{R^2} = h \frac{X_L}{R}$$

En el caso de los filtros suavizados de tercer orden el valor de ambos condensadores es el mismo. En el caso de los de tipo C la capacitancia se refiere a la de  $C_1$ , mientras que la de  $C_2$  se calcula para que resuene con la bobina a la frecuencia fundamental.

La impedancia armónica de las configuraciones de filtro presentadas se reflejan en la tabla II

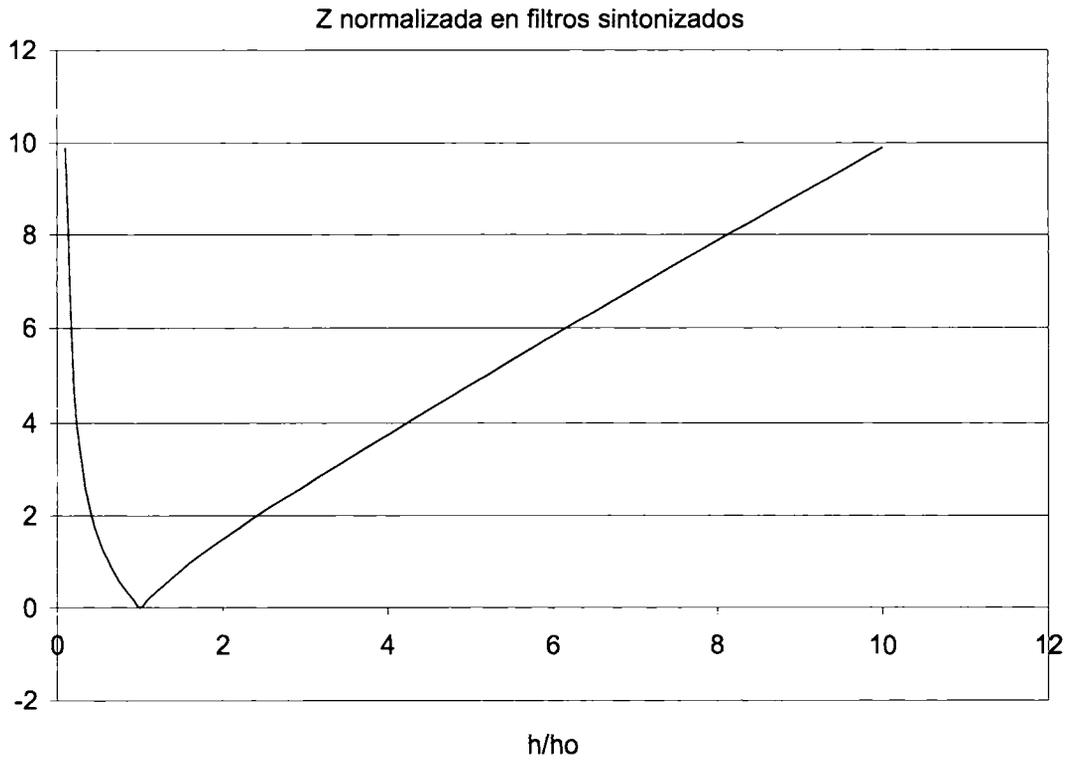
**Tabla II.** Impedancia armónica de los filtros sintonizados y de los suavizados.

| Configuración         | Valor de la impedancia armónica  |
|-----------------------|--|
| Sintonizado           | $Z_i(h) = j \left( h X_L - \frac{X_C}{h} \right)$  |
| Suavizado de 2º orden | $Z_i(h) = \frac{R (h X_L)^2}{R^2 + (h X_L)^2} + j \left[ \frac{R^2 h X_L}{R^2 + (h X_L)^2} - \frac{X_C}{h} \right]$  |
| Suavizado de 3º orden | $Z_i(h) = \frac{R (h X_L)^2}{R^2 + \left( h X_L - \frac{X_C}{h} \right)^2} + j \left[ \frac{R^2 h X_L - h X_L^2 X_C + \frac{X_L X_C^2}{h}}{R^2 + \left( h X_L - \frac{X_C}{h} \right)^2} - \frac{X_C}{h} \right]$          |
| Suavizado tipo C      | $Z_i(h) = \frac{R \left( h X_L - \frac{X_L}{h} \right)^2}{R^2 + \left( h X_L - \frac{X_L}{h} \right)^2} + j \left[ \frac{R^2 h X_L - \frac{X_L}{h}}{R^2 + \left( h X_L - \frac{X_L}{h} \right)^2} - \frac{X_C}{h} \right]$ |

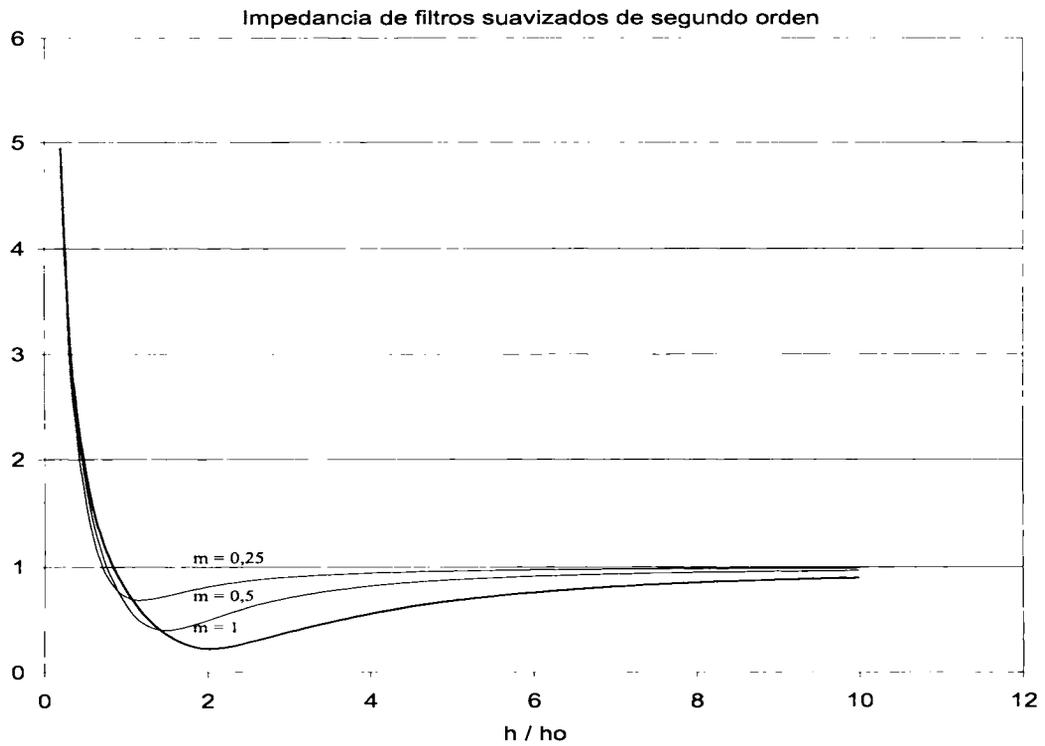
Las impedancias anteriores se pueden normalizar a  $X_C / h_0 = R$ . Las nuevas impedancias normalizadas se calcularán como y hacemos la identificación  $\bar{h} = h / h_0$  quedan los valores de impedancia que se reflejan en la tabla III y en las figuras 19-22.

**Tabla III.** Valores normalizados de las impedancias armónicas de los filtros pasivos.

| Configuración         | Valor de la impedancia armónica  |
|-----------------------|--|
| Sintonizado           | $\hat{Z}_i(\bar{h}) = j \left( \bar{h} - \frac{1}{\bar{h}} \right)$  |
| Suavizado de 2º orden | $\hat{Z}_i(\bar{h}) = \frac{m^2 \bar{h}^2}{1 + (m \bar{h})^2} + j \left[ \frac{m \bar{h} - m^2 \bar{h} - \frac{1}{\bar{h}}}{1 + (m \bar{h})^2} \right]$  |
| Suavizado de 3º orden | $\hat{Z}_i(\bar{h}) = \frac{m^2 \bar{h}^2}{1 + \left( m \bar{h} - \frac{1}{\bar{h}} \right)^2} + j \left[ \frac{m \bar{h} - m^2 \bar{h} + \frac{m}{\bar{h}}}{1 + \left( m \bar{h} - \frac{1}{\bar{h}} \right)^2} - \frac{1}{\bar{h}} \right]$  |
| Suavizado tipo C      | $\hat{Z}_i(\bar{h}) = \frac{\left( m \bar{h} - \frac{m}{h_0^2 \bar{h}} \right)^2}{1 + \left( m \bar{h} - \frac{m}{h_0^2 \bar{h}} \right)^2} + j \left[ \frac{m \bar{h} - \frac{m}{h_0^2 \bar{h}}}{1 + \left( m \bar{h} - \frac{m}{h_0^2 \bar{h}} \right)^2} - \frac{1}{\bar{h}} \right]$ |



**Figura 19.** Impedancia normalizada para un filtro sintonizado.



**Figura 20.** Impedancia normalizada para un filtro suavizado de 2º orden.

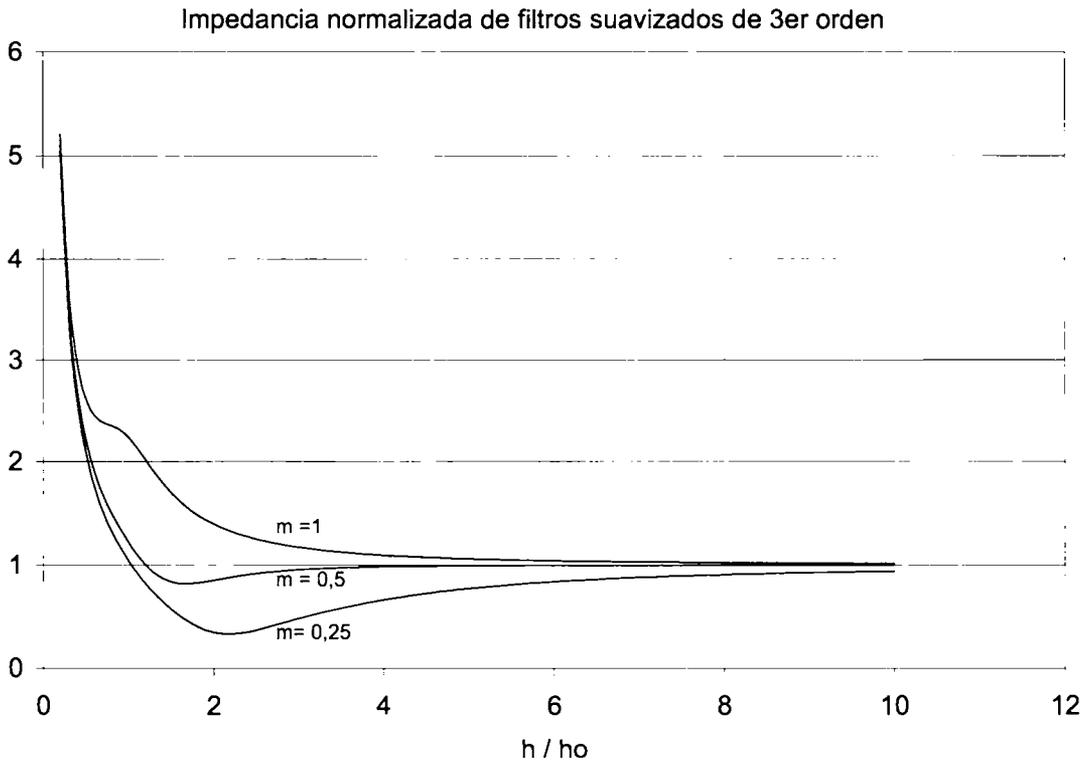


Figura 21. Impedancia normalizada para un filtro suavizado de 3<sup>er</sup> orden.

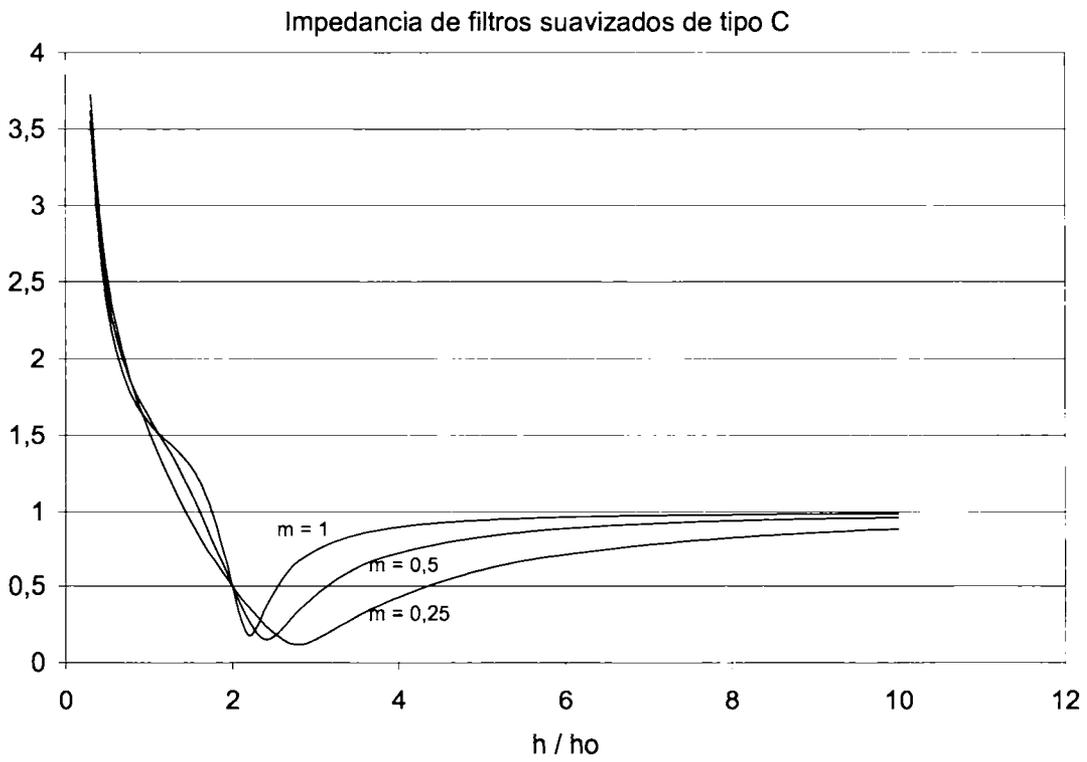


Figura 22. Impedancia normalizada para un filtro suavizado de tipo C.

En cuanto a los valores a utilizar de capacidades, de autoinducciones y resistencias previamente se debe hacer una reflexión. Todos los filtros pasivos presentados inyectan energía reactiva capacitiva a la frecuencia fundamental.

Este hecho hace que, siempre y cuando los valores de las tensiones máximas lo permitan, se utilicen las baterías de compensación de reactiva como elementos de los filtros.

El diseño de filtros utilizando valores altos de capacidades presenta la ventaja de la reducción de las tensiones armónicas en las propias capacidades y la reducción del valor de los valores de las autoinducciones. Pero presenta el inconveniente del comportamiento capacitivo de la instalación cuando está trabaja en vacío (cuando las corrientes debidas a cargas no lineales presentan un alto THD).

Otro factor de diseño a tener en cuenta es la utilización de filtros sintonizados, filtros suavizados o una mezcla de ambos. Usualmente, la primera herramienta de lucha contra las distorsiones son los filtros sintonizados, que se calculan para eliminar los armónicos más significativos.

Los filtros suavizados no suelen utilizarse solos, sino que suelen emplearse conjuntamente con los sintonizados. Esto se debe a que se trata de sistemas cuya implementación resulta más costosa, y que además implican un gasto asociado a las pérdidas sobre el elemento resistivo. Normalmente, se suelen justificar cuando existen un porcentaje significativo de corriente armónica repartido entre varias frecuencias armónicas.

El número final de filtros utilizados es algo que debe determinarse en una ecuación de compromiso entre los costes asociados a los propios filtros y la valoración de la pureza en las formas de onda de corriente. A colación de este último factor, no suele ser usual actuar sobre corrientes con un THD inferior al 20%, de no ser que existan equipos especialmente sensibles que se puedan ver afectados. Dicho objetivo suele alcanzarse con 2 o 3 etapas de filtros.

## 7. Ventajas e inconvenientes de los filtros pasivos

### – *Ventajas de los filtros armónicos de potencia*

- En muchas ocasiones puede utilizarse la batería de condensadores de la instalación para implementar el filtro, con lo que los gastos se reducen a una posible ampliación, y a las bobinas.
- Bloquean las corrientes armónicas en los dos sentidos, evitando que la carga se vea afectada por armónicos procedentes de otro punto de la instalación y viceversa. Asimismo, algunas formaciones, protegen la carga contra variaciones bruscas de tensión y corriente que pueden afectar a equipos electrónicos.
- Son una solución mucho más económica que otras tales como los filtros activos (aunque su comportamiento no es comparable).

### – *Principales inconvenientes*

- Necesitan de un sistema de control adicional para adaptarse a las variaciones de carga. Ligado al mismo problema está la inyección de energía reactiva en la red.
- Pueden darse problemas de resonancia si no se acoplan mediante impedancias de choque o transformadores de aislamiento debidamente calibrados.
- Su espectro armónico es muy estrecho, se suele limitar a un único tono armónico en el caso de los filtros sintonizados.
- Si la carga varía su espectro armónico, pueden ser ineficaces, al sufrir una desintonización
- La resistencia física de las bobinas, y la añadida en los filtros suavizados, puede suponer una considerable pérdida de potencia, incluso a la frecuencia armónica.

## SIMULACIÓN DE FILTROS

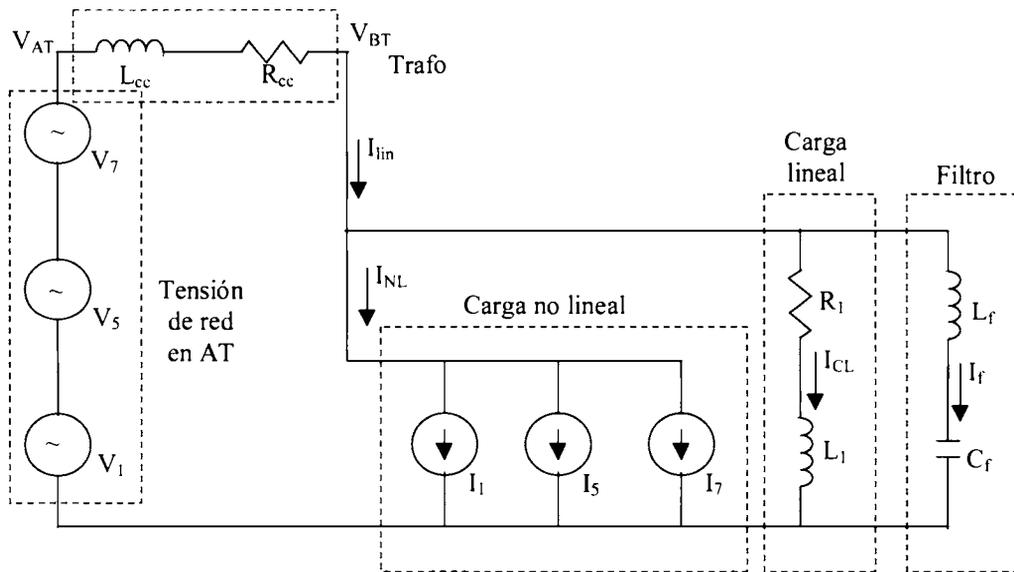
En cuanto a la simulación del efecto de los filtros, existen multitud de aplicaciones informáticas que permiten hacerla. Dichas aplicaciones las podemos dividir en dos grandes grupos: simuladores de circuitos eléctricos, simuladores de sistemas físicos.

A continuación se propone un ejemplo de simulación de un circuito, representado en la figura 23, utilizando ambos sistemas. En el mismo se ha considerado que únicamente existe una etapa de filtro (sintonizada al 5º armónico, y realizada mediante la batería de compensación de la carga lineal), la carga lineal es significativa (como se dijo en la etapa de diseño no es el caso habitual, pero en esta ocasión si la consideraremos para ver su

modelado y comportamiento), existe un trafo que conecta el conjunto a alta tensión y que hará los efectos de impedancia de aislamiento, y finalmente los armónicos significativos de tensión y corriente son el 5° y 7°. Los parámetros característicos de los elementos son:

**Tabla IV.** Valores de los parámetros del circuito.

| Parámetro | Denominación                             | Valor de fase                  |
|-----------|--|--------------------------------|
| $V_1$     | Tensión fundamental reducida a BT        | $322 \text{ sen } (100 \pi t)$ |
| $V_5$     | Tensión 5º armónico reducida a BT        | $3 \text{ sen } (500 \pi t)$   |
| $V_7$     | Tensión 7º armónico reducida a BT        | $2 \text{ sen } (700 \pi t)$   |
| $I_1$     | Corriente fundamental de la CNL          | $400 \text{ sen } (100 \pi t)$ |
| $I_5$     | Corriente 5º armónico de la CNL          | $500 \text{ sen } (500 \pi t)$ |
| $I_7$     | Corriente 7º armónico de la CNL          | $300 \text{ sen } (700 \pi t)$ |
| $L_{cc}$  | Autoinducción de cortocircuito del trafo | 0,000037649                    |
| $R_{cc}$  | Resistencia de cortocircuito del trafo   | 0,002025                       |
| $R_l$     | Resistencia de la carga lineal           | 0,4648                         |
| $L_l$     | Autoinducción de la carga lineal         | 0,0015                         |
| $L_f$     | Autoinducción del filtro                 | 0,0001184                      |
| $C_f$     | Capacidad del filtro                     | 0,003424                       |



**Figura 23.** Circuito utilizado en la simulación de filtros.

### 1. Simulador de circuitos eléctricos

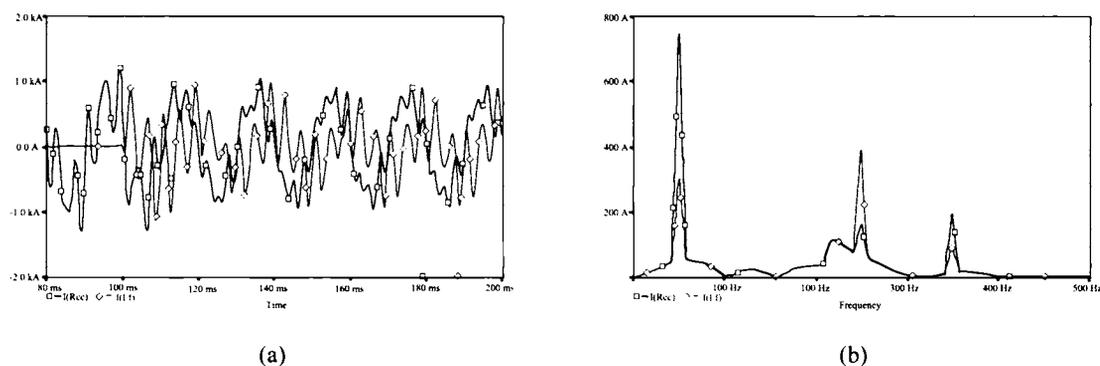
Los simuladores de circuitos eléctricos se basan en la creación de un fichero de nudos, conocido popularmente como netlist, en el que se reflejan las conexiones entre los distintos elementos del circuito, así como los

parámetros característicos. Normalmente al nudo de referencia se le numera con el '0'. En los simuladores más recientes la tarea de realizar dicho fichero se facilita mediante un entorno gráfico. A continuación se muestra el fichero NETLIST asociado al circuito anterior generado por un simulador comercial.

```
R_Rcc      $N_0002 $N_0001 0.002025
L_Lcc      $N_0003 $N_0002 0.000037649
R_R1       $N_0004 $N_0001 0.4648
L_L1       0 $N_0004 0.0015
L_Lf       0 $N_0005 0.0001184
C_Cf       $N_0005 $N_0006 0.003424
V_V1       $N_0007 0
+SIN 0 322 50 0 0 0
V_V5       $N_0008 $N_0007
+SIN 0 3 250 0 0 0
V_V7       $N_0003 $N_0008
+SIN 0 2 350 0 0 0
I_I1       $N_0001 0
+SIN 0 400 50 0 0 0
I_I5       $N_0001 0
+SIN 0 500 250 0 0 0
I_I7       $N_0001 0
+SIN 0 300 350 0 0 0
X_U1      $N_0001 $N_0006 Sw_tClose PARAMS: tClose=100ms ttran=1u Rclosed=0.01
+ Ropen=1Meg
```

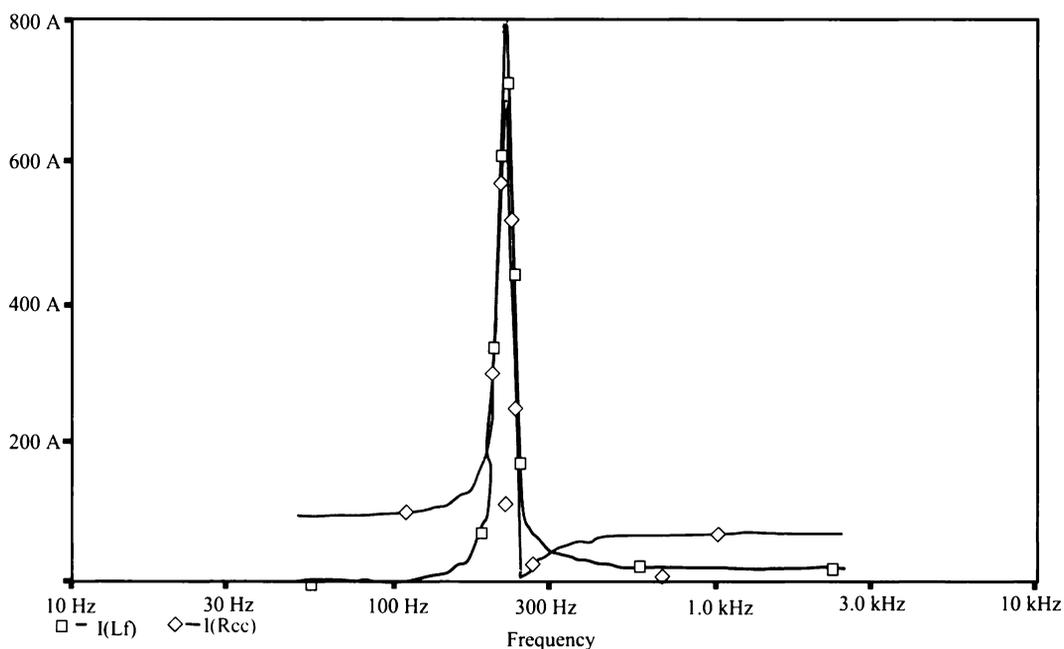
Aunque existe una amplia gama de software en el mercado, todos ellos suelen permitir realizar al menos dos tipos de análisis: análisis transitorio, y análisis AC.

El análisis transitorio permite ver las formas de onda de las tensiones y corrientes del circuito, y se suele utilizar para ver si los valores de pico de dichos parámetros pueden dañar alguna parte del circuito, así como para obtener análisis de Fourier de las formas de onda. La figura 24 muestra el transitorio de conexión del filtro.



**Figura 24.** Análisis transitorio. (a) Formas de onda de corriente en la conexión del filtro. (b) Espectro de las formas de onda.

A la hora de realizar un análisis transitorio deben definirse cuatro parámetros de simulación: tiempo de registro, tiempo final, tiempo durante el que no se guarda la información y el máximo paso de simulación. Este último parámetro es especialmente importante, ya que un paso pequeño puede conducir a dilatar injustificadamente los tiempos y los registros de grabación; así mismo, un paso grande puede hacer que se pierda información entre dos puntos representados en la figura.



**Figura 25.** Análisis AC del circuito analizado.

El análisis AC permite ver la respuesta frecuencial del circuito. Permite ver las trazas de módulo de Bode del las tensiones y corrientes del circuito. Esta función es muy útil para identificar posibles resonancias de los circuitos, que pueden deteriorar elementos como condensadores, etc. La figura 25 muestra el análisis AC del circuito analizado.

## 2. Simulador de sistemas físicos

Los simuladores de circuitos físicos se basan en el análisis de la función de transferencia de los circuitos. Dicha función de transferencia habitualmente se formula en el dominio de Laplace.

**Tabla V.** Equivalencias eléctricas fundamentales de los circuitos eléctricos.

| Parámetro             | Valor                       |
|-----------------------|-----------------------------|
| Resistencia           | R                           |
| Inductancia           | L s                         |
| Capacitancia          | 1 / C s                     |
| Seno ( $\omega t$ )   | $\omega / (s^2 + \omega^2)$ |
| Coseno ( $\omega t$ ) | $s / (s^2 + \omega^2)$      |

Para ello se utilizan las impedancias equivalentes en el dominio de Laplace y los desfases de tensiones y corrientes se obtienen cambiando las funciones trigonométricas elementales como suma de senos y cosenos. Las transformaciones más importantes se muestran en la tabla V.

Al igual que ocurría con los simuladores de circuitos, podemos decir que existe una amplia gama de simuladores de sistemas físicos. La mayoría de ellos permiten ver la respuesta de un sistema frente a distintas excitaciones.

Como diferencia fundamental con la herramienta anterior debe formularse una función de transferencia para cada una de las variables de salida que se deseen visualizar.

Algunos de los simuladores cuentan con una interface gráfica que permite introducir las funciones de transferencia en forma de diagrama de bloques. La figura 26 muestra el diagrama de bloques asociado a la corriente que circula por las fuentes. Dicho diagrama se forma a partir de las ecuaciones siguientes:

$$V_{AT}(s) = V_1(s) + V_5(s) + V_7(s)$$

$$V_{BT}(s) = V_{AT}(s) + Z_{cc}(s) I_{in}(s)$$

$$Z_{cc}(s) = R_{cc} + L_{cc} s$$

$$I_{NL}(s) = I_1(s) + I_5(s) + I_7(s)$$

$$I_{CL}(s) = \frac{V_{BT}(s)}{Z_1(s)}$$

$$Z_1(s) = R_1 + L_1 s$$

$$I_f(s) = \frac{V_{BT}(s)}{Z_f(s)}$$

$$Z_f(s) = L_f s - \frac{1}{C_f s}$$

$$I_{in}(s) = I_{NL}(s) + I_{CL}(s) + I_f(s)$$

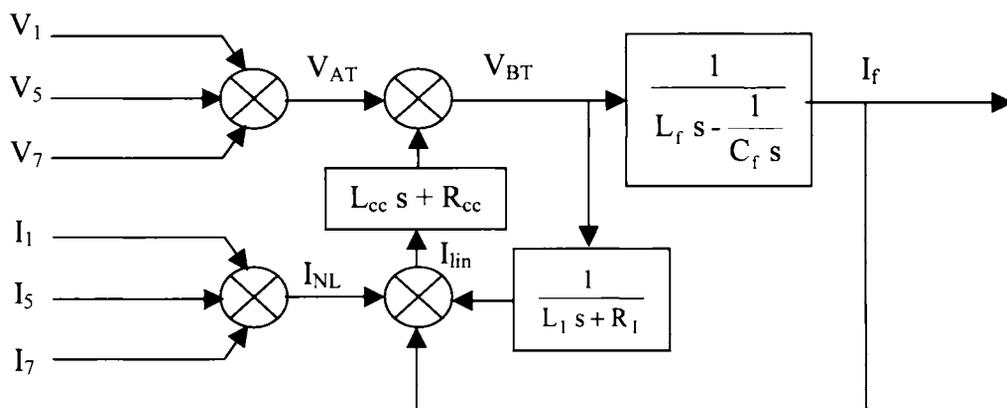


Figura 26. Diagrama de bloques asociado a una posible función de transferencia.

Cuando posteriormente se hace la representación temporal de las señales se obtiene una figura equivalente al análisis transitorio de los simuladores de circuitos. Así pues se trata de una herramienta equivalente al análisis transitorio de los simuladores de circuitos, pero que en general suele ser menos “amigable”.

## REFERENCIAS

- [1] Chih-Ju Chou, Chih-When Liu, June-Youn Lee, Kune-Da Lee. “Optimal planning of large passive-harmonic-filters set at high voltage level”. IEEE Transactions on Power Systems. Vol. 15, Nº 1, February 2000.
- [2] P. Salmeron Revuelta y J.C. Montaña Asquerino. “Compensación de cargas trifásicas no lineales”. Energía. Julio/Agosto 1995.
- [3] J.L. Schanen, E. Clavel and J. Rouder. “Modeling of Low Inductive Busbar Connections”. IEEE Industry Applications Magazine. September/October 1996.
- [4] K-w. Ma and Y-s. Lee. “Techique for Sensing Inductor and dc Output Currents of PWM dc-dc Converter”. IEEE Transactions on Power Electronics. Vol. 9, Nº 3, May 1994.
- [5] T. Farkas and M. F. Schlecht. “Viability of Active EMI Filters for Utility Applications. IEEE Transactions on Power Electronics”. Vol. 9, Nº 3, May 1994.
- [6] S. Hamada and M. Nakaoka. “Analysis and Design of a Saturable Reactor Assisted Soft-Switching Full-Bridge dc-dc Converter”. IEEE Transactions on Power Electronics. Vol. 9, Nº 3, May 1994.
- [7] S-A. El-Hamamsy. “Design of High-Efficiency RF Class-D Power Amplifier”. IEEE Transactions on Power Electronics. Vol. 9, Nº 3, May 1994.
- [8] S. M. Peeran and C. W. P. Cascadden. “Application, Design, and Specification of Harmonic Filters for Variable Frequency Drives”. IEEE Industry Applications. July/August 1995.
- [9] L. O. Eriksson, D. E. Piccone, L. J. Willinger and W. H. Tobin. “Selecting Fuses for Power Semiconductor Devices”. IEEE Industry Applications Magazine. September/October 1996.
- [10] A. Kusko and S. M. Peeran. “Tuned Filters for Traction Rectifier Sets. IEEE Transactions on Industry Applications”. Vol. IA-20, Nº 6, November/December 1985.
- [11] A. L. Day and A. A. Mahmoud. “Methods of Evaluation of Harmonic Levels in Industrial Plant Distribution Systems”. Vol. IA-23, Nº 1, January/February 1987.
- [12] A. Cavallini, M. Loggini and G. C. Montanari. “A Comparison of Performances of Actives and Passive Power Filters Applied to AC/DC Converters”. Proceedings of IEEE ICHPS VI, Bologna, September 21-23, 1994.
- [13] A. Cerretti and F. Panin. “Limitation of Harmonic Pollution on MV Networks: Connection Criteria and Corrective Devices”. Proceedings of IEEE ICHPS VI, Bologna, September 21-23, 1994.
- [14] H. Fujita and H. Akagi. “A Practical Approach to Harmonic Compensation in Power Systems -Series Connection of Passive and Active Filters”. IEEE Transactions on Industry Applications. Vol. 27, Nº 6, November/December 1991.
- [15] L. S. Czarnecki. “Minimization of Reactive Power under Nonsinusoidal Conditions”. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. Vol. IM-36, Nº 1, March 1987.
- [16] R. E. Beighley, C. A. Gougler, J. R. Johnson. “Application of active harmonic filters for power quality improvement”. IEEE Summer meeting, 1999.
- [17] M. F. McGranaghan, D. R. Mueller. “Designing harmonic filters for adjustable-speed drivers to comply with IEEE-519 harmonic limits”. IEEE Transaction on Industry Applications, Vol 35, Nº 2, March/April 1999.
- [18] C. A. Karybakas, C. A. Kosmatopoulos. “Filter design method for a PWM feedback inverter system”. IEEE Transactions on industrial electronics, Vol 40, Nº 3, June 1993.
- [19] A. Kusko, S. M. Peeran. “Tuned filters for traction rectifier sets”. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol IA-21, Nº 6, November/December 1985.
- [20] Y. Konishi, M. Nakaoka. “Current-fed three-phase converter with optimum PWM scheme and its practical input line filter design”. IEE Proceedings on Electric Power Applications 1998.
- [21] F. Z. Peng. “Applications issues of active power filters”. IEEE Industry Applications Magazine, September/October 1998.
- [22] R. Cortes Jovino. “Filtros de absorción normalizados”. Energía Marzo-Abril 1998.
- [23] G.L. Skibinski, R. J. Kerkman, D. Schlegel. “EMI Emissions of modern PWM ac drives”. IEEE Industry Applications Magazine. November/December 1999.
- [24] J. Sagredo, J. González, V. Abad. “Comparativa de filtros pasivos para la eliminación de armónicos en instalaciones industriales y resultados prácticos”. X Reunión de grupos de Investigación en Ingeniería Eléctrica. Santander Marzo 2000.



## FILTROS ACTIVOS DE POTENCIA

*Patricio Salmerón Revuelta*

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Térmica. Universidad de Huelva.

*La necesidad actual de la corrección del factor de potencia de cargas de carácter no lineal, ha motivado en los últimos años la aparición de un elevado número de trabajos sobre compensación estática. Más concretamente, a partir de la década de los 80, se viene investigando especialmente sobre la utilización de los denominados filtros activos de potencia para la compensación de cargas trifásicas no lineales, y hoy día son habituales sus aplicaciones como equipos correctores para evitar muchos de los problemas derivados de la falta de calidad del suministro eléctrico.*

*Un filtro activo de potencia es un circuito electrónico de potencia (inversor de potencia) que se conecta, o bien en paralelo con la carga actuando como una fuente de intensidad controlada, o bien en serie actuando como fuente de tensión. Muchas han sido hasta la fecha las propuestas de posibles estrategias de control y en especial del método utilizado para la obtención de las formas de onda de referencia. Básicamente, se han considerado para los filtros activos paralelo: la compensación senoidal o la compensación de factor potencia unidad. Respecto de los filtros activos serie, generalmente en una configuración híbrida con filtro pasivo shunt, se ha venido aplicando el método de control por detección de intensidad de fuente para aislar la carga de los armónicos del suministro y evitar problemas de resonancia. Más recientemente, se están ensayando combinaciones de filtros activos serie-paralelo hablándose de acondicionadores activos para la calidad de la potencia unificados, donde se encuentra el campo de investigación y desarrollo más actual.*

*En este documento se ha intentado efectuar un recorrido, necesariamente incompleto, de los principios de funcionamiento, de las aplicaciones y de las topologías más recientes de los denominados filtros activos de potencia como equipos correctores para la falta de calidad de la potencia eléctrica.*

### INTRODUCCIÓN

La energía eléctrica es considerada actualmente como un producto y como tal está sujeto a una serie de normas que permitan evaluar su calidad. La calidad de la potencia eléctrica, EPQ (Electric Power Quality), está asociada a todo ese conjunto de alteraciones o perturbaciones del suministro de energía eléctrica que

puedan producir fallos de funcionamiento o deterioro de los equipos que dependan de ella. Así, la EPQ se ha convertido en los últimos años en uno de los problemas técnicos de mayor interés, [1-2]. En particular, el uso creciente en instalaciones comerciales e industriales de cargas cuyo funcionamiento se basa en la electrónica de potencia, está creando una seria preocupación en el ámbito de la ingeniería eléctrica debido a la distorsión armónica que las mismas producen en los sistemas de corriente alterna, AC. Puede decirse, que a parte de las perturbaciones externas (cortes de suministro, bajadas/subidas de tensión debidas a conexiones/desconexiones y/o fenómenos atmosféricos) existen unas causas propias de cada nudo de la red como resultado del uso combinado por parte del usuario de cargas lineales y no lineales. Perturbaciones tales como funcionamiento incorrecto de los sistemas de protección, sobrecargas, aumento de la temperatura en conductores y en generadores, están directamente relacionadas con esa proliferación de cargas que consumen corriente no senoidal (cargas no lineales). A diferencia de las cargas convencionales éstas controlan la conversión de potencia mediante sucesivos recortes de las ondas de tensión e intensidad. Aparecen así formas de onda distorsionadas que deterioran la calidad de la potencia eléctrica. La “polución eléctrica” resultante, sea producida por una carga no lineal de gran potencia o lo sea por la acumulación de muchas cargas de baja potencia, se propaga por todo el sistema de distribución eléctrica en la forma de armónicos de tensión e intensidad. Varias han sido las soluciones propuestas por la práctica de la ingeniería en la eliminación de los armónicos de corriente, [3-5]. Sobredimensionamiento de la instalación, conexiones especiales de los transformadores trifásicos para la eliminación del tercer armónico (y sus múltiplos), y la conexión de elementos pasivos en serie han sido algunas de las soluciones tradicionales que se adoptaron con más inconvenientes que ventajas. Entre las soluciones clásicas para la mitigación de los armónicos de corriente merecen un comentario los filtros pasivos LC. Un filtro sintonizado LC se diseña para ofrecer un camino de baja impedancia al armónico de interés de la corriente de carga. El equipo comprende una serie de etapas cada una sintonizada a un orden de armónico particular. Para su diseño se hace imprescindible un estudio en profundidad de la instalación y el tamaño resultante del mismo depende de los armónicos de la carga y la impedancia del suministro. Esta solución, moderadamente efectiva, no es una solución flexible y puede crear problemas de resonancia que dependen de las condiciones específicas de la instalación, [6-8]. Además, el filtro puede acabar siendo el sumidero de los armónicos presentes en la red de distribución lo que requeriría un sobredimensionamiento adicional de la instalación.

Los progresos en cuanto a la capacidad de potencia y velocidad de conmutación de dispositivos electrónicos tales como IGBTs y GTOs, así como la disponibilidad de nuevas técnicas DSP hizo posible recurrir a una antigua idea, los filtros activos de potencia, (Active Power Filter, APF). El concepto de APF es utilizar un convertidor electrónico de potencia para producir componentes armónicas que cancelen las componentes armónicas de la carga, [2-27]. Fácil de construir, un APF puede instalarse en cualquier punto de un sistema AC de baja tensión con el objeto de compensar una o varias cargas, evitando así la circulación de armónicos de corriente por todo el sistema. El desarrollo y la aplicación posterior de los APFs hicieron que éste se encargara de compensar potencia reactiva, corrientes de secuencia negativa y armónicos de corriente acuñándose para designarlos un término más genérico, el de Acondicionadores Activos de Potencia (Active Power Line Conditioner, APLC). Igualmente se han propuesto sistemas combinados filtro activo-filtro pasivo.

En este campo se ha trabajado sobre dos configuraciones: filtro activo serie-filtro pasivo shunt, y filtro activo shunt-filtro pasivo shunt, con una diferencia básica entre ambos acondicionadores. Mientras que en la segunda configuración el filtro activo shunt compensa armónicos y eventualmente potencia reactiva de la carga, en la topología que utiliza un filtro activo serie, éste tiene como misión mejorar las características de respuesta del filtro pasivo. En otras palabras, el filtro serie actúa como un aislador de armónicos entre la fuente y el filtro LC, [28-38]. Ya desde que en 1982 se instaló por primera vez en el mundo un APLC para compensación armónica, se han instalado una gran variedad de equipos de alta potencia según las dos topologías indicadas anteriormente, principalmente en Japón. En Europa, MOE UPS Systems, Schneider Electric Group ofrece acondicionadores activos para baja tensión con una gama entre 20 y 120 A para compensación armónica.

El conocimiento adquirido hasta nuestros días sobre los APLCs, tanto desde el punto de vista experimental como industrial, ha llevado en esta década a los investigadores a plantearse un aumento en las exigencias de las prestaciones de estos equipos. Así, a partir de 1995, han comenzado a aparecer trabajos sobre lo que se vienen en denominar Acondicionadores de Calidad de la Potencia Unificados (Unified Power Quality Contioners, UPQC), [39-50]. Los UPQCs pretenden integrar en un solo módulo una combinación de filtro activo serie y filtro activo shunt. El propósito principal de un UPQC es compensar los flickers y desequilibrios de tensión de

la alimentación trifásica, así como compensar la potencia reactiva, las corrientes de desequilibrio y armónicos de corriente de la carga. Este enfoque da un paso más allá en la contribución de los acondicionadores activos de potencia en la mejora de la calidad de la señal en instalaciones eléctricas. La pretensión es que el consumidor urbano o industrial instale este tipo de equipos allí donde existan cargas sensibles a la presencia de ese tipo de perturbación.

Sobre los componentes básicos de un UPQC, el filtro activo serie establece un aislamiento armónico entre la red de distribución y la instalación de destino. Asimismo, tiene la capacidad de compensar flickers, desequilibrios de tensión y contribuir a la regulación de tensión en el punto de acoplo común (Point of Common Coupling, PCC). Por otro lado, el filtro activo shunt absorbe los armónicos de corriente, compensa potencia reactiva y elimina las corrientes de secuencia negativa y homopolar. Hasta 1998, con respecto a los UPQCs, la literatura técnica sólo describe resultados experimentales de un reducido grupo de prototipos de laboratorio desarrollados en Japón, [39], [44]. En ese diseño el filtro activo shunt tiene como única misión regular la tensión del condensador de enlace dc entre los filtros activo serie y shunt; mientras que la eliminación de los armónicos de corriente es encargada a un conjunto de filtros pasivos LC.

Además de las consideraciones anteriores, existe un ulterior argumento, igualmente importante, que contribuye a justificar la propuesta de una combinación filtro serie-filtro shunt como topología alternativa a los acondicionadores activos de potencia de la primera generación. La utilización de un filtro activo shunt aislado para compensación armónica se ha demostrado eficaz en cargas no lineales consideradas del tipo “fuente de corriente de armónicos” tales como rectificadores controlados con una elevada inductancia en el lado dc. Sin embargo, son menos eficaces frente a cargas del tipo “fuente de tensión de armónicos” tales como rectificadores de diodos con un gran condensador de filtro en el lado dc tan habituales en fuentes de alimentación o equipos de control de motores. Por otro lado, el filtro activo serie resulta más conveniente en la compensación armónica de cargas del tipo “fuente de tensión de armónicos”, [34].

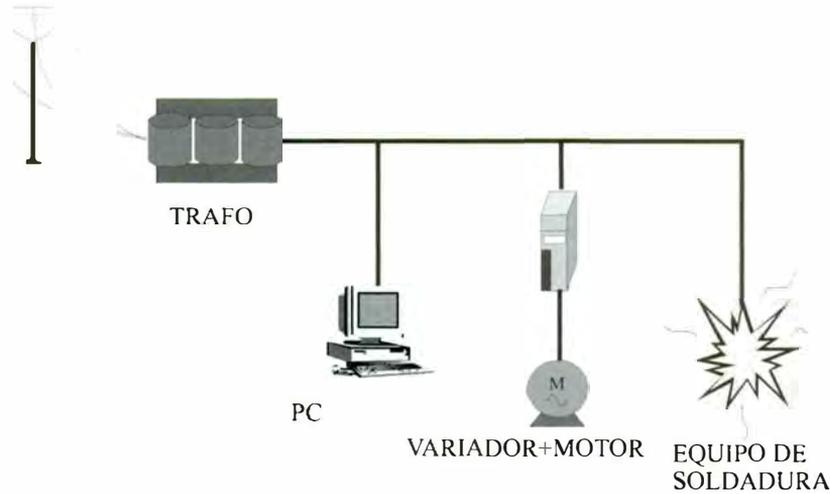
El diseño de un módulo activo de potencia desarrollado para la mejora de la calidad de la onda eléctrica debe actuar de forma eficaz para cualquiera de los dos tipos de cargas, [48-50]. Así, el acondicionador activo de potencia para la compensación de cualquier tipo de carga, debe estar basado en una configuración de tipo combinado en que ambos filtros activos intervengan con una tarea específica en la compensación de la carga.

## FILTROS ACTIVOS Y CALIDAD DE LA POTENCIA ELÉCTRICA

Este apartado tiene como objetivo el de efectuar una presentación del papel que juegan los filtros activos como equipos restauradores de la calidad de la onda eléctrica. En primer lugar, para ilustrar el origen del problema, se reproducen una serie de esquemas gráficos que permiten visualizar claramente la situación, [5]. La figura 1 muestra el suministro a media tensión de una compañía eléctrica a partir del cual, a la salida del centro de transformación, se obtiene la distribución de baja tensión para la instalación de usuario, lo que se denomina el punto de conexión común PCC. En el PCC se han conectado un determinado número de cargas que pueden producir distintos problemas en la calidad de la tensión y que simultáneamente son afectados por ella. La figura 2 muestra como una determinada carga puede producir ese efecto negativo sobre la tensión; como ejemplo se ha utilizado una carga tipo PC. La fuente de alimentación de un PC consume una intensidad marcadamente no lineal. Un análisis espectral de esta corriente presenta, además de la componente fundamental de 50 Hz, un considerable número de componentes armónicos, en particular terceros armónicos (150 Hz). Esa intensidad de carga produce una caída de tensión a través de la impedancia del transformador. Ya que la corriente es no sinusoidal, la caída de tensión que provoca será no lineal. El resultado no es sólo una reducción en la tensión del PCC, sino también la aparición de una tensión distorsionada, esto es no sinusoidal. Esta tensión distorsionada es aplicada a todas las cargas conectadas al nudo en cuestión. Cualquier otro tipo de carga: lámparas de bajo consumo, accionamientos electrónicos, convertidores de frecuencia o equipos de soldadura, es decir, cualquier conjunto de cargas que supongan un consumo de corriente no sinusoidal o tiempo-variante son las causantes de la distorsión de tensión debido a la impedancia de la red (fundamentalmente la del transformador) y consecuentemente, las causantes de los problemas de calidad al resto de las cargas conectadas a la red.

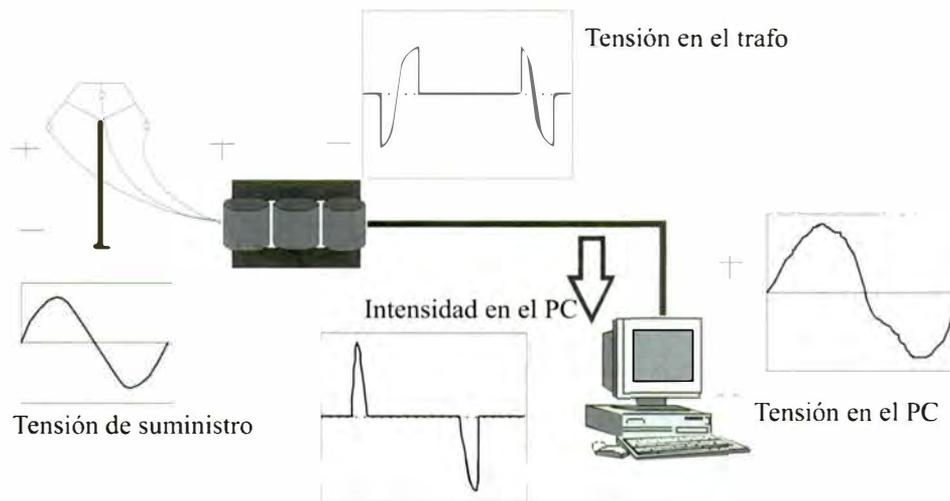
Existen una amplia variedad de contramedidas convencionales para intentar paliar los problemas derivados de la falta de calidad de la onda eléctrica. Circuitos pasivos resonantes para los armónicos, instalación de

inductancias en los equipos rectificadores frente a las denominadas “conmutation notches”, o bien aumentar la potencia de cortocircuito del suministro mediante la conexión de transformadores en paralelo en el caso de presencia de flickers. Todas las medidas indicadas tienen serios inconvenientes: resonancias inesperadas y consecuente destrucción de los componentes, hay que intervenir sobre las cargas existentes para efectuar nuevas conexiones, las medidas propuestas sólo actúan sobre uno de los fenómenos polucionantes, o por último, son en general procedimientos muy costosos.



**Figura 1.** Instalación eléctrica con distintas cargas que afectan a la calidad de la onda eléctrica.

Una de las medidas correctoras que pueden adoptarse, y que en los últimos años se ha convertido en factible desde el punto de vista práctico debido a los avances en los dispositivos electrónicos de potencia, es el filtro activo. La figura 11 muestra el circuito básico de un filtro activo de potencia. Se trata de un convertidor controlado que incluye un lado dc con condensadores, así como un puente de tres brazos, en este caso con IGBTs y diodos de libre circulación, al que se le suele denominar convertidor de tres lados. La conexión a la red del lado ac del convertidor se realiza a través de un filtro pasivo paso-bajo constituido por elementos LC. Cada lado del convertidor conmuta según una frecuencia determinada que viene marcada por el circuito de control. El filtro pasivo aísla la frecuencia de conmutación de las frecuencias propias de polución de la red (y que son el objetivo de compensación). Un análisis más detallado del funcionamiento completo del filtro activo se realizará en el apartado 3.



**Figura 2.** Ilustración de cómo afecta a la onda de tensión un consumo de corriente no lineal.

El circuito básico del filtro activo se puede acoplar a la red en dos formas diferentes: conexión en serie o conexión en paralelo. Asimismo, el filtro activo puede ser controlado para que se comporte como una fuente de tensión o una fuente de intensidad. Sus principios de actuación concretos se tratan en los dos siguientes subapartados, dejando para más adelante un análisis en mayor profundidad.

### 1. Filtro activo serie para regulación de tensión

La figura 3 ilustra el principio básico de funcionamiento del filtro activo serie para regulación de tensión, [5], [28-38]. Se han conectado dos grupos de carga en el PCC. Un grupo se ha conectado aguas arriba del filtro activo, el otro grupo aguas abajo del filtro activo. Cada grupo incluye cargas causantes de problemas en la calidad de la tensión y cargas que son especialmente afectadas por la falta de la misma. El filtro activo se ha conectado en serie con el grupo de cargas de la derecha. Esta conexión se ha realizado a través de un transformador que permita conseguir la apropiada relación de tensiones.

El control del filtro activo se ha diseñado para su comportamiento como fuente controlada de tensión. La tensión se mide a la derecha del filtro y se ajusta la salida del mismo para que la tensión a la derecha del mismo sea senoidal. Todas las desviaciones de la onda senoidal ideal que aparecen en el lado izquierdo son generadas por el filtro de forma que la suma de la tensión distorsionada y la tensión del filtro produzca la tensión no distorsionada deseada para el grupo de cargas de la derecha. Este tipo de filtro ha conseguido asegurar un suministro de tensión senoidal para las cargas conectadas a su derecha. Para las cargas conectadas aguas arriba la situación no ha mejorado y la calidad de su onda de tensión se ve deteriorada, por ejemplo por perturbaciones del mismo suministro o por interferencias del grupo de cargas de la derecha. No obstante, en esta situación no se ha conseguido reducir el contenido armónico de las intensidades de carga.

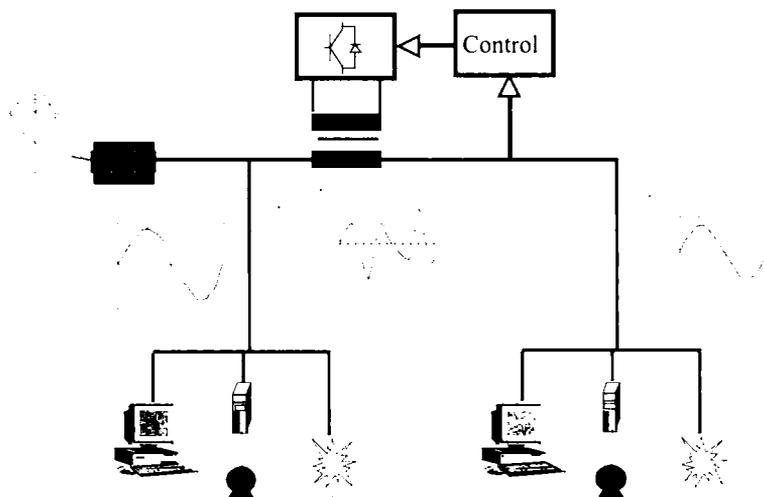


Figura 3. Filtro activo serie compensando la distorsión de la tensión.

### 2. Filtro activo paralelo para regulación de corriente

En esta aplicación el filtro activo se conecta en paralelo con las cargas y el circuito de control actúa para que se comporte de forma semejante a una fuente de corriente controlada. La figura 4 muestra la situación, donde se han considerado el mismo tipo de cargas de los apartados previos. A través de un transformador de medida se obtiene el consumo de corriente del grupo de cargas de la derecha. A partir de esa información, el circuito de control determina el contenido armónico de la intensidad de carga. El filtro activo inyecta a la red esas mismas corrientes armónicas con signo contrario.

La suma de la intensidad del grupo de cargas de la derecha y la intensidad del filtro produce una corriente de fuente sinusoidal. Como resultado, ese grupo de cargas no contribuye más a la distorsión de la tensión, [2-27]. Sin embargo, un deterioro de la tensión de suministro por cualquier otra causa, puede afectar la operación de compensación del filtro. Los filtros activos actuando específicamente como filtros de armónicos vienen

determinados en su funcionamiento por el cálculo de la FFT. Así, estos tipos de filtros se identifican por un tiempo de respuesta de al menos 20ms. Si el consumo de la corriente de carga no es constante sino que varía muy rápidamente, la respuesta del filtro puede no ser la deseada y en algunas circunstancias pueden incluso reforzarse los armónicos que se pretendían eliminar.

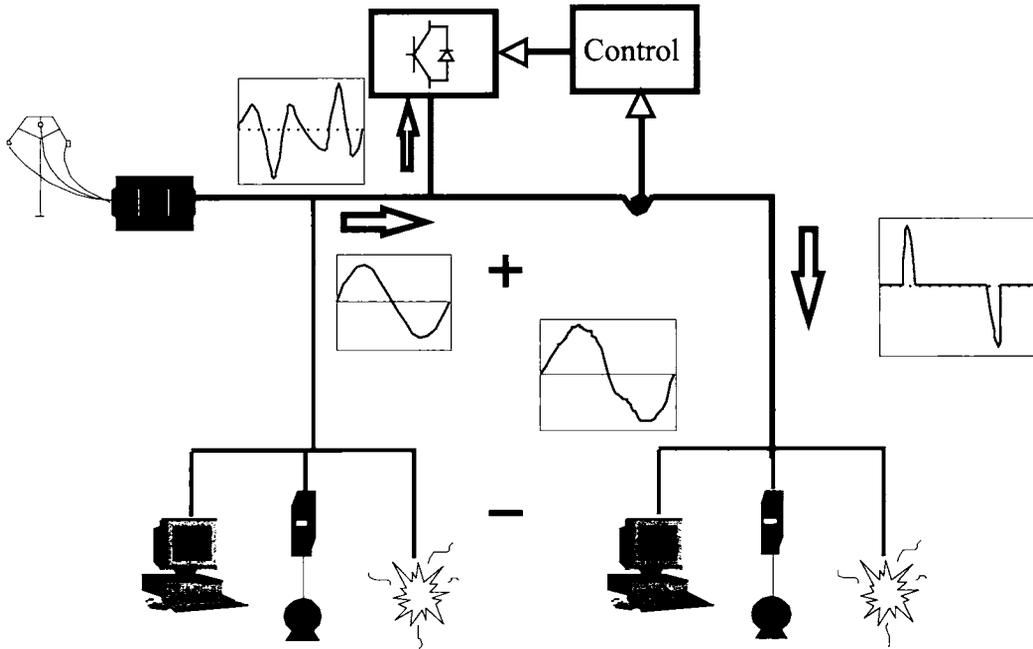


Figura 4. Filtro activo paralelo para regulación de la intensidad.

### 3. Filtros activos y calidad de la onda eléctrica

Recientemente los filtros activos se utilizan sistemáticamente para compensación de potencia reactiva/ componentes de secuencia negativa, compensación armónica, compensación de flicker, y/o regulación de tensión. Su uso se ha desarrollado extensamente en los últimos años, habiéndose instalado filtros activos en el rango de 10 kVA a 60 MVA. En efecto, en 1982 se instaló el primer acondicionador activo shunt de una potencia de 800 kVA para compensación armónica. Se trataba de un inversor PWM de fuente de corriente con GTO. En 1986, un sistema combinado de acondicionador shunt de 900 kVA y filtros pasivos shunt de 6600 kVA fueron instalados para suprimir los armónicos producidos por un cicloconvertidor de gran potencia en una acería. A principios de los 90 se construyó un acondicionador de 20 MVA, desarrollado para compensación de flicker en un horno de arco, auxiliado por un filtro pasivo shunt de 20 MVA. En este orden de cosas, como ejemplo más concreto, la figura 5 presenta el sistema de potencia eléctrica de un tren de alta velocidad japonés en el Tokaido Shinkansen, tal y como se recoge en [24]. La Central Japan Railway Company instaló en la subestación de Shintakatsuka tres filtros activos shunt para la compensación de las elevadas y cambiantes corrientes reactivas/corrientes de secuencia negativa producidas. Los filtros activos fabricados por Toshiba, consisten en inversores PWM de fuente de tensión con tiristores GTO, cada uno de ellos con una potencia asignada de 16 MVA.

Los trenes de alta velocidad tienen una potencia de salida máxima de 12 MW y extraen potencias activa y reactiva de forma desequilibrada y variable desde un transformador scott, cuyo primario está conectado a una red de 154 kV. En el diseño de la instalación hay que tener en cuenta que circulan más de 20 trenes por hora en un día. Esto produce en la red de 154 kV caídas de tensión bruscas y desequilibradas, lo que supone un serio deterioro de la calidad de la potencia eléctrica de los otros consumidores conectados al mismo sistema de potencia. El propósito de los filtros activos shunt, con una potencia instalada de 48 MVA, es compensar las caídas de tensión, las variaciones de tensión, así como sus desequilibrios en los terminales de la red de 154 kV para de este modo mejorar la calidad de la onda de tensión. Para esta aplicación se utilizó como estrategia de control una basada en la teoría p-q.

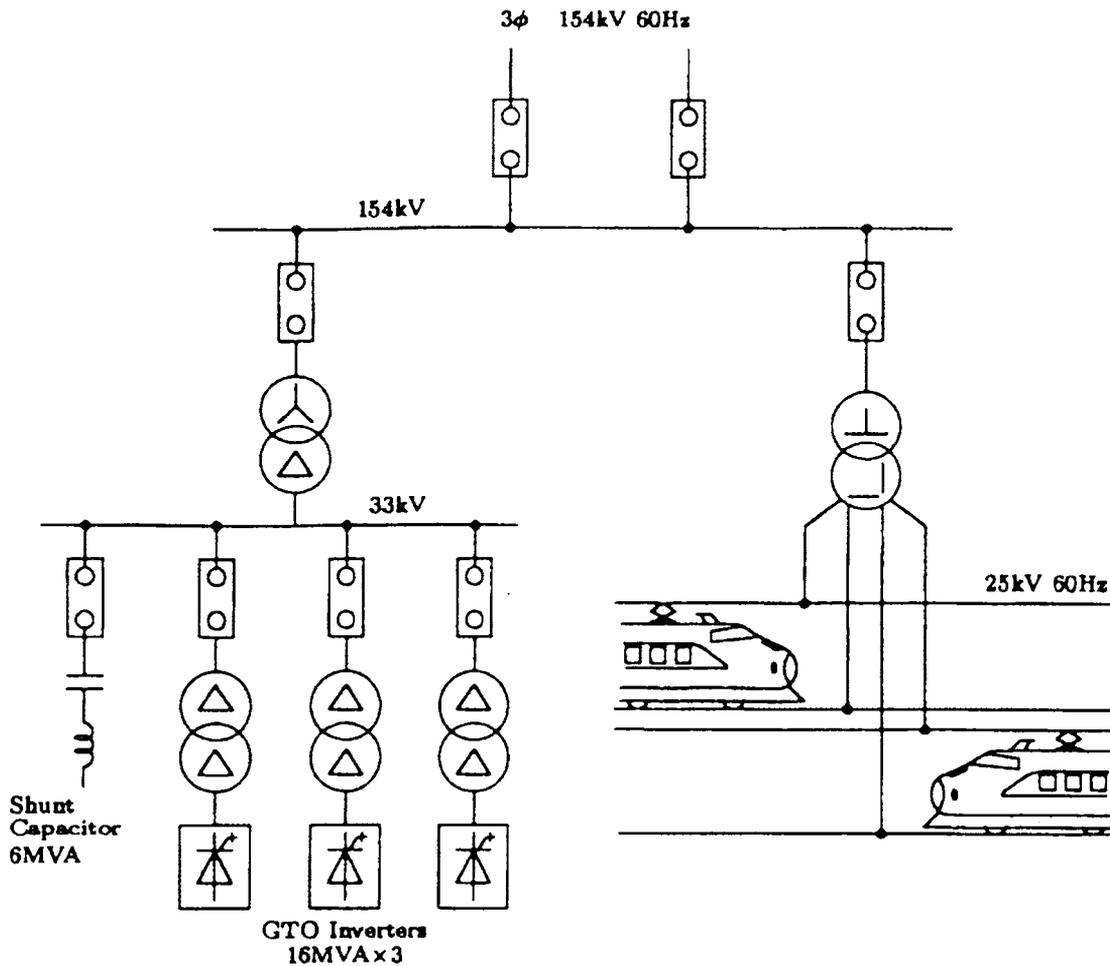


Figura 5. Sistema de potencia eléctrica de un tren de alta velocidad japonés.

La figura 6 muestra la evolución de los valores rms de la tensión en cada fase en el nudo de 154 kV y el factor de desequilibrio (razón de la componente de secuencia negativa a la componente de secuencia positiva) de la tensión antes y después de la compensación, medidos el 27 de julio de 1994 de 14:20-14:30. Los filtros demostraron su efectividad no sólo en la compensación de las variaciones y caídas bruscas de tensión, sino también en la reducción del factor de desequilibrio de 3.6% a 1%.

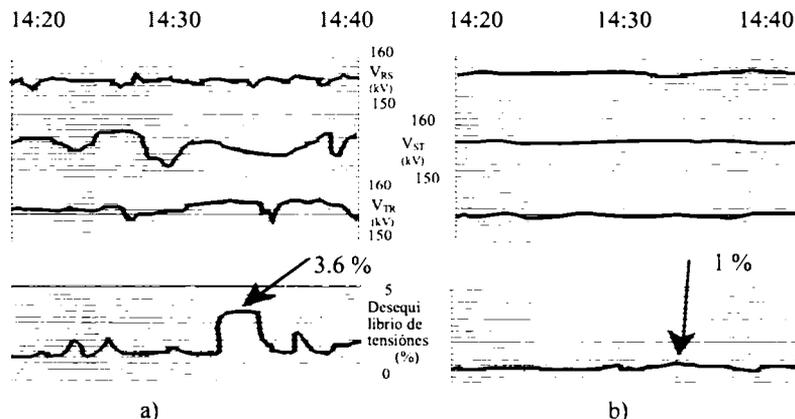


Figura 6. Valores rms de tensión y factor de desequilibrio antes y después de la compensación.

## FILTROS ACTIVOS DE POTENCIA PARALELO

El funcionamiento de los filtros activos de potencia está basado en tres criterios de diseño básicos:

1. Los parámetros del convertidor de potencia: topología del circuito, tipo de dispositivo electrónico, etc.
2. El método de control PWM utilizado
3. El método seguido para obtener la corriente de referencia

En lo que sigue se describirán cada uno de ellos haciendo referencia a un caso práctico incluido en [18], [20]. Allí se diseñó un circuito de control para un filtro activo de cuatro conductores que compensa armónicos, eleva el factor de desplazamiento a uno y corrige el desequilibrio presentado por la carga. Además, como consecuencia de lo anterior elimina la corriente de secuencia de fase cero. Pero antes, se repasarán los principios básicos que rigen la compensación con filtros activos.

### 1. Principio de compensación

Un filtro activo de potencia de conexión en paralelo (shunt) es una fuente de intensidad controlada por corriente que, cuando está conectada en paralelo con una carga no lineal o una carga tiempo-variante, es capaz de inyectar (en oposición de fase) las componentes armónicas no deseadas de la corriente de carga. En principio esta acción hace posible que la intensidad de la fuente de suministro adopte la forma de onda de nuestro interés.

La figura 7 presenta el principio básico de un filtro activo shunt que incluye un circuito de control en lazo cerrado diseñado para que la corriente de fuente sea senoidal. En la figura 8 pueden observarse la corriente de carga de un rectificador trifásico de doble onda, la corriente de compensación inyectada por el filtro activo que permite cancelar los armónicos contenidos en la intensidad de carga y finalmente, la corriente de fuente una vez aplicado el compensador.

Independientemente del ejemplo particular que se ha utilizado en la figura 8, existen distintas estrategias posibles para resolver el problema de la compensación, [11]. Entre ellas son de particular interés: la compensación senoidal, la compensación de factor de potencia unidad, y el enfoque de potencia constante. A través de la primera estrategia, la corriente de línea se hace senoidal y equilibrada de secuencia positiva, en fase con la componente de secuencia positiva de la tensión a la frecuencia fundamental. El segundo enfoque hace que la forma de onda de la intensidad de línea sea igual en forma y fase a la forma de onda de la tensión. Por último, la compensación de potencia constante puede aplicarse de dos formas distintas. La compensación según el enfoque de potencia instantánea constante que consiste en la supresión de la potencia imaginaria instantánea. Y la compensación a potencia media constante que preserva en la línea el valor medio de la potencia instantánea. En todos los casos el filtro activo, respecto de los armónicos, desacopla la carga de la fuente de suministro: esto elimina el riesgo de resonancias armónicas y se protegen los equipos de corrección del factor de potencia y filtros pasivos que hubiere.

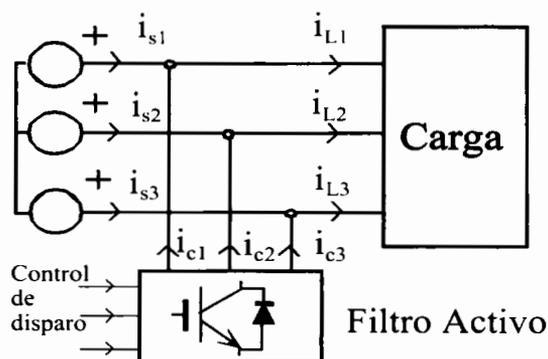
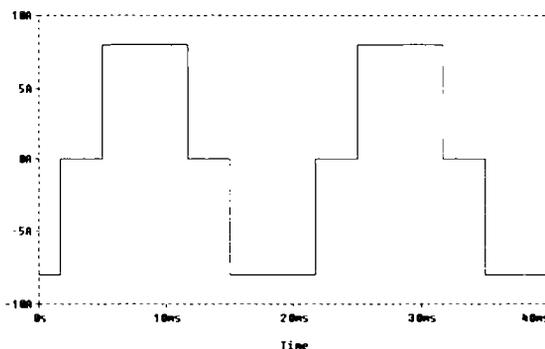
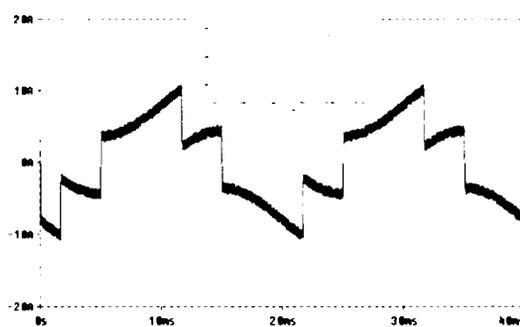


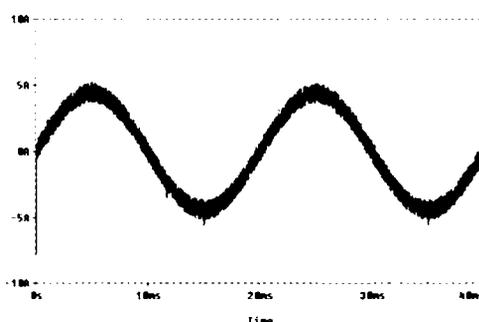
Figura 7. Esquema básico de compensación de una carga no lineal mediante la conexión de un filtro paralelo.



(a)



(b)



**Figura 8.** (a) Intensidad de una carga no lineal. (b) Intensidad inyectada por el filtro activo paralelo. (c) Intensidad de fuente.

## 2. Circuito de potencia

El filtro activo utiliza como circuito de potencia un inversor con una fuente dc para sintetizar la forma de onda necesaria para la intensidad de compensación. La fuente dc es conectada de forma alternativa según una polaridad positiva o negativa. Un inversor estático de potencia o convertidor dc-ac, es un circuito electrónico capaz de transformar la energía en forma de corriente continua a energía en forma de corriente alterna. Este funcionamiento del circuito ha permitido su utilización en numerosas aplicaciones industriales; entre las más importantes el control de motores eléctricos y los sistemas de alimentación ininterrumpida. En base al convertidor de potencia se pueden adoptar dos tipos de filtros shunt: filtro activo de fuente de tensión (VSI) y filtro activo de fuente de corriente (CSI). La fuente dc de un filtro VSI consiste de un condensador que mantenga constante la tensión en el lado dc, mientras que un filtro CSI consiste de una bobina que resista las variaciones de corriente. El circuito de potencia y los dispositivos utilizados por ambos tipos de convertidores son similares. En el desarrollo de los filtros activos desde los años 70 se han utilizado preferentemente los inversores de

fuente de tensión, ya que con estos, se consigue un mayor rendimiento con un menor coste inicial frente a los filtros de fuente de corriente. Esa ha sido la evolución registrada en Japón, país donde se ha experimentado un mayor avance en el campo de los acondicionadores activos de potencia, [4].

El esquema básico para la conversión de una tensión continua en una tensión alterna monofásica, sin que ello presuponga una forma de onda determinada, se presenta en la figura 9. Se trata de un circuito que incluye cuatro elementos de potencia descritos más adelante, y que para un primer análisis se suponen interruptores ideales.

La conexión y desconexión secuencial de cada par de ramas opuestas del puente, permite obtener en la salida una tensión alterna rectangular. La figura 10 muestra distintas posibilidades para las formas de onda de la tensión de salida. La frecuencia de esa señal puede variarse modificando la secuencia de conmutación de los interruptores. Por otro lado, su amplitud puede ser regulada bien modificando el nivel de tensión del lado dc, o bien mediante modulación de la anchura de los impulsos. Este último procedimiento, más práctico y por ello el habitual, puede realizarse por modulación de impulsos de anchura constante o por la modulación senoidal de la anchura de los impulsos dentro de un período (PWM), figura 10. En este último caso, una onda triangular es comparada directamente con una onda de modulación senoidal para determinar los instantes de conmutación, [6], [9].

La tensión obtenida en la salida del circuito de la figura 9 es alterna aunque no senoidal. La tensión constará de una componente fundamental y un número determinado de armónicos. Si éstos se atenúan, la onda de tensión irá aproximándose cada vez más a la onda senoidal.

La forma de onda de la intensidad depende del tipo de carga conectada en su salida. Si la carga es resistiva pura, la intensidad reproduce la onda de tensión. Si por el contrario, la carga es inductiva, la onda de intensidad se suaviza y el contenido de armónicos de la corriente será inferior al de la tensión.

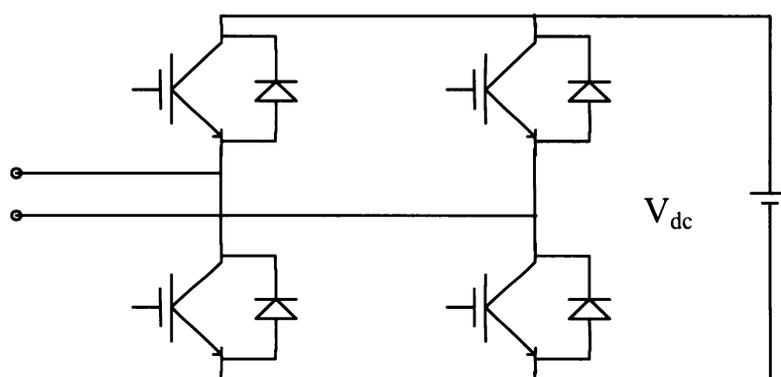


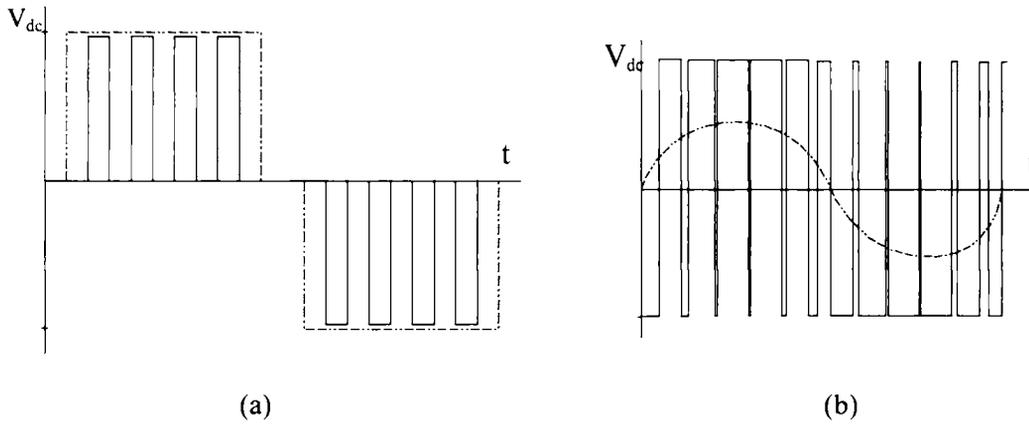
Figura 9. Inversor (convertidor dc-ac) monofásico.

Cada rama del puente inversor puede ser realizada con BJTs, MOSFETs, o IGBTs. En la figura 9 el convertidor se ha diseñado a partir de los dispositivos electrónicos IGBTs, componente híbrido entre el transistor bipolar de unión y el FET de potencia. Su comportamiento se asemeja al del BJT pero con una intensidad de excitación muy inferior, comportándose a estos efectos como un FET.

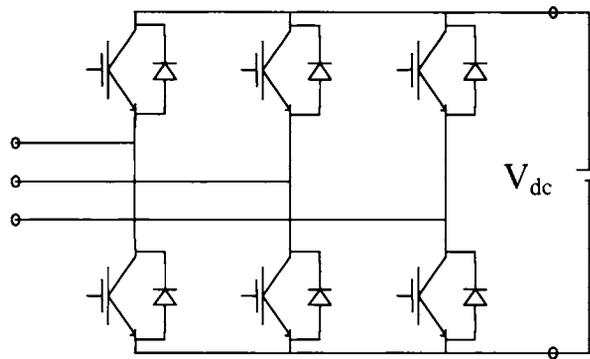
Una carga de tipo inductivo conectada a la salida del inversor de la figura 9, exige la inclusión de un diodo en paralelo con cada transistor; los transistores de potencia incluyen dicho diodo en el encapsulado del dispositivo. En efecto, la corriente en una inductancia se atrasa respecto de la forma de onda de tensión. Un cambio en el estado de conducción de dos ramas del puente, exige la presencia de sendos diodos en las dos ramas restantes; de esta forma la corriente puede seguir circulando por la carga en el mismo sentido. En ese intervalo de tiempo la carga devuelve energía a la fuente del lado dc. Por ello los diodos reciben el nombre de diodos de recuperación de energía. Si la carga fuese resistiva pura podría prescindirse de tales diodos.

De lo anterior sigue que un inversor trifásico puede construirse con tres inversores monofásicos conectados a la misma fuente dc. En este caso, el control de cada inversor debe ser tal que las ondas de tensión en las salidas de cada uno de ellos, se dispongan con una diferencia de fase de  $120^\circ$  entre cada dos de ellas. También puede diseñarse un inversor trifásico según una configuración en puente, figura 11. La figura 12 muestra una

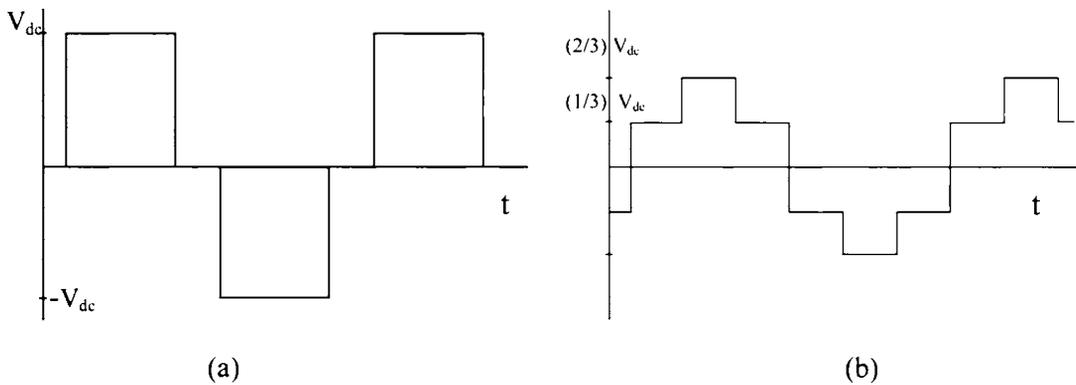
tensión simple y una tensión entre fases para un inversor trifásico en puente. Esto permite apreciar cómo la utilización de sistemas polifásicos disminuye notablemente el contenido armónico de las ondas de salida. Asimismo, la utilización de la técnica de modulación de anchura de pulsos (PWM) reduce en mayor medida aún, la distorsión de la tensión de salida.



**Figura 10.** Modulación de la anchura de varios pulsos iguales por período b) Modulación de la anchura de los pulsos proporcional a una senoide con alternancias positivas y negativas.

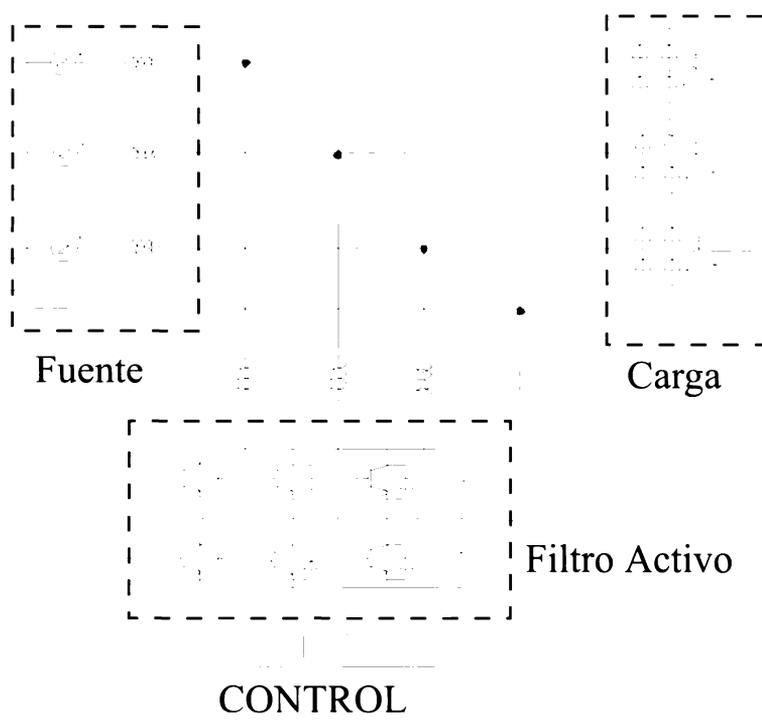


**Figura 11.** Inversor (convertidor dc-ac) trifásico según una configuración en puente



**Figura 12.** (a) Tensión de fase a la salida de un inversor en puente en el caso de modulación de un pulso por período. (b) Tensión de línea en la misma situación de (a).

En este punto hay que decir que en el caso de sistemas trifásicos de cuatro conductores donde eventualmente la carga puede incluir una severa asimetría es posible la inclusión como compensador de un filtro activo diseñado a partir de la conexión de tres inversores en puente monofásicos. Esta puede llegar a ser la configuración más conveniente para cargas fuertemente desequilibradas, es decir, cuando se considera la conveniencia de efectuar una compensación independientemente en cada fase. Esta solución suele adoptarse en aplicaciones de alta potencia. Por el contrario en aplicaciones de media y baja potencia suele utilizarse una única unidad según dos configuraciones de inversor de fuente de tensión: las llamadas, configuración de cuatro lados y configuración de tres lados. La diferencia fundamental entre ambos VSIs es el número de dispositivos electrónicos de potencia que incluyen, [14].



**Figura 13.** Sistema trifásico a cuatro conductores con un filtro activo de potencia conectado en paralelo como compensador.

En la figura 13 se muestra el circuito de potencia de un filtro activo basado en la configuración de un inversor de fuente de tensión adaptado para sistemas trifásicos de cuatro conductores. Allí se observa el puente de IGBTs de tres lados con una alimentación en el lado dc con terminal de referencia intermedio para habilitar el conductor de neutro. Esta configuración necesita seis de dispositivos electrónicos de potencia frente a los ocho que necesita la topología denominada de cuatro lados. Para el desarrollo del prototipo presentado en la figura se ha utilizado un módulo de seis IGBTs, BSM75GD120DN2 de Siemens, que incorpora los circuitos de disparo y protección. La figura 13 presenta un esquema de la configuración del sistema elegido.

Las intensidades inyectadas por el filtro activo incluyen armónicos de orden superior debido a las frecuencias de conmutación de los transistores que son filtrados mediante las redes pasivas conectados a la salida del compensador. La carga considerada en esta aplicación está constituida por tres rectificadores monofásicos conectados en estrella

### 3. Control de corriente PWM

La función de los controladores de corriente es forzar a la intensidad de salida que siga tan fielmente como sea posible la corriente de referencia. Las intensidades medidas a la salida del filtro son comparadas con las corrientes de referencia y las señales de error son operadas por el controlador de corriente para generar los

pulsos de disparo, que conmutan el estado de los dispositivos de potencia del convertidor de manera que se reduzca el error de la corriente.

Generalmente existen dos esquemas básicos de control de corriente PWM, [6], [9]. El primero determina la secuencia de conmutación PWM comparando la señal de error de corriente amplificada por la ganancia  $K_p$  con una señal portadora triangular.

De esta forma la frecuencia de conmutación de los dispositivos de potencia es igual a la de la señal triangular. Este tipo de controlador denominado controlador comparador-rampa, es un sistema de modulación. La frecuencia de la onda triangular es la frecuencia de la portadora, mientras que la señal de error es la forma de onda modulada. Como ya ha quedado indicado, dado que este sistema utiliza una onda triangular de frecuencia fija, mantiene una frecuencia de conmutación constante en el convertidor. Esta es la principal ventaja de este tipo de controlador. Entre sus desventajas se incluyen los errores en la amplitud y fase de la corriente de salida, o los intervalos de tiempo en que el estado del convertidor se corresponde con una tensión de salida cero, entre otras. El segundo esquema, mostrado en la figura 14, consiste en la imposición de una banda de histéresis alrededor de la corriente de referencia. Si la corriente presente intenta dejar la banda de histéresis, el dispositivo apropiado conmuta a on/off, forzando que la corriente vuelva a los límites de la banda. Se trata de un tipo de control simple y con una excelente respuesta dinámica. Este esquema permite una rápida controlabilidad de la corriente, no así de la frecuencia de conmutación, lo que resulta en una operación irregular del inversor a lo largo del tiempo; ésta es su principal desventaja. No obstante, es el tipo de control más extensamente utilizado.

En el diseño del filtro activo aquí presentado se optó por un control por banda de histéresis. En efecto, el control del filtro activo es un control de modulación de anchura de pulsos (PWM) desarrollado a partir de un comparador de histéresis cuya entrada es la diferencia entre la salida del filtro activo y la señal de referencia. La figura 14 muestra cómo la intensidad de compensación se mueve entre los límites marcados por la banda de histéresis alrededor de la intensidad de referencia.

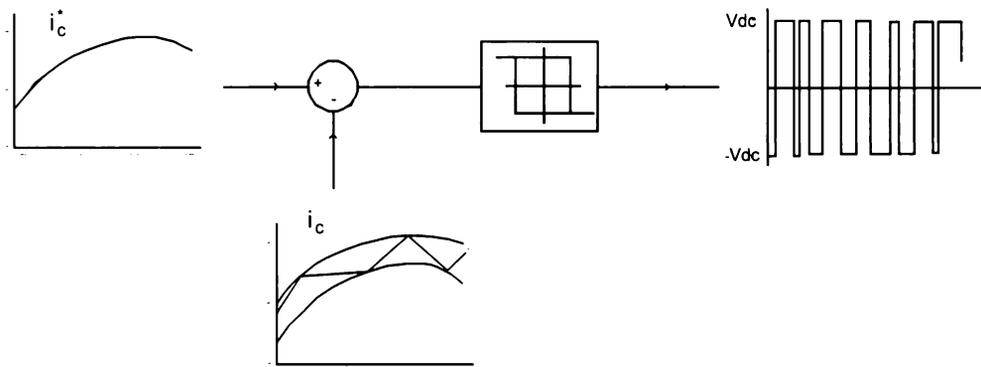


Figura 14. Control de intensidad por banda de histéresis.

#### 4. Estrategia de control

En lo que sigue se presenta el circuito de control que determina la intensidad de referencia del filtro activo, basado en el cálculo de la intensidad activa de la carga que permite una respuesta dinámica rápida y estable. La transferencia de una potencia  $P$  desde fuente a carga requiere de las intensidades de línea, (intensidades activas), [18],

$$i_{a1} = \frac{P}{\mathbf{V}^2} v_1 \quad ; \quad i_{a2} = \frac{P}{\mathbf{V}^2} v_2 \quad ; \quad i_{a3} = \frac{P}{\mathbf{V}^2} v_3 \quad (1)$$

donde en las expresiones (1) el denominador

$$\mathbf{V}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T (v_1^2 + v_2^2 + v_3^2) dt \quad (2)$$

es el valor rms de la tensión trifásica. Si la tensión es equilibrada senoidal se verifica

$$V^2 = v^2 = v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 = 3V_1^2 \quad (3)$$

donde  $V_1$  es el valor rms de una de las tensiones de fase. La diferencia entre las intensidades de carga y las intensidades activas determinan las componentes que no transportan potencia útil a la carga y por tanto aquellas intensidades que son compensables,

$$i_{c1} = i_1 - i_{a1} \quad ; \quad i_{c2} = i_2 - i_{a2} \quad ; \quad i_{c3} = i_3 - i_{a3} \quad (4)$$

La figura 15 muestra el diagrama de bloques del circuito electrónico que determina las intensidades de referencia en el control, (4).

La determinación de la potencia activa de la carga  $P$  requiere un filtro paso-bajo cuya entrada es la potencia instantánea  $p(t)$ . Esta se expresa como

$$p(t) = P + p_{ac}(t) \quad (5)$$

donde  $p_{ac}(t)$  es una componente oscilatoria alrededor del valor medio  $P$  y con una frecuencia de al menos el doble de la frecuencia de la tensión. La elección de la frecuencia de corte adecuada del filtro paso-bajo permite obtener en su salida la potencia media  $P$ . Este circuito se desarrolla a partir de multiplicadores, sumadores, un divisor, y un filtro paso-bajo. En general, estos componentes introducen factores de escala, ganancias y desplazamiento de fases inevitables en el cálculo directo de la intensidad de compensación según (4). Para superar estos problemas, la figura 15 incluye un bucle de realimentación y un bloque integrador. En efecto, la respuesta del filtro paso-bajo es la entrada de un integrador; en régimen permanente, una vez obtenidas las intensidades de compensación (4), al filtro paso-bajo llega la suma  $v_1 i_{c1} + v_2 i_{c2} + v_3 i_{c3}$ , cuyo valor medio es nulo. Como consecuencia, la salida del integrador permanece sin cambio en el valor previamente estimado de  $P$ . Esta será la situación hasta que varíe el régimen de la carga. El diseño final del circuito electrónico se realizó con circuitos integrados analógicos: multiplicadores AD 734 y AOs  $\mu A741$ .

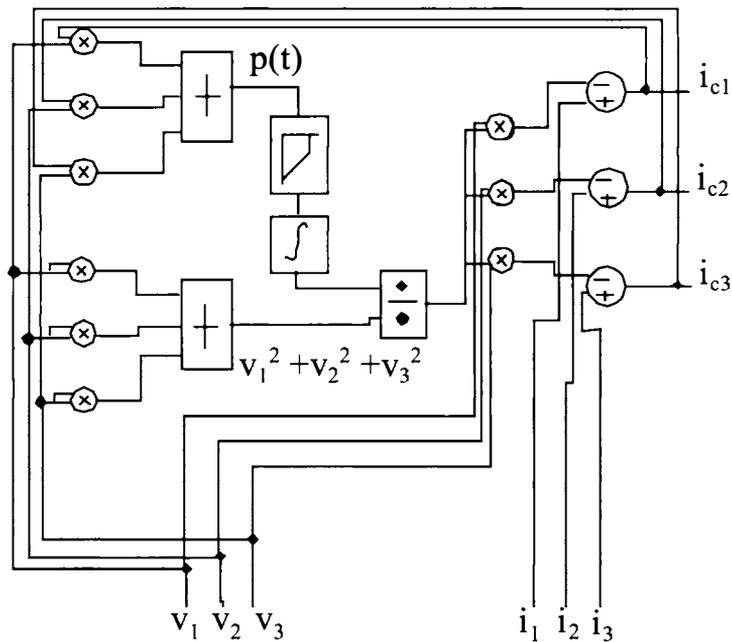
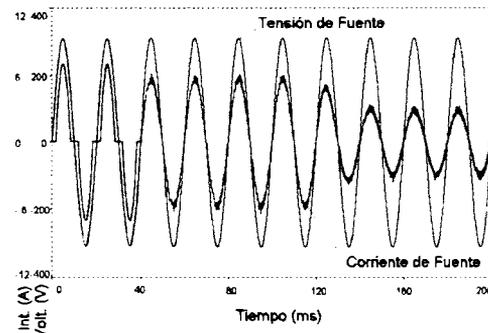


Figura 15. Diagrama de bloques del estimador de la intensidad de compensación para el filtro activo de la figura 13.

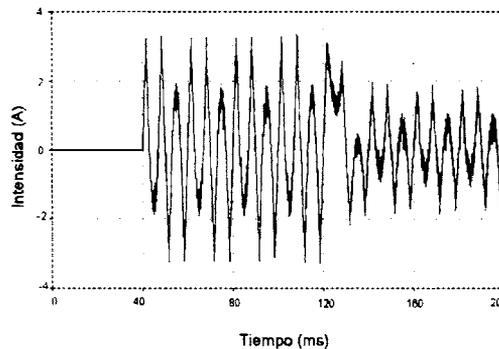
Aunque aquí se ha propuesto un circuito analógico para el control del filtro activo, otras propuestas mediante control digital quedan recogidas en la bibliografía. Así en [26-27] se presentan controles basados en procesadores digitales de señal DSP, principalmente el TMS320C31 de Texas Instrument.

### 5. Resultados experimentales

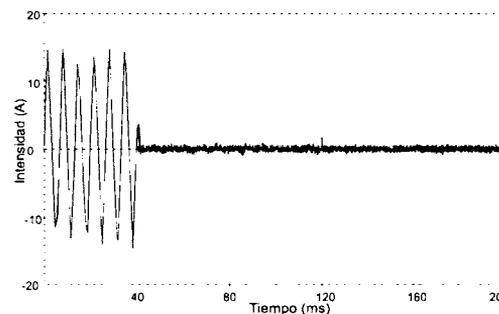
Por último, se presentan algunas formas de onda de interés. En la figura 16(a) aparecen la tensión de entrada (fase 1) y la intensidad de fuente (fase 1). La figura 16(b) muestra la intensidad suministrada por la fase 1 del compensador. El filtro activo se ha conectado a la red a partir del segundo período. En el sexto período se provocó una variación de salto en el consumo de la carga. Las figuras incluidas en 16 presentan la respuesta dinámica del filtro, alcanzando el régimen estacionario en aproximadamente un período y medio.



(a)



(b)

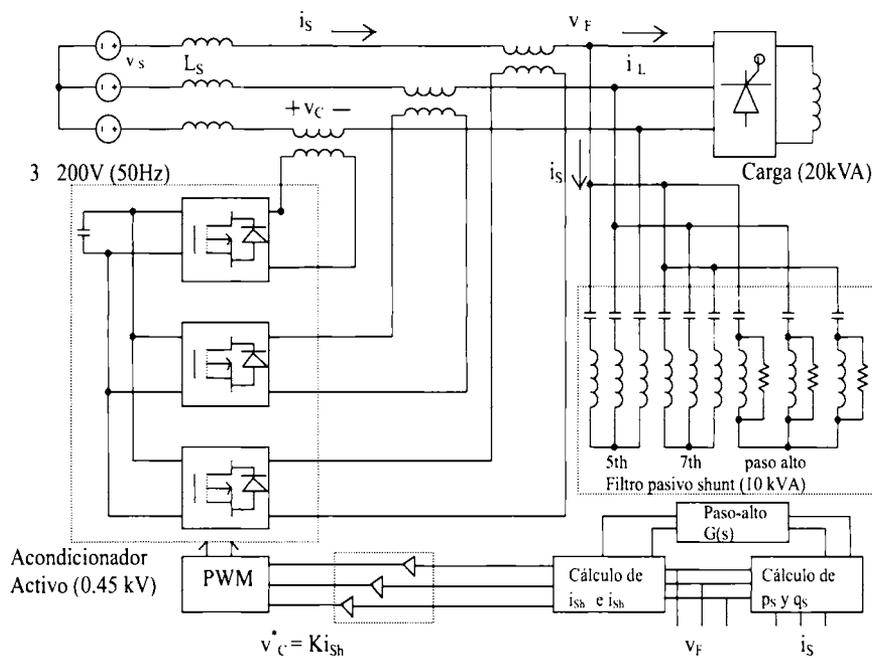


(c)

**Figura 16.** (a) Tensión de fuente (fase 1) e intensidad de fuente (fase 1) antes y después de la conexión del filtro activo; a los 120 ms se produce una variación de la carga. (b) Intensidad del filtro activo antes y después de su conexión al circuito. (c) Intensidad de neutro antes y después de la conexión del filtro al circuito.

**FILTROS ACTIVOS SERIE**

Conviene recordar en este momento que originalmente los problemas derivados de la contaminación armónica fueron resueltos, al menos parcialmente mediante los filtros pasivos LC. Las dificultades presentadas por este tipo de sistema propició el desarrollo de los filtros activos shunt. En sus inicios, su elevado coste, las dificultades de su puesta en práctica a gran escala, y su menor eficiencia respecto de los filtros pasivos, hizo que se intentaran otras soluciones que mejoraran la utilización práctica de los filtros activos. Una de ellas fue el uso de un sistema combinado de filtro pasivo shunt y filtro activo serie. Este nuevo enfoque permite trabajar con un filtro activo de sólo una fracción de la potencia de la carga total, lo que supone reducir costes y aumentar la eficiencia del sistema al completo. Así, en [28], se propone una configuración de filtros pasivos LC conectados en paralelo con la carga para compensar los armónicos de un rectificador trifásico de seis pulsos de tiristores, y un convertidor PWM de fuente de tensión en serie con la impedancia de fuente para mejorar las características de los filtros LC. El propósito del filtro serie no es compensar armónicos de la carga, sino resolver los problemas asociados a los filtros pasivos a que se hacía referencia anteriormente. En realidad, el filtro serie actúa como un aislador armónico entre la fuente de potencia y el filtro pasivo shunt.



**Figura 17.** Sistema combinado de filtro activo de potencia en serie y filtro pasivo shunt.

El principio de control utilizado en esta ocasión consiste en conseguir que el convertidor presente una impedancia cero a la frecuencia de la fuente y una alta impedancia a la frecuencia de los armónicos a compensar.

Este sistema de control es lo que Wang et al. [37] llaman enfoque de control por detección de la corriente de fuente, enfoque por lo demás muy habitual en los trabajos de Akagi sobre filtros activos serie. La figura 17, reproducida de [4], muestra una configuración detallada del sistema combinado de un filtro pasivo shunt de 10 kVA y un filtro activo serie de 0.45 kVA para la compensación armónica de un rectificador a tiristores de 20 kVA. La figura 18 presenta las formas de onda experimentales de interés antes y después de la conexión de filtro activo.

Antes de la conexión del filtro activo serie, existía una resonancia paralelo para el 4º armónico. Se trata de una pequeña corriente del 4º armónico presente en la intensidad de carga que debido a la resonancia queda amplificada. Como consecuencia aparece una severa distorsión en la corriente de fuente  $i_s$  y la tensión del filtro  $v_f$ . Después de la conexión del filtro activo, como se puede observar en la figura 18, desaparece la resonancia paralelo.

Otra combinación diferente de filtro activo serie-filtro pasivo shunt se describe en [29]. Allí se analiza un sistema combinado de filtro pasivo y filtro activo (de pequeña capacidad) conectados los dos en serie. El conjunto de ambos se conecta en paralelo con la carga. El filtro pasivo suprime los armónicos de corriente producidos por la carga, mientras que el filtro activo mejora el funcionamiento del filtro LC haciendo que para cada armónico de interés, el circuito equivalente presente una elevada resistencia en serie con la impedancia de fuente.

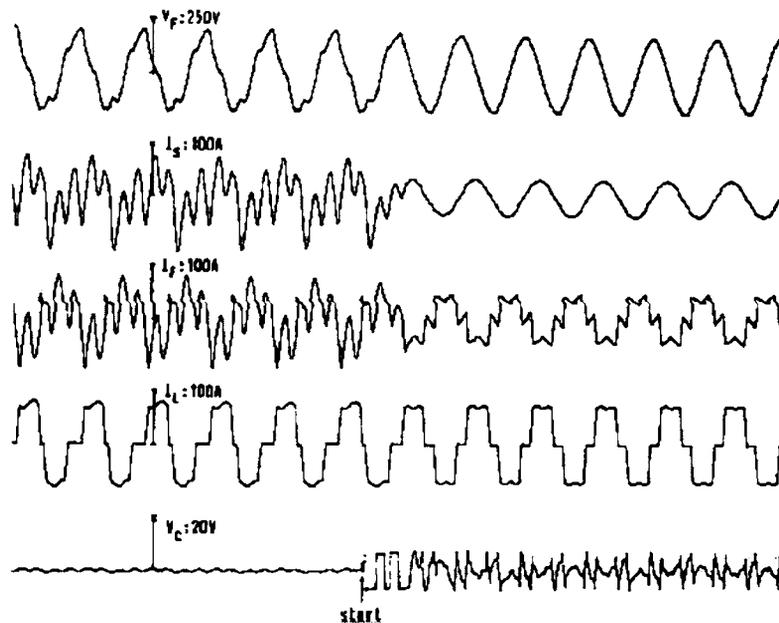


Figura 18. Formas de onda experimentales correspondientes a la figura 17.

El principio de compensación del filtro activo es un control como fuente de tensión de valor proporcional a los armónicos de suministro. Así, para cada fase de salida del filtro activo

$$V_c = k I_{S_n} \quad (6)$$

de esta forma el filtro activo fuerza a los armónicos de la intensidad de carga a circular por el filtro pasivo, y por ello no circulará por la fuente ninguna intensidad armónica. En esta configuración no existe tensión fundamental en la salida del filtro activo, por lo que se requiere una unidad de mucha menor potencia que un filtro activo convencional.

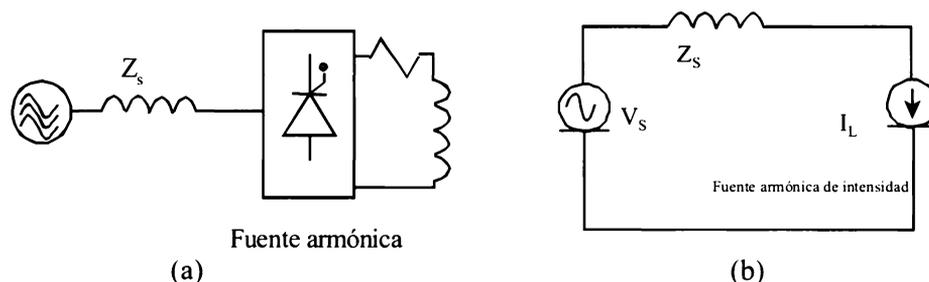
Más recientemente, el esquema filtro activo serie conectado al sistema de distribución junto con un filtro pasivo resonante LC en paralelo ha sido empleado en [38] agregando al conjunto mayores atribuciones. En efecto, allí se desarrolla un esquema de control donde el filtro activo tiene una doble misión: compensar las componentes de secuencia negativa y de secuencia cero de la tensión de carga y simultáneamente compensar los armónicos de intensidad. La distorsión de corriente del sistema se compensa imponiendo un camino de alta impedancia a los armónicos de intensidad (procedimiento por otra parte habitual y ya comentado anteriormente). Con ello se fuerza a los mismos a circular por los filtros pasivos LC conectados en paralelo con la carga. El camino de alta impedancia se crea generando a partir del filtro activo unas tensiones de valor proporcional a las intensidades armónicas de corriente que se pretenden eliminar. Esta parte del control es, como se ve, idéntica a la seguida en trabajos previos como ya se comentó. Como novedad, el desequilibrio de tensión se corrige compensando las componentes de secuencia negativa y de secuencia cero a la frecuencia fundamental. Las ecuaciones, por tanto, que definen las referencias del inversor PWM se componen de dos términos. Un sumando proporcional a la intensidad armónica y otro sumando proporcional a las tensiones de secuencia cero y negativa. El diseño propuesto fue validado con un prototipo experimental de 5 kVA.

## CONSIDERACIONES DE APLICACIÓN DE LOS FILTROS ACTIVOS SERIE Y DE LOS FILTROS ACTIVOS PARALELO

Como se ha intentado poner de manifiesto a lo largo de los apartados anteriores, la incidencia de los problemas relacionados con armónicos en los sistemas de potencia ac ha determinado que los filtros activos de potencia hayan experimentado una gran expectación. En su utilización originaria como método alternativo para solucionar problemas relacionados con los armónicos, generalmente, el filtro activo se utilizaba como una fuente de corriente conectada en paralelo con la carga. Este tipo de filtro activo paralelo es efectivo para esas cargas de tipo no lineal que se pueden considerar como del tipo fuente armónica de intensidad. A este tipo de carga pertenecen los rectificadores controlados con una elevada inductancia en el lado dc. Para este tipo de cargas, los filtros activos paralelo se han estudiado a través de muchas contribuciones desde los años 70; igualmente, se han puesto en práctica en múltiples situaciones. No obstante, queda por estudiar sus características de funcionamiento cuando son utilizados frente a cargas de las denominadas fuentes armónicas de tensión tales como rectificadores de diodos con un elevado condensador de filtro en el lado dc. Y esto ha sido así, debido al hecho de que las fuentes armónicas tradicionales eran, principalmente, rectificadores controlados a tiristores y cicloconvertidores, que pueden considerarse como cargas de tipo fuente de intensidad. Por otra parte, un número cada vez mayor de rectificadores de diodos con condensadores de filtro en el lado dc son utilizados tanto a nivel doméstico como industrial. Naturalmente, se ha probado utilizar filtros activos paralelo para la compensación armónica de rectificadores a diodo, sin embargo, se ha encontrado que los filtros paralelo no sólo no cancelan los armónicos al completo sino que causan problemas, entre otros el aumento de la tensión de rizado en el lado dc y las intensidades de pico en el rectificador. Como se verá esto se debe a que un rectificador a diodos con condensador de filtro se comporta de forma semejante a una fuente armónica de tipo tensión antes que como fuente de intensidad armónica. Otro hecho es el relativo a los filtros pasivos LC y los bancos de condensadores para corrección del factor de potencia conectado en lado de la carga “aguas abajo” del lugar donde se encuentra conectado un filtro activo. En este caso, el circuito equivalente “aguas abajo” del punto de conexión del filtro activo no sería una fuente de intensidad aunque la carga principal lo sea. En estas nuevas condiciones, la intensidad inyectada por el filtro activo circulará en el rectificador o en el lado de la carga que presenta baja impedancia. Como consecuencia, los armónicos no pueden ser cancelados completamente. Además, pueden aparecer sobrecorrientes en los rectificadores de diodos debido a la intensidad inyectada. Para este tipo de cargas se han propuesto los filtros activos serie, que se han mostrado más convenientes para fuentes armónicas de tipo fuente de tensión. En este apartado se pretende analizar las características de compensación de ambos tipos de filtros activos para los dos tipos de cargas no lineales de referencia, [34].

### 1. Dos tipos de fuentes armónicas

Un rectificador a tiristores típico con una inductancia de valor elevado en el lado dc produce una intensidad dc constante. El contenido armónico de su intensidad en el lado ac es característico y poco dependiente de los parámetros del lado ac, por ello este tipo de carga tiene un comportamiento semejante a una fuente de corriente. Son denominadas fuentes armónicas del tipo fuente de corriente, figura 19.



**Figura 19.** Fuentes armónicas de tipo fuente de intensidad: (a) rectificador a tiristores. (b) circuito equivalente por fase.

Otro tipo de fuente armónica común es el rectificador a diodos con filtro de condensador en el lado dc. Aunque la intensidad es altamente distorsionada, su amplitud armónica es especialmente afectada por la

impedancia del lado ac. Sin embargo, su tensión es característica y menos dependiente de la impedancia de la red. Por lo tanto, el rectificador a diodos se comporta de forma semejante a una fuente de tensión. Son cargas denominadas fuentes armónicas del tipo fuente de tensión, figura 20.

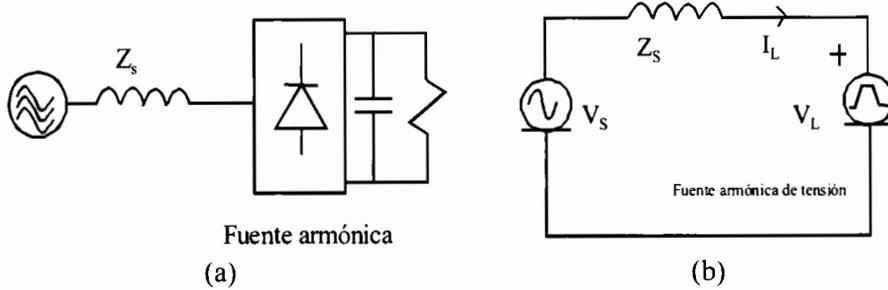


Figura 20. Fuentes armónicas de tipo fuente de tensión: (a) rectificador a diodos. (b) circuito equivalente por fase.

## 2. Análisis característico de los filtros activo paralelo

### A. Fuente armónica de tipo intensidad

La figura 21 muestra el principio básico de actuación de un filtro activo paralelo para fuentes armónicas de tipo intensidad. La carga se ha representado por su equivalente Norton para un armónico determinado, así una fuente armónica de intensidad pura es un caso particular con  $Z_L \rightarrow \infty$ . Se ha indicado con  $G$ , la función de transferencia equivalente del filtro activo que incluye el circuito de detección de armónicos y el retardo del circuito de control. En general,  $|G|_f=0$  (a la frecuencia fundamental) y  $|G|_h=1$  para el armónico de orden  $h$ .

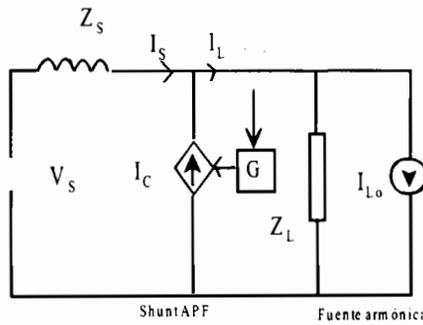


Figura 21. Circuito equivalente de un filtro activo shunt conectado en paralelo con una carga del tipo fuente de corriente.

El análisis del circuito equivalente por fase de la figura 21 permite deducir que si para un armónico de orden  $h$  se verifica

$$\left| \frac{Z_L}{1-G} \right|_h \gg |Z_s|_h \quad (7)$$

El valor de  $I_{sh}$  se hace aproximadamente cero, lo que supone que la corriente de fuente llega a ser senoidal. En la condición (7) sólo  $G$  puede ser diseñada y determinada por el filtro activo, mientras que  $Z_s$  y  $Z_L$  vienen determinadas por el sistema: parámetros del suministro ac y de la carga; desde este punto de vista las mismas circunstancias que acompañan a los filtros pasivos convencionales. No obstante, para una carga del tipo fuente de intensidad,  $|Z_L|_h \gg |Z_s|_h$  así,

$$\frac{I_s}{I_{Lo}} \approx 1 - G \quad ; \quad |1-G|_h \ll 1 \quad (8)$$

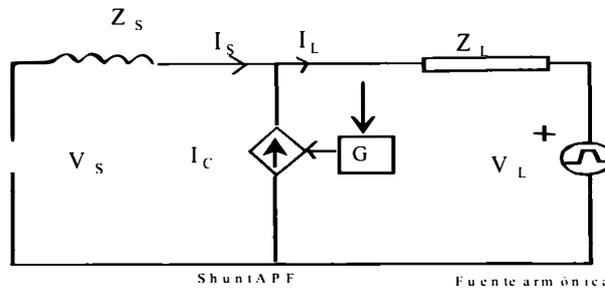
Esta última ecuación muestra como la característica de compensación del filtro activo (en estas condiciones) no está influenciada por la impedancia de fuente  $Z_s$ . Esta propiedad es la que se suele alegar para reivindicar el que el filtro activo sea superior al filtro pasivo. No obstante, esta superior cualidad sólo es cierta bajo la condición  $|Z_L I_h| \gg |Z_s I_h|$ ; la condición complementaria  $|1-G|_h \ll 1$  puede ser satisfecha fácilmente por un filtro activo.

En este mismo orden de cosas, si en el lado del rectificador con tiristores están conectados filtros pasivos o bancos de condensadores, la impedancia de carga  $Z_L$  puede llegar a ser muy baja para los distintos armónicos. La condición  $|Z_L I_h| \gg |Z_s I_h|$  ya no se satisface, y consecuentemente, las características de compensación del filtro activo están condicionadas por la impedancia de fuente. Sin embargo, que se siga verificándose (7) supone que la corriente que fluye en el filtro pasivo conectado del lado de la carga es  $I_{Lh} - I_{Loh} = V_{Sh}/Z_L$  que puede llegar a ser muy grande cuando la fuente incluye una distorsión de tensión apreciable. Esto significa que los armónicos “aguas arriba” fluirán hacia el filtro pasivo. Por el contrario, los armónicos de la carga,  $I_{Loh}$ , serán compensados por el filtro activo pero no por el filtro pasivo. Por lo tanto, son necesarias consideraciones especiales cuando filtros pasivos shunt y filtros activos shunt son utilizados en el mismo sistema de potencia. Así, si se pretende utilizar un sistema combinado filtro activo shunt y filtro pasivo shunt para compensar los armónicos de una carga, la responsabilidad de compensación de cualquiera de los dos debe ser aclarada.

Por ejemplo, utilizar un filtro activo para compensar armónicos de orden 5º y 7º y elegir un filtro pasivo para los armónicos de orden alto podría ser un posible criterio de reparto para compensación armónica.

*B. Fuentes armónicas de tipo tensión*

La figura 22 muestra el circuito equivalente por fase del principio básico de funcionamiento de un filtro activo shunt con fuentes armónicas del tipo fuente de tensión.



**Figura 22.** Principio básico de funcionamiento de un filtro activo shunt para fuentes de armónicos de tipo fuente de tensión.

El análisis del circuito de la figura 22 muestra que si se verifica

$$\left| Z_s + \frac{Z_L}{1-G} \right| \gg 1 \text{ p.u.} \tag{9}$$

la corriente de fuente llega a ser senoidal. No obstante, la condición de operación (9) es difícil de satisfacer para un filtro activo shunt, ya que una fuente armónica del tipo fuente de tensión generalmente presenta una impedancia interna muy baja, siempre que no se haya situado una reactancia serie en el lado ac del rectificador. Además, un análisis exhaustivo del circuito de la figura 22 permite establecer que :

- La intensidad armónica inyectada por el filtro activo shunt circulará por la carga
- La distorsión de la fuente de tensión,  $V_{Sh}$ , también causa un flujo de intensidad armónica elevada en la carga. Estos efectos aumentarán ampliamente la intensidad armónica de la carga y los VA del filtro activo requerido, especialmente cuando  $Z_L$  es pequeña.

### 3. Análisis característico de los filtros activos serie

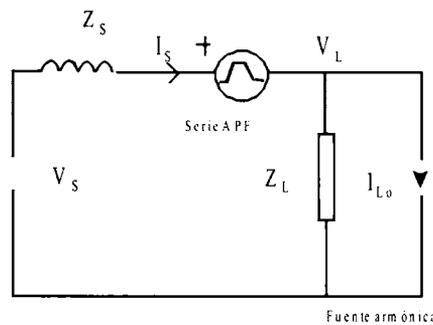
#### A. Fuente armónica de tipo intensidad

La figura 23 presenta el circuito equivalente por fase del principio básico de actuación de un filtro activo serie para compensación de una carga fuente armónica del tipo fuente de intensidad. Se supone que el filtro serie presenta alta impedancia a la intensidad armónica, y que, por tanto, bloquea el flujo de corriente armónica desde la carga a la fuente ac y desde la fuente ac a la carga a partir de una tensión de salida controlada de la forma  $V_C = K I_S$ , donde  $K$  es una ganancia con dimensiones de ohmios.

Cuando se verifica la condición

$$|K| \gg |Z_S + Z_L|_h \quad (10)$$

la intensidad de fuente llega a ser senoidal. La condición de operación (10) requiere una  $K$  muy elevada y una  $|Z_L|_h$  pequeña para cada armónico, en orden a su actuación como supresor de armónicos. Sin embargo, para un rectificador a tiristores controlado convencional,  $Z_L$ , es casi infinita, y por lo tanto, la condición (10) es muy difícil de satisfacer. Además, la tensión de salida del filtro,  $V_C$ , también llegaría a ser infinita. Como consecuencia, un filtro activo serie no puede teóricamente compensar fuentes armónicas del tipo fuente de intensidad.

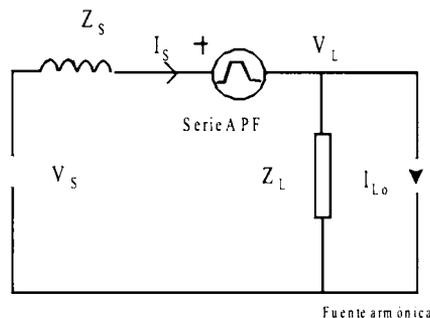


**Figura 23.** Principio básico de actuación de un filtro activo serie para una carga de tipo fuente de corriente.

Si se sitúa un filtro pasivo shunt con el rectificador a tiristores,  $Z_L$ , llegará a ser muy pequeña y puede satisfacerse la condición (10). La tensión de salida del filtro activo serie también adopta un valor pequeño. Por ello esta combinación filtro activo serie-filtro pasivo shunt se ha venido utilizando en múltiples aplicaciones, [39].

#### B. Fuentes armónicas de tipo tensión

La figura 24 presenta el circuito equivalente por fase del principio básico de funcionamiento de un filtro activo serie para compensación de una fuente de armónicos del tipo fuente de tensión.



**Figura 24.** Principio básico de funcionamiento de un filtro activo serie para compensar una fuente armónica del tipo tensión.

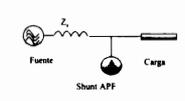
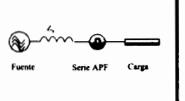
Si se satisface la condición

$$|K| \gg |Z_s + Z_L|_h \tag{11}$$

la intensidad de fuente es senoidal. Ahora,  $Z_L$  es muy pequeña y es suficiente con un  $K=1$  p.u.

Terminamos este apartado incluyendo una tabla resumen de las cuatro combinaciones que se han analizado.

**Tabla I.** Resumen de las consideraciones de aplicación de los filtros activos serie y paralelo.

|                                    |   |  |
|------------------------------------|---|--|
| Configuración                      |  |  |
| Principio básico de operación      | Opera como fuente controlada de intensidad  | Opera como fuente controlada de tensión  |
| Fuentes armónicas más convenientes | Fuentes armónicas de intensidad   | Fuentes armónicas de tensión   |
| Condición de operación             | $Z_L$ alta<br>$ 1 - G _h \ll 1$   | $Z_L$ baja<br>$ 1 - G _h \ll 1$  |
| Consideraciones de aplicación      | Puede causar sobrecorrientes en cargas de tensión                                 | Es necesaria un filtro pasivo shunt con tipo intensidad                            |

## ACONDICIONADOR ACTIVO PARA LA COMPENSACIÓN DE LA CARGA

En este apartado se efectúa el análisis del control de un acondicionador activo de potencia para la compensación de cualquier tipo de carga, al que se puede denominar LCAC (Load Compensation Active Conditioner) [45-50] con la misión de mejorar la calidad de la onda eléctrica en el punto de acoplo común (PCC). El acondicionador está constituido por dos filtros activos de potencia, uno en serie y otro en paralelo con la carga. El filtro activo serie equilibra y regula las tensiones aplicadas, aislando el sistema de los armónicos de la red. Por otro lado, el filtro activo paralelo se encarga de eliminar los armónicos de la intensidad de carga, así como las intensidades reactivas y de desequilibrio. De la misma forma queda compensada la intensidad de neutro. Cada filtro desarrolla una función específica mediante un control unificado que trata de forma global el proceso de compensación de la carga.

### 1. Configuración y control del Acondicionador Activo de Potencia

La figura 25 muestra la estructura de un sistema acondicionador activo para la compensación de la carga, LCAC. Incluye un circuito de potencia constituido por dos filtros activos con una alimentación dc común, y un circuito de control. Uno de los filtros activos se conecta en serie con la alimentación y el otro se conecta en paralelo con la carga. Ambos están formados por inversores del tipo fuente de tensión, con control por modulación de anchura de pulsos, PWM. En los desarrollos más recientes estos convertidores se realizan a base de

dispositivos IGBTs y bajo una configuración de tres lados con enlace dc dividido para permitir la conexión del neutro [14].

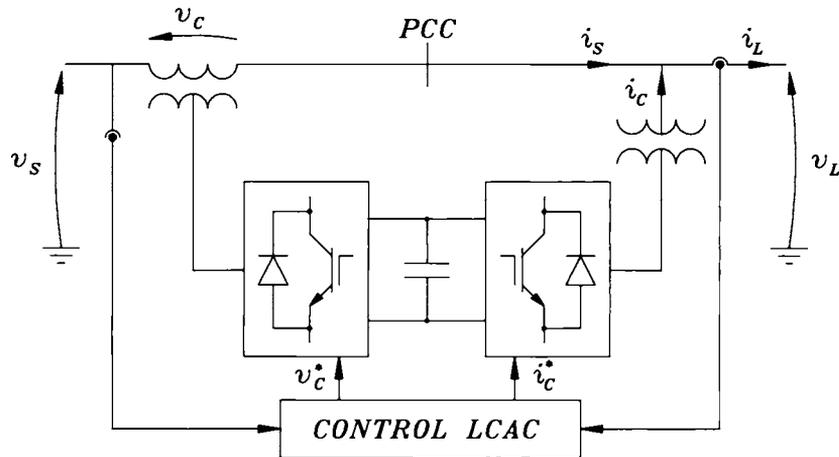


Figura 25. Estructura de un Acondicionador Activo para la Compensación de la Carga.

El control de las conmutaciones de los convertidores está basado en las señales de referencia  $v_c^*$ ,  $i_c^*$  generadas por el control del LCAC. Para el filtro activo serie se trata de un control PWM a partir de una señal de tensión, y para el filtro activo paralelo se trata de un control de corriente por banda de histéresis.

El control del LCAC permite que el circuito de potencia desarrolle una doble función. Con respecto al filtro serie, se trata de que éste actúe como una fuente de tensión controlada que contrarreste aquella parte de la tensión de alimentación que la separa de un servicio de tensiones equilibrado senoidal. Esto es, el filtro serie elimina los armónicos de la tensión y equilibra las tensiones hasta conseguir un sistema de secuencia directa. Además, permite regular la tensión que llega a la carga.

Por otra parte, el filtro paralelo, situado aguas abajo del filtro serie, se encarga de eliminar los armónicos, así como las componentes reactiva y de asimetría que incluye la intensidad de la carga. Como consecuencia se anula la intensidad de neutro.

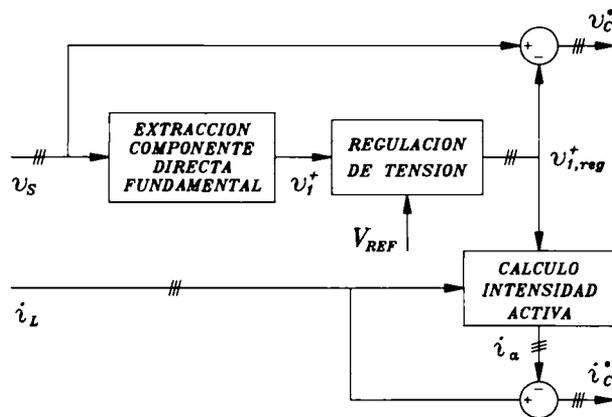


Figura 26. Control del Acondicionador Activo para la Compensación de la Carga. Diagrama de bloques.

Cada filtro desarrolla una función especializada mediante un control unificado, es decir, no es la combinación de un control para el filtro serie y otro para el filtro paralelo, sino un control compacto que trata de forma global el proceso de compensación de la carga. Tal es, que las señales de tensión que utiliza el circuito de

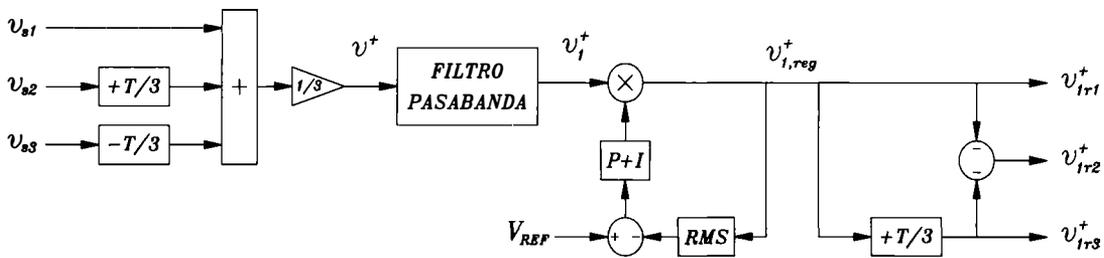
control para la determinación de las intensidades de compensación para el filtro paralelo, son las tensiones de referencia para el filtro serie, figura 26.

La figura 26 muestra el esquema global del circuito de control. La tensión de referencia de compensación del filtro serie ( $v_c$ ) se obtiene por comparación entre la tensión de suministro ( $v_s$ ) y su componente de secuencia directa a la frecuencia fundamental, regulada en amplitud, ( $v_{l,reg}^+$ ), según se describe más abajo.

Dicha componente  $v_{l,reg}^+$  se utiliza junto con la intensidad de la carga  $i_L$  para el cálculo de la intensidad de compensación ( $i_c$ ) del filtro paralelo a partir del cálculo de la intensidad activa de la carga. La utilización como señal de tensión de  $v_{l,reg}^+$  permite que las intensidades activas de cada fase,  $i_a$ , en esa parte del control, sean senoidales y equilibradas.

### 2. Control del filtro serie

El control del filtro serie busca la obtención del suministro de tensión de referencia ideal: tensiones equilibradas sin distorsión. La figura 27 muestra el diagrama de bloques para esta parte del circuito de control.



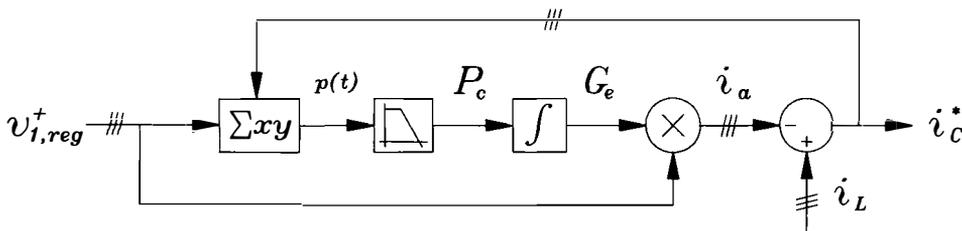
**Figura 27.** Diagrama de bloques del cálculo de la componente directa fundamental, regulada en amplitud: Obtención de la componente de secuencia directa fundamental, regulación de amplitud y construcción de la onda trifásica.

La primera etapa es la obtención de la componente de secuencia directa ( $v^+$ ) de las tensiones de alimentación. El desfase de  $\pm 1/3$  de ciclo de las tensiones de las fases 2 y 3, y su suma permite obtener una señal periódica que respecto del armónico fundamental es la componente de secuencia directa. En una segunda etapa, un lazo de control regula el valor eficaz de  $v_i^+$  a un valor prefijado,  $V_{REF}$ .

La elección del ancho de banda del filtro pasabanda ( $\pm 2\% f_N$ ) está orientada a la atenuación de las variaciones rápidas de amplitud de la tensión (Voltage Flicker). En combinación con el lazo de control de amplitud permite una perfecta regulación de la tensión. Finalmente se construye la onda trifásica correspondiente  $v_{ir1}^+(t)$ ,  $v_{ir2}^+(t)$ ,  $v_{ir3}^+(t)$ . La utilización de un doble restador para la fase 2 proporciona una componente homopolar nula de forma permanente y simplifica el esquema.

### 3. Control del filtro paralelo

El control del filtro paralelo está basado en el cálculo de la intensidad activa ( $i_a$ ) de la carga, y su diagrama de bloques se muestra en la figura 28.



**Figura 28.** Diagrama de bloques para el cálculo de la intensidad de compensación del filtro paralelo.

La referencia de intensidad se obtiene a partir del cálculo de la intensidad activa de la carga, la cual transfiere la potencia activa  $P$  de la fuente a la carga. La determinación de la potencia activa  $P$  requiere un filtro paso-bajo que elimine la componente oscilatoria de la potencia instantánea  $p(t)$ , con una frecuencia de corte de al menos la frecuencia de red. La utilización de un bucle de realimentación y un integrador permiten llegar en régimen permanente a unos valores de  $i_c$  cuya potencia media  $P_c$  sea nula. Como consecuencia, la salida del integrador permanece sin cambio en el valor previamente estimado de  $P/V^2$ . Esta será la situación hasta que varíe el régimen de carga. La velocidad de respuesta ante variaciones de carga depende básicamente de la respuesta dinámica del conjunto filtro paso-bajo + integrador. Esta parte del control es análoga a la descrita en un apartado anterior.

#### 4. Diseño de los elementos pasivos

Los elementos pasivos del acondicionador tienen la función de filtrar los armónicos superiores a  $f_c/10$ , siendo  $f_c$  la frecuencia máxima de conmutación de los convertidores. Entre estos armónicos están los generados por los propios inversores. El inversor serie genera armónicos con frecuencias cercanas a la frecuencia de conmutación, de amplitud igual a la tensión máxima asignada de compensación (20 a 30% de  $V_N$ ). El inversor paralelo con control por histéresis genera armónicos de amplitud más reducida y de frecuencias más bajas. De la misma manera también se le puede asignar el filtrado de aquellas componentes no controlables por los convertidores (como los debidos a cambios bruscos de la corriente de carga, etc.).

Por otro lado, deben interferir lo menos posible en el funcionamiento del LCAC a bajas frecuencias (hasta dos veces la frecuencia nominal del sistema), principalmente para mantener al máximo el rendimiento energético del LCAC. Una elección adecuada de los elementos de los filtros pasivos a la salida de los convertidores son de vital importancia para un funcionamiento estable del sistema. El método de las variables de estado puede ser un posible procedimiento para resolver la cuestión, [41] [48-50].

#### 5. Aplicación a un caso práctico

Como caso práctico se ha considerado una carga trifásica no lineal de cuatro conductores alimentada con tensión desequilibrada no senoidal. La carga consiste de tres rectificadores de diodos con un gran condensador de filtro en el lado dc, muy habitual en fuentes de alimentación o equipos de control de motores. Los rectificadores están conectados en estrella, con el conductor de neutro accesible. Se ha contemplado el desequilibrio de la carga a través de la conexión de resistencias de valores diferentes en el lado dc. De la misma manera, se efectuó una variación brusca de la resistencia de una de las cargas como prueba de respuesta dinámica del LCAC.

En la tabla II se muestran los valores eficaces de las tensiones de fase de alimentación y sus componentes armónicas, expresadas en porcentaje respecto a la tensión del sistema.

**Tabla II.** Composición de las tensiones de alimentación.

| Armónico | 1°          | 3°      | 7°      |
|----------|-------------|---------|---------|
| $v_{S1}$ | 198 (90 %)  | 11 (5%) | 11 (5%) |
| $v_{S2}$ | 220 (100 %) | 11 (5%) | 11 (5%) |
| $v_{S3}$ | 220 (100 %) | 11 (5%) | 11 (5%) |

Los resultados del caso práctico reproducidos de [50] se muestran en la figura 29. En ellos se puede apreciar el efecto del LCAC en las intensidades de suministro y las tensiones de carga. A partir de su entrada en funcionamiento las tensiones de carga son senoidales, equilibradas y reguladas a su valor asignado. Asimismo se compensan los armónicos, desequilibrios y componente reactiva de las intensidades. De esta forma queda también compensada la intensidad de neutro. También se puede observar la respuesta dinámica para una variación de la carga en aproximadamente dos ciclos y medio. En las figuras 29(i) y 29(j) se muestran las desviaciones de  $i_s$  y  $v_L$  respecto a las señales de referencia, y se ve como se mantienen en torno a un 1% de desviación.

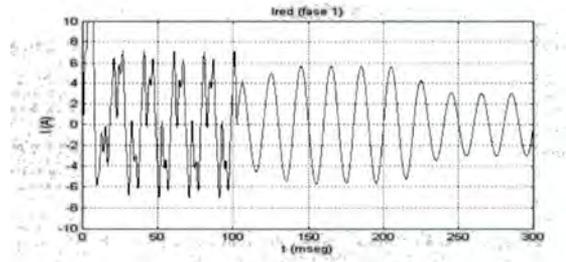


Figura 29(a). Intensidad de red (fase 1).

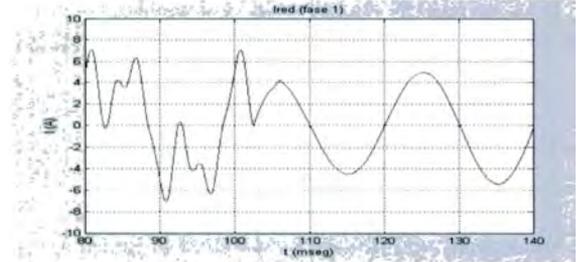


Figura 29(b). Detalle intensidad de red (fase 1).

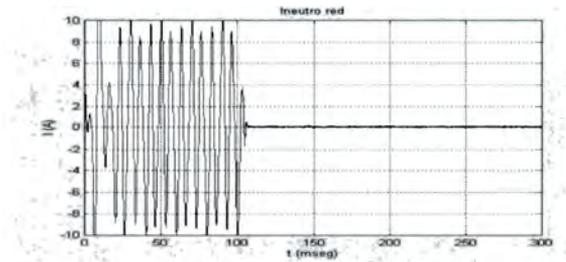


Figura 29(c). Intensidad de neutro.

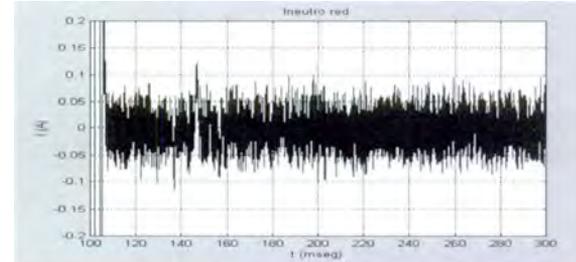


Figura 29(d). Detalle intensidad de neutro.

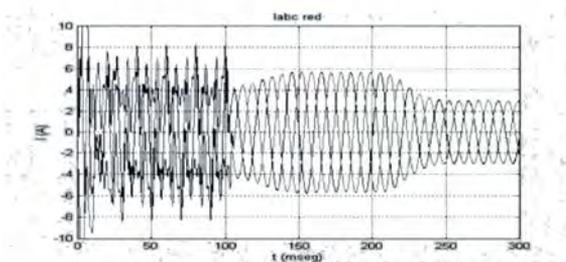


Figura 29(e). Intensidades de red ( $i_s$ ).

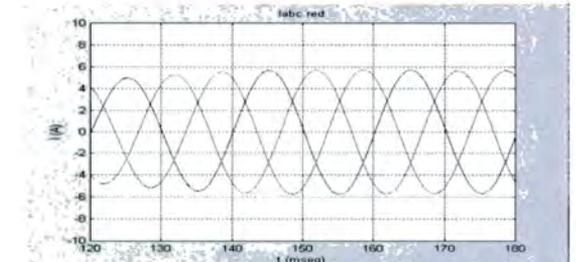


Figura 29(f). Detalle intensidades de red.

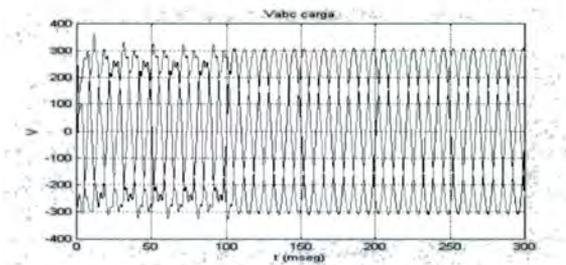


Figura 29(g). Tensiones de carga ( $v_L$ ).

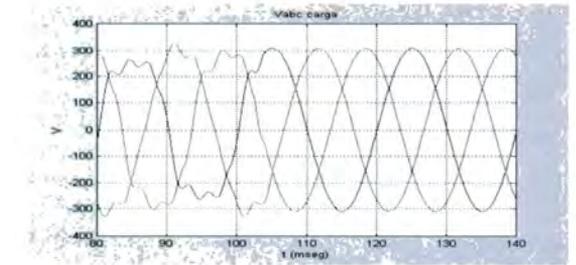


Figura 29(h). Detalle tensiones de carga.

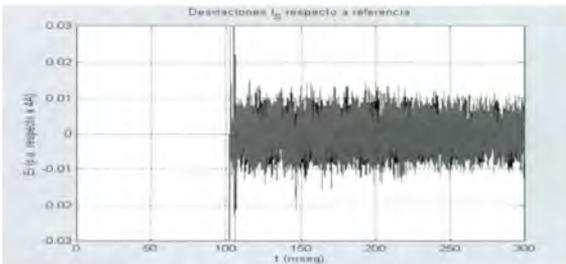


Figura 29(i). Desviaciones de  $i_s$ .

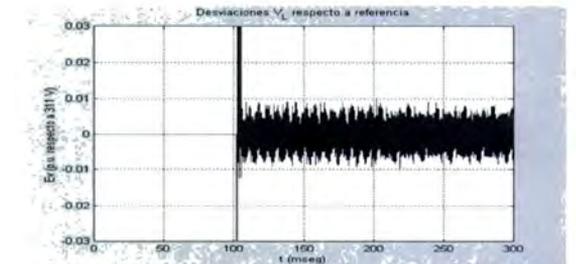


Figura 29(j). Desviaciones de  $v_L$ .

**Figura 29.** Resultados con el diseño del circuito pasivo y la modificación sobre el control básico, antes y después de la conexión del LCAC ( $t=100ms$ ). Respuesta dinámica ante una variación brusca de carga ( $t=200ms$ ).

## CONCLUSIONES

En estas páginas se ha intentado efectuar un recorrido, necesariamente incompleto, de los principios de funcionamiento, de las aplicaciones y de las topologías más recientes de los denominados filtros activos de potencia como equipos correctores de la falta de calidad de la potencia eléctrica. En primer lugar se ha estudiado el funcionamiento de los inversores de potencia de tipo PWM, recordando como se construye una onda de tensión a partir de distintos tramos de la tensión de valor constante del lado dc.

Mediante un esquema se presentó la técnica de modulación de anchura de pulsos por banda de histéresis, una de las técnicas de control de filtros activos de mayor uso. A partir de estos principios se estuvo en disposición de abordar el diseño de un circuito de control para un filtro activo de potencia para la compensación de cargas trifásicas no lineales de cuatro conductores. El diseño propuesto resultó efectivo en la eliminación de armónicos, corrección del factor de desplazamiento, corrección de desequilibrios y compensación de las corrientes de neutro, para tensiones poco distorsionadas. En segundo lugar se describieron las configuraciones híbridas de filtro activo serie y filtro pasivo shunt. Se presentaron algunos de los resultados publicados y cómo recientemente un conjunto de estas características se ha utilizado para compensar las componentes de secuencia negativa y de secuencia cero de la tensión de carga y simultáneamente compensar los armónicos de intensidad. Finalmente, se han presentado las nuevas propuestas de combinación de filtros activos serie, filtros activos shunt que permiten una doble actuación. Por un lado, a través del filtro activo serie se consigue: eliminar los armónicos de la tensión de suministro, simetrizar las tensiones, obteniéndose un sistema equilibrado de secuencia directa; y regular el valor eficaz de la tensión respecto a uno tomado de referencia. Por otro lado, a través del filtro activo paralelo se consigue eliminar los armónicos de corriente, así como las componentes reactiva y de asimetría de la intensidad de carga. De esta manera los filtros activos se convierten en parte de un verdadero acondicionador activo de potencia para la compensación de la carga/acondicionador activo para la mejora de la calidad de la onda eléctrica.

## REFERENCIAS

- [1] R.C. Dugan, M.F. McGranaghan, H.W. Beaty, "Electrical Power Systems Quality", McGraw-Hill, 1996.
- [2] P. J. A. Ling, C. J. Eldridge, "System-Wide Harmonic Correction a Hybrid Approach", Power quality/Power Value Proceedings, September 1997.
- [3] W. M. Grady, M. J. Samotyj, A. H. Noyola. "Survey of Active Power Line Conditioning Methodologies", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 5, No 3, Julio 1990.
- [4] H. Akagi. "Trends in Active Power Line Conditioners", Proc. IECON, San Diego, Noviembre 1992
- [5] U. Krieglger, "Active filters-basic principles", PCIM 2000, 6<sup>th</sup> Power Quality Conference, Vol. 1, Nuremberg, Junio 2000.
- [6] Akagi, H. ;Nabae, A. ;Atoh, S. "Control Strategy of Active Power Filters Using Multiple Voltage-Source PWM Converters", IEEE Trans. Ind. Applicat., vol.IA-22, no. 3, pp. 460-465, May/June 1986.
- [7] Takeda, M; Ikeda, K; Teramoto, A; and Aritsuka, T. "Harmonic Current Compensation with Active Filter", in Conf. Rec. IEEE/PESC pp 1174-1179 April 1988.
- [8] Choe, G. ;Park, M. "Analysis and Control of Active Power Filter with Optimized Injection", IEEE Trans. on Power Electronics, vol. 4, No. 4, October 1989.
- [9] F. Peng, H. Akagi, A. Nabae, "A study of active power filters using quad-series voltage-source PWM converters for harmonic compensation", IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. 5, No. 1, January 1990.
- [10] R. M. Duke, S. D. Round "The steady-state performance of a controlled current active filter", IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. 8, No. 3, April 1993.
- [11] A. Cavallini, G. C. Montanari, "Compensation strategies for shunt active-filter control", IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. 9, No. 6, November 1994.
- [12] H. L. Jou, J. C. Wu, H. Y. Chu. "New single-phase active power filter", IEE Proc. Electr. Power Appl., Vol. 141, No.3, May 1994.
- [13] J. S. Tepper, J. W. Dixon, D. Venegas, L. Morán, "A simple frequency-independent method for calculating the reactive and harmonic current in a nonlinear load", IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. 43, No. 6, December 1996.
- [14] M. Aredes, J. Häfner, K. Heumann, "Three-Phase four-wire shunt active filter control strategies", IEEE Trans. On Power Electronics, Vol. 12, No. 2, March 1997.
- [15] P. Verdelho, G. D. Marques, "An active power filter and unbalanced current compensator", IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. 44, No. 3, June 1997.

- [16] G. Superti Furga, E. Tironi, G. Ubezio, "Shunt active filter for four wire low-voltage systems: theoretical operating limits and measures for performance improvement", *ETEP*, Vol. 7, No. 1, January/February 1997.
- [17] J. C. Montaño, P. Salmerón, "Instantaneous and full compensation in three-phase systems", *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 13, No. 10, October 1998.
- [18] S. P. Litrán, J. C. Montaño, P. Salmerón, F. J. Alcántara, J. R. Vázquez, "Control de un filtro activo de potencia para compensación en sistemas trifásicos de cuatro conductores". *Engenharia Electrotécnica Luso-Espanhola*, Lisboa, Portugal, Julio 1999. Proceedings, Edita Edinova-Edicoes da Universidade Nova de Lisboa, Vol IV, Cap II, pp 203-209. Isbn 972-595-095-X.
- [19] J. R. Vázquez, F. J. Alcántara, P. R. Salmerón, S. P. Litrán, "Control mediante redes neuronales de un filtro activo de potencia". *Engenharia Electrotécnica Luso-Espanhola*, Lisboa, Portugal, Julio 1999. Proceedings, Edita Edinova-Edicoes da Universidade Nova de Lisboa, Vol IV, Cap II, pp 283-290. Isbn 972-595-095-X.
- [20] S. P. Litrán, P. R. Salmerón, J. C. Montaño, F. J. Alcántara, J. R. Vázquez "Diseño del circuito de control de un filtro activo de potencia para sistemas trifásicos a cuatro conductores", *Seminario Anual de Automática, Electrónica Industrial e Instrumentación, SAAEI 99*, Madrid, Septiembre 1999. Actas, Edita Universidad Pontificia Comillas, pp 131-134. Isbn: 84-699-0923-1.
- [21] J. R. Vázquez, F. J. Alcántara, P. R. Salmerón, S. P. Litrán, "Diseño con redes neuronales de un filtro activo de potencia" *SAAEI 99 Seminario Anual de Automática, Electrónica Industrial e Instrumentación, SAAEI 99*, Madrid, Septiembre 1999. Actas, Edita Universidad Pontificia Comillas, pp 539-542. Isbn: 84-699-0923-1.
- [22] J. R. Vázquez, P. R. Salmerón. "Three-phase active power filter control using Neural Networks", *10th Mediterranean Electrotechnical Conference*, Vol. 3. Cyprus, May 2000.
- [23] J. R. Vázquez, P. R. Salmerón, F. J. Alcántara, "Neural Networks Application to Control an Active Power Filter", *EPE 2001, 9th European Conference on Power Electronics and Applications*, Graz, Austria 2001.
- [24] H. Akagi, "The state-of-the-art of power electronics in Japan", *IEEE Trans. On Power Electronics*, Vol. 13, No. 2, March 1998.
- [25] L. A. Morán, L. Fernández, J. W. Dixon, R. Wallace "A simple and low-cost control strategy for active power filters connected in cascade", *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, Vol. 44, No. 5, October 1997.
- [26] J. M. Carrasco, M. Perales, E. Galván, L. G. Franquelo, "Acondicionador activo de potencia paralelo basado en un control mediante DSP", *SAAEI'99*, Madrid, Septiembre 1999.
- [27] A. Chandra, B. Singh, B. N. Singh, K. Al-Haddad, "An improved control algorithm of shunt active filter for voltage regulation, harmonic elimination, power-factor correction, and balancing of nonlinear loads", *IEEE Trans. On Power Electronics*, Vol. 15, No. 3, May 2000.
- [28] F. Z. Peng, H. Akagi, A. Nabae. "A Novel Harmonic Power Filter", *PESC'88 Record* (Abril 1988).
- [29] H. Fujita, H. Akagi. "A Practical Approach to Harmonic Compensation in Power Systems –Series Connections of Passive and Active Filters–", *IEEE/IAS Ann. Meet. Conf. Rec.*, pp. 1107-1112, 1990.
- [30] A. Campos, G. Joos, P. Ziogas, J. Lindsay. "Analysis and Design of a Series Voltage Compensator for Three-Phase Unbalanced Sources", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 39, No. 2, Abril 1992.
- [31] H. Akagi, H. Fujita. "A New Power Line Conditioner for Harmonic Compensation in Power Systems", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 10, No. 3, Julio 1995.
- [32] T. Tanaka, K. Wada, H. Akagi, "A Control Scheme for Suppressing Voltage Oscillation on the AC Side of a Series Active Filter", *Proc. of the 7th ICHQP*. 16-18 Octubre 1996, Las Vegas, NV, USA.
- [33] M. Aredes, E. H. Watanabe. "New Control Algorithms for Series and Shunt Three-Phase Four-Wire Active Power Filters", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 10, No. 3, Julio 1995
- [34] F. Z. Peng, J. S. Lai. "Application Considerations and Compensation Characteristics of Shunt Active and Series Active Filters in Powers Systems", *Proc. of the 7th ICHQP*. 16-18 Octubre 1996. Las Vegas, NV, USA.
- [35] J. W. Dixon, G. Venegas, L. A. Morán. "A Series Active Power Filter Based on a Sinusoidal Current-Controlled Voltage-Source Inverter", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 44, No. 5, Octubre 1997.
- [36] J. W. Dixon, G. Venegas, L. A. Morán, "A series active power filter based on a sinusoidal current-controlled voltage-source inverter", *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, Vol. 44, No. 5, October 1997.
- [37] Q. Wang, W. Yao, J. Liu, Z. Wang, "Voltage type harmonic source and series active power filter adopting new control approach", *IECON'99, 25th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, Proc. Vol. 2, pp 843-848, 1999.
- [38] L. Morán, I. Pastorini, J. Dixon, R. Wallace, "Series active power filter compensates current harmonics and voltage unbalance simultaneously", *IEE Proc. Gener. Transm. Distrib.*, Vol. 147, No. 1, January 2000.
- [39] H. Fujita, H. Akagi. "The Unified Power Quality Conditioner: The Integration of Series and Shunt-Active Filters", *IEEE Transactions on Power Electronics*, Vol. 13, No. 2, Marzo 1998.
- [40] M. Aredes, K. Heumann, E.H. Watanabe. "An Universal Active Power Line Conditioner", *IEEE Trans. On Power Delivery*, Vol. 13, No. 2, April 1998.
- [41] F. Kamran, T. G. Habetler "Combined Deadbeat Control of a Series-Parallel Converter Combination Used as a Universal Power Filter", *IEEE Trans. Power Electronics*, Vol. 13, No 1, January 1998.

- [42] H. Fujita, Y. Watanabe, H. Akagi "Control and Analysis of a Unified Power Flow Controller", IEEE Trans. Power Electronics, Vol. 14, No 6, November 1999.
- [43] H. Fujita, T. Yamasaki, H. Akagi, "A hybrid active filter for damping of harmonic resonance in industrial power systems", IEEE Trans. on Power Electronics, Vol 15, No. 2 March 2000.
- [44] H. Fujita, H. Akagi, "An approach to harmonic current-free AC/DC power conversion for large industrial loads: the integration of a series active filter with a double-series diode rectifier", IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 33, No. 5, Sept/Oct 1997.
- [45] H. Fujita, Y. Watanabe, H. Akagi, "Control and analysis of a unified power flow controller", IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. 14 No. 6, Nov. 1999.
- [46] J. Prieto, P. Salmerón, "Combinación de filtros activos serie-paralelo para la compensación de cargas trifásicas", X Reunión de GIIE, Santander, Actas, CD Rom, Marzo 2000.
- [47] Y. Chen, B. Mwinyiwiwa, Z. Wolanski, B. Ooi, "Unified power flow controller (UPFC) based on chopper stabilized diode-clamped multilevel converters", IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. 15, No. 2, March 2000.
- [48] J. Prieto, P. Salmerón, "Control Design of an Active Conditioner for Three-phase Load Compensation", PCIM 2000, 6<sup>th</sup> Power Quality Conference, Vol. 1, Nuremberg, Junio 2000.
- [49] J. Prieto, P. Salmerón, "Compensación de una Carga Trifásica mediante el uso de un Acondicionador Activo de Potencia", 7as Jornadas Hispano-Lusas de Ingeniería Eléctrica, Madrid, Julio 2001.
- [50] J. Prieto, P. Salmerón, J. R. Vázquez, "Control implementation of a three-phase load compensation active conditioner", EPE 2001, 9<sup>th</sup> European Conference on Power Electronics and Applications, Graz, Austria 2001.



## COMPENSACIÓN ACTIVA DE ARMÓNICOS

*Ángel Alberto Pérez Miguel*

Director Técnico, Responsable de Formación y Calidad. MGE UPS Systems España, S. A.

*En general, las instalaciones eléctricas fueron diseñadas, en la mayoría de los casos, mucho tiempo antes de que se conociese la intensidad y amplitud de la demanda. Por lo que se refiere a las inspecciones periódicas reglamentarias, teóricamente, deberían garantizar que tanto la seguridad como la eficacia operativa se actualizasen de tal forma que fueran por delante de la demanda de uso.*

*Sin embargo, no es así, ya que los actuales reglamentos en vigor son menos restrictivos que lo que recomendarían la mayoría de los diseñadores e instaladores de sistemas eléctricos.*

*Por todo ello los armónicos han llegado a sorprendernos y a manifestarse ante la sorpresa de los usuarios y responsables de mantenimiento causando problemas de diversa índole, disfunciones en algunas aplicaciones, paradas de procesos, pérdidas de información destrucción de la fuente (transformador de acometida), etc.*

*Para resolver esta problemática se dispone de diversas herramientas, las cuales podemos clasificar en soluciones electrotécnicas y compensación activa.*

*La compensación activa se está imponiendo y destacando, como la solución rápida, eficaz y contundente ante la problemática actual y futura de los armónicos en las instalaciones, adaptándose a cualquier tipo de carga sea cual sea su espectro armónico, pudiendo configurar aplicaciones especiales o particulares.*

### EFECTO DE LOS ARMÓNICOS

Los armónicos en las instalaciones eléctricas, han comenzado a tener su importancia en la década de los 90, donde la proporción del consumo electrónico se ha ido incrementando hasta ser comparable al consumo de los clásicos equipos eléctricos. Normalmente los usuarios manifiestan sus quejas a las compañías eléctricas sobre la calidad del suministro, y sin embargo en la mayoría de las ocasiones los equipos que el usuario tiene conectados en su instalación, son el origen y la causa de la mala calidad de la alimentación. Equipos como ordenadores, balastos electrónicos, variadores de velocidad, rectificadores o fuentes de alimentación, son equipos que basan su funcionamiento en componentes de electrónica de potencia tales como diodos, tiristores, transistores, triacs y díacs. Estos componentes son los causantes, en general, de las perturbaciones eléctricas, y en particular de los armónicos.

Estos equipos hacen que nuestro trabajo se simplifique, que la calidad y cantidad de la producción aumenten, o que la duración de los elementos de iluminación se alargue. Pero además, y a medida que la proporción de consumo de este tipo de cargas ha ido en aumento, también ha crecido el nivel de los armónicos y sus efectos perjudiciales.

La razón por la cual se produce esta nueva situación, se debe al elevadísimo crecimiento que ha experimentado durante los últimos años la electrónica y su difusión por todos los ámbitos de la sociedad: industrial, servicios y doméstico.

Todos los equipos electrónicos se comportan como cargas fuertemente no lineales, generando una gran contaminación armónica en la red. Se calcula que en el año 2000 el 60% de la energía producida, ha sido consumida por cargas electrónicas.

En la actualidad los instaladores eléctricos se enfrentan a nuevos misterios, los nuevos retos que con el desbordamiento de las cargas no lineales, acarrear importantes y en ocasiones difíciles problemas a resolver.

Las corrientes de fase están perfectamente equilibradas, pero la corriente de neutro es más elevada que la de fase; los transformadores de potencia se calientan excesivamente con cargas inferiores a la nominal; las baterías de condensadores para compensar la energía reactiva, no se pueden instalar, pues un excesivo calentamiento destruye los condensadores. La explicación que reciben estos fenómenos es siempre la misma, "armónicos".

El calentamiento es uno de los efectos más importantes de los armónicos. Se puede producir en los devanados de los transformadores, motores, protecciones, conductores en general y especialmente en el hilo de neutro.

Debido al efecto piel, a medida que la frecuencia de la tensión o corriente aumenta, esta tiende a circular por el exterior del conductor desaprovechando parte de la sección, lo que se traduce en un aumento de la resistencia del cable. Este incremento de la impedancia, unido a la tendencia de la corriente a circular por el exterior, provoca un aumento de la temperatura del conductor, con el consiguiente peligro de dañar el aislamiento del mismo y llegar, en ciertos casos, a generar un foco de incendio, en especial si el cable no está protegido contra el fuego. Además en el caso de los motores, este calentamiento y deterioro del aislamiento puede provocar cortocircuitos en los devanados con el consiguiente riesgo para la vida de este, y para la instalación.

### 1. Armónico tercero

En un sistema trifásico los armónicos de orden 3 están en fase (pulsan a un tiempo), o dicho de otra manera, son homopolares. Por lo tanto, si el sistema está equilibrado, por el neutro retorna una corriente igual a tres veces las corrientes triplen de las fases (primera ley de Kirchhoff aplicada al neutro). Por el contrario, las ondas fundamentales se anulan en su retorno por el neutro.

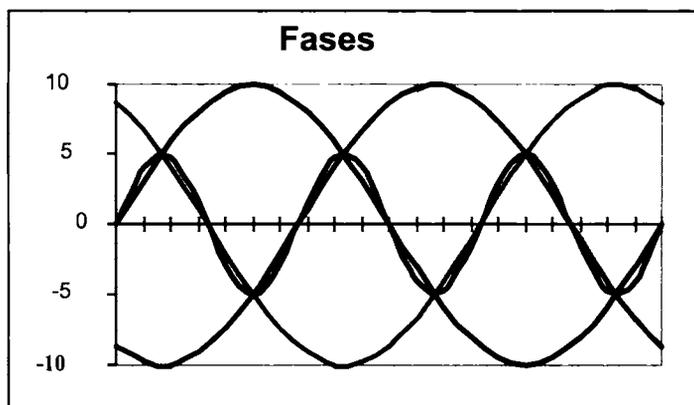


Figura 1. Armónico tercero.

La circulación de corrientes importantes por el neutro debidas al armónico tercero y los múltiplos de tres (armónicos triplen), generan un desprendimiento de calor significativo debido al efecto joule. Las altas frecuencias, tienen la tendencia de hacer circular mayor intensidad por el exterior del cable que por el núcleo. A menudo, esto se suma a que la corriente eficaz que circula por este particular conductor, no es acorde a los amperios eficaces que permite su sección. En muchas ocasiones la sección del neutro no es la adecuada y es un defecto que a menudo se manifiesta, llegando a causar problemas muy serios, hasta el extremo de que puede llegar a interrumpirse o cortocircuitarse con un conductor de fase por la presencia de una temperatura muy elevada en un punto imprevisto de la instalación, o generar un "punto caliente" que puede ser causa de un incendio.

## 2. Interruptores automáticos

Las señales con armónicos pueden tener un valor de corriente eficaz RMS muy pequeño y sin embargo alcanzar un valor de pico muy grande. Este hecho hace que equipos de protección, interruptores automáticos y diferenciales disparen.

Para producirse el disparo por la protección térmica, los interruptores automáticos, disponen de una lámina bimetálica o bilámina, cuya misión es la de soportar una temperatura en función de la intensidad que circule con una carga lineal. Al llegar a un determinado umbral de temperatura, equivalente al de la intensidad nominal del elemento de protección, si este ha sido superada, la bilámina vence un punto de equilibrio mecánico a una determinada curvatura y hace que se comporte como un muelle, libera esa energía mecánica sobre el disparador, produciéndose de esta manera la percusión del interruptor automático y la apertura del circuito, despejando la anomalía.

Cuando las corrientes armónicas de elevada frecuencia que circulan a través de esta bilámina, se produce un aumento de su resistencia óhmica, debido al efecto pelicular, lo que ocasiona un calentamiento adicional debido al efecto Joule, que hace disparar el interruptor a intensidades inferiores a la nominal.

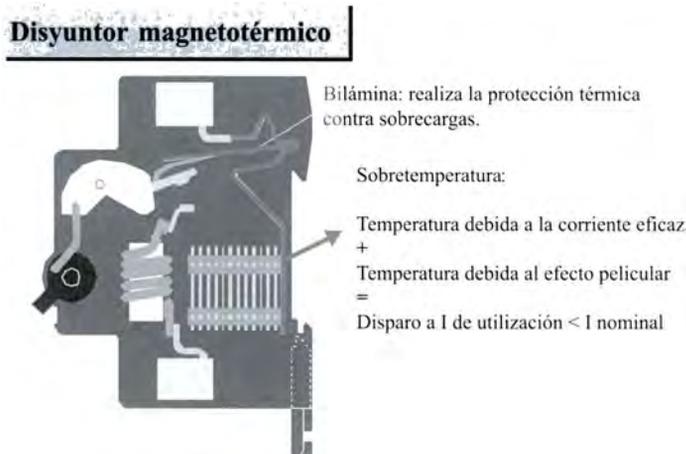


Figura 2. Interruptor automático.

La temperatura que alcanza en ese momento la bilámina, es superior a la que tendría que soportar, si fuera atravesada por los mismos amperios pero sin componente armónica alguna.

Esto se traduce en que este equipo de protección, va a disparar cuando circule por una intensidad inferior a la nominal, ya que el umbral de temperatura de disparo de la bilámina del interruptor automático ha sido alcanzado, con una circulación de amperios inferior.

En resumidas cuentas, los interruptores automáticos también se ven afectados por el efecto de los armónicos, produciéndose un proceso que podríamos calificar de desclasificación o descalibración circunstancial.

## 3. Diferenciales

Se pueden producir disparos en el propio circuito, debido a los armónicos que circulan por esa parte de la instalación y como consecuencia de ello, aparece la intervención de una corriente adicional ( $I_s'$ ) en el secundario del transformador toroidal del propio diferencial, parte del circuito de la que depende directamente el mecanismo de disparo.

Con la intervención de esa corriente adicional podemos decir que los equipos sufren una modificación en su forma de actuar, haciendo que estos dispositivos den la impresión de que estuvieran mal calibrados.

Realmente se produce un fenómeno de descalibración de los equipos diferenciales, precisamente como consecuencia de la circulación de las frecuencias elevadas diferentes, múltiplos de los 50Hz.

También se pueden producir disparos por simpatía en otros circuitos o diferentes cuadros de distribución.

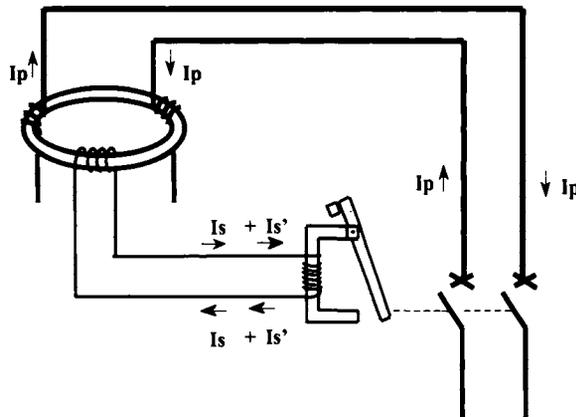


Figura 3. Efecto de la alta frecuencia.

El uso cada vez mayor de equipos electrónicos, su implantación en todos los procesos de gestión y de producción, que a su vez es irreversible, han propiciado que los dispositivos de protección diferencial, hayan tenido que evolucionar para poder proteger con eficacia las cargas electrónicas.

Algunos receptores, tales como balastos electrónicos, dimers, variadores de velocidad, arrancadores y otros tipos de receptores, pueden perturbar las líneas eléctricas introduciendo en ellas o derivando hacia tierra corrientes de altas frecuencias, que aunque por sí solas no representan ningún peligro de electrocución para las personas, pueden producir el bloqueo o cegado del diferencial, impidiendo que éste actúe en presencia de otros defectos, que sí son peligrosos.

Para este tipo de cargas, se han creado los diferenciales superinmunizados, "SI", que incrementan notablemente la seguridad y permiten mejorar, además, la continuidad del servicio.

Su principal característica es el filtrado de las altas frecuencias, unido a un circuito de recuperación y verificación de la orden de disparo.

En los dispositivos diferenciales superinmunizados, un circuito acumula la energía del transitorio, lo que le permite discriminar si se trata de un defecto diferencial real, produciéndose el disparo, o si se trata de un transitorio evitando los disparos intempestivos.

La evolución de los materiales necesarios para la fabricación de diferenciales, es en definitiva, la evolución hacia materiales más energéticos, fundamentales para poder mantener un óptimo nivel de protección de las instalaciones eléctricas, que están experimentando un gran incremento de su complejidad.

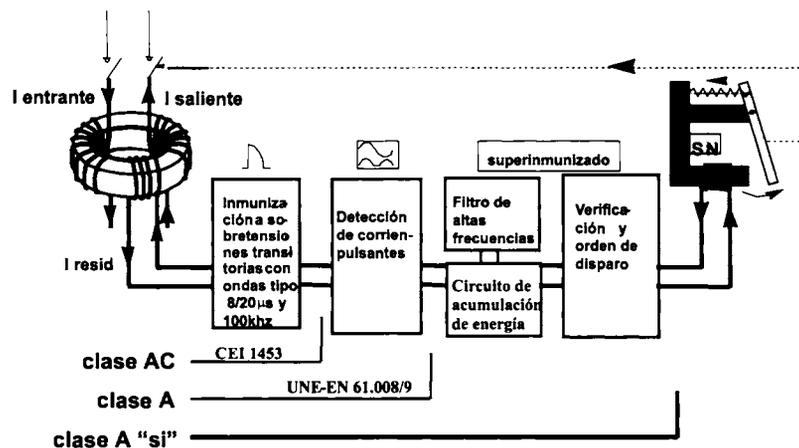


Figura 4. Tecnología "si".

Los sistemas de filtrado electrónico para el tratamiento de la señal eléctrica, que proporciona el secundario del transformador toroidal, es la parte que más ha evolucionado en la nueva gama de los dispositivos diferenciales superinmunizados.

Estos equipos incorporan un bloque de superinmunización que aporta claras mejoras sobre los diferenciales de clase A y los estándar, que les permiten superar sin disparo la gran mayoría de las sobretensiones transitorias provocadas por descargas atmosféricas, gracias a los circuitos de acumulación de energía. Este circuito, también permite evitar el tipo de disparo intempestivo más habitual: “el disparo por simpatía”, que es debido a las sobretensiones transitorias provocadas por maniobras en la red. Por lo tanto, la influencia de las altas frecuencias, que podían producir dos problemas, disparo intempestivo o riesgo de no disparo, quedan resueltos con este nuevo diferencial.

El incremento de los equipos electrónicos ha sido un fenómeno característico de los últimos años, pues desde aplicaciones de pequeña potencia, como alumbrado con balastos electrónicos y ordenadores personales, hasta aplicaciones de gran potencia como sistemas de alimentación ininterrumpida y los grandes rectificadores de corriente continua usados en la tracción eléctrica, han supuesto una gran diversificación de los equipos diseñados para las necesidades actuales.

#### 4. Baterías de condensadores

Las baterías de condensadores, utilizadas para la compensación de la energía reactiva, su impedancia disminuye de manera importante como consecuencia de la presencia de armónicos en la instalación, ya que éstos circulan por el lugar donde menor resistencia les ofrece y acaban atravesando las baterías de condensadores, pudiendo llegar a destruirlas.

La circulación de corrientes armónicas en las instalaciones, provoca un incremento de la impedancia de las líneas, sin embargo en los condensadores produce un efecto contrario, reduce tanto su impedancia que se convierte en el lugar más débil de la instalación, así que en ocasiones tienen que soportar corrientes muy elevadas que producen calentamiento excesivo, envejecimiento prematuro y todo esto puede llegar a destruirlos.

Las baterías de condensadores no generan los armónicos, pero la presencia de condensadores puede amplificar los armónicos generados por las cargas. A este fenómeno se le da el nombre de resonancia. Si añadimos una capacidad a un circuito inductivo, obtenemos un circuito resonante, así que las frecuencias comprendidas dentro de la campana de resonancia serán amplificadas.

Para evitar esta problemática, se ha de realizar una medición en la instalación para tener información sobre los armónicos existentes. También se ha de calcular la o las frecuencias con las que posiblemente pudieran entrar en resonancia los condensadores de la instalación.

Para evitar un fenómeno de amplificación del efecto de los armónicos, se pueden utilizar dos métodos, uno está basado en el desplazamiento de la campana de resonancia hacia una frecuencia que no tenga repercusiones negativas en la instalación, utilizando filtros pasivos y el otro método consiste en la instalación de un compensador activo de armónicos, que elimine al menos el rango de los armónicos con los que hay riesgo de resonancia, y de esta manera la batería dejará de resonar. Se protege a la instalación en un futuro contra un posible cambio de la frecuencia de resonancia, ya que el compensador puede evitarlo, si se le configura una compensación armónica total que va desde el armónico 2 hasta el 25.

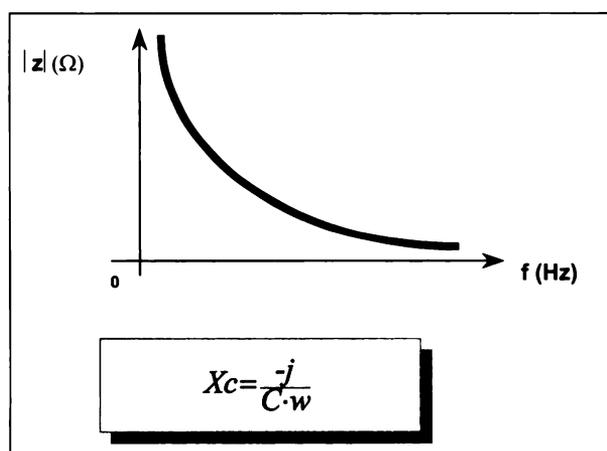


Figura 5. Impedancia de los condensadores en función de la frecuencia.

## COMPENSADOR ACTIVO DE ARMÓNICOS

El incremento de los equipos electrónicos ha sido un fenómeno característico de los últimos años, pues desde sus aplicaciones en la pequeña potencia, como alumbrado con balastos electrónicos y ordenadores personales, hasta aplicaciones de gran potencia como los variadores de velocidad, sistemas de alimentación ininterrumpida y los grandes rectificadores de corriente continua usados en la tracción eléctrica, han supuesto una gran diversificación de los equipos diseñados para las necesidades actuales.

Estos equipos presentan como una de sus características fundamentales la generación de unas denominadas corrientes armónicas que introducen en las redes de alimentación unas deformaciones que deterioran la calidad de la energía. Al mismo tiempo, las empresas han incrementado su dependencia de unos equipos electrónicos, que cada vez son más vulnerables a las alimentaciones de baja calidad, causadas en buena parte por la presencia de armónicos en la red de distribución eléctrica.

Para contribuir a solucionar de una forma contundente y definitiva los problemas generados por los armónicos, salieron al mercado de la mano de MGE UPS SYSTEMS en el año 1.996 unos equipos estáticos denominados compensadores activos de armónicos.

El concepto de compensador activo de armónicos, también llamado filtro activo, está basado en un desarrollo ya concebido hace mucho tiempo, pero la ausencia de una tecnología adecuada y de altas prestaciones a un precio competitivo, ha frenado su desarrollo durante años.

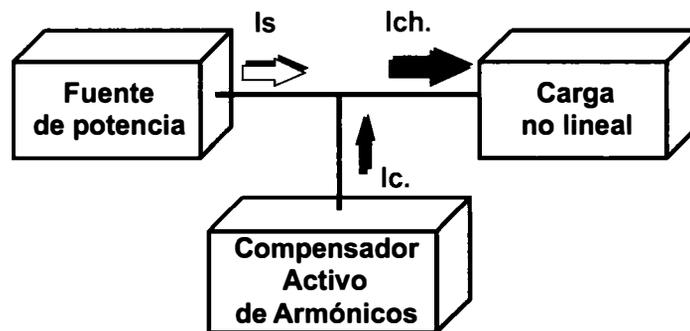


Figura 6. Compensador activo de armónicos SineWave.

El compensador activo de armónicos, esquematizado en la figura, analiza cada una de las fases de manera permanente, teniendo en cuenta la forma de la corriente de carga ( $I_{ch}$ ). De este análisis se extrae el espectro armónico, que está constituido por la suma de la intensidad fundamental y la de todos y cada uno de los armónicos. El compensador genera una señal de corriente que es igual a la diferencia entre la corriente de carga y la intensidad fundamental. Esta diferencia que es la suma de las corrientes armónicas desfasada  $180^\circ$ , se inyecta a la carga de tal manera que la resultante será una corriente senoidal igual a la intensidad fundamental de la fuente.

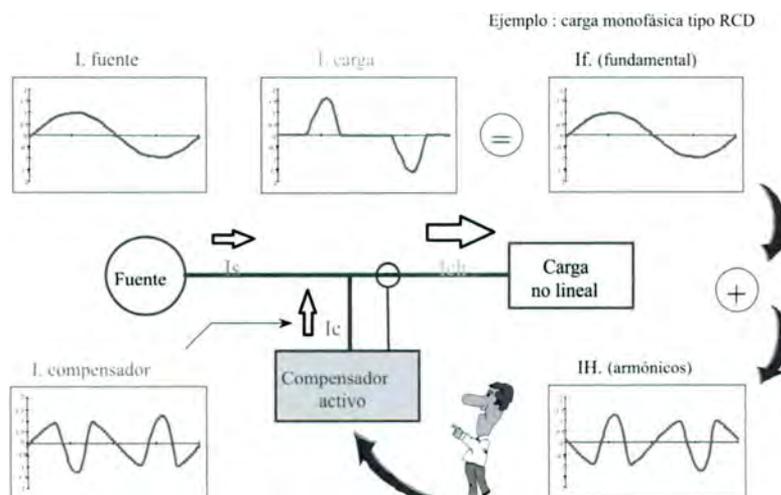
El compensador se intercala en paralelo entre la fuente y la carga, teniendo que dimensionarse exclusivamente para las corrientes armónicas y no para la corriente total.

Por tanto, el funcionamiento del compensador activo está basado en el principio de reinyección de corriente para lo que dispone de un sistema de control digital DSP.

Este método permite realizar un muestreo de los armónicos presentes en cada momento en la red y los corrige de forma prácticamente instantánea, pudiendo distinguir y tratar con independencia, los armónicos correspondientes a cada una de las fases en una instalación trifásica, controlando y reduciendo también de manera muy eficaz, los armónicos que circulan por el neutro.

Para asegurar una alta fiabilidad y obtener un buen rendimiento del sistema, se utilizan transistores IGBT en la etapa de potencia.

El compensador activo de armónicos analiza cada una de las fases de manera permanente teniendo en cuenta la forma de corriente de la carga ( $I$  carga), extrayendo de ella el espectro armónico, generando una señal igual a la forma de corriente de la carga sin tener en cuenta la componente fundamental, y ciñéndose únicamente a los armónicos presentes en la instalación ( $I_H$  armónicos).



**Figura 7.** Descripción del funcionamiento.

El principio de la compensación activa, consiste en utilizar la electrónica de potencia para poder generar las componentes armónicas que anulen a las de las cargas no lineales, reinyectando esta corriente en sentido contrario a través de su propio puerto de alimentación ( $I_{\text{compensador}}$ ), consiguiendo así anular en el punto de inserción los armónicos que provienen de la carga.

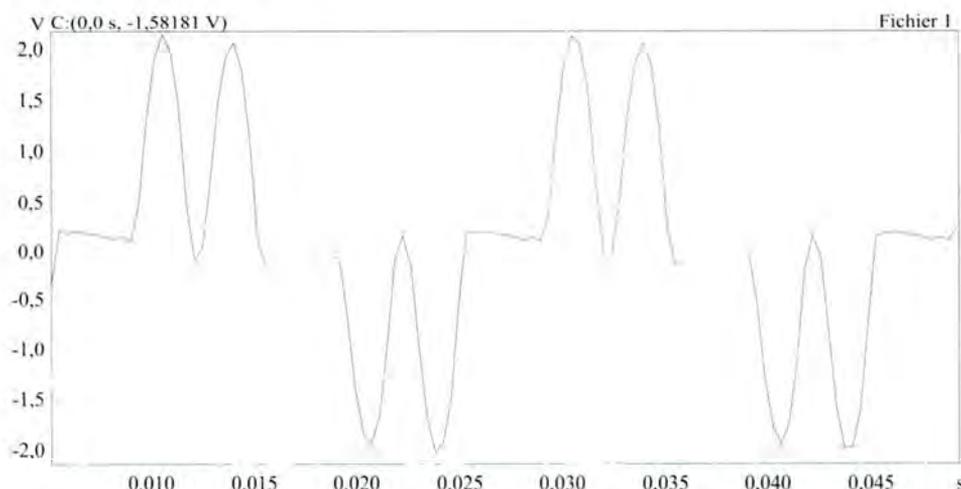
De esta forma los armónicos no circulan hacia la fuente ( $I_{\text{fuente}}$ ) por lo que no la afectan, ni perturban al resto de equipos y usuarios situados aguas arriba.

Al evitar que circulen armónicos aguas arriba, se contribuye a la optimización de la impedancia de la instalación y a su vez se mejora la calidad de la tensión, bajando la tasa de distorsión global de tensión y como consecuencia el transformador estará menos desclasificado.

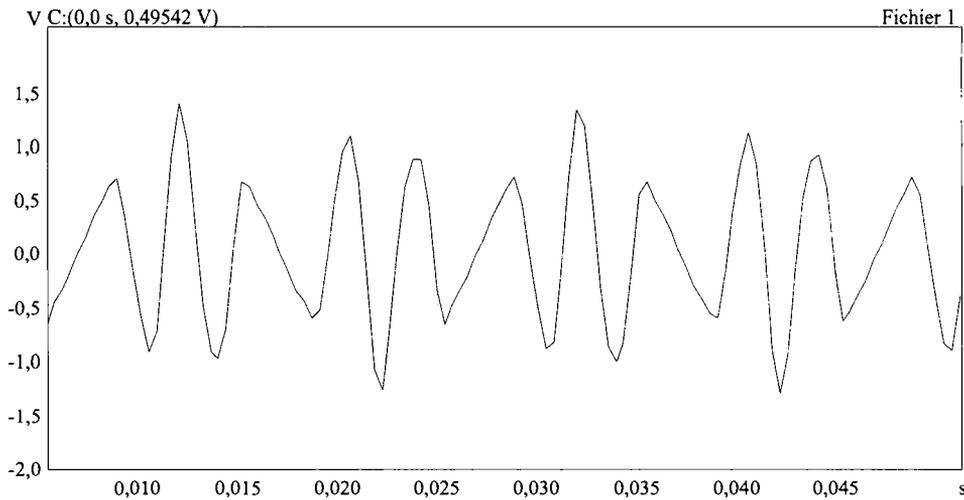
### 1. Principio de funcionamiento

Existen diferentes topologías, pero se ha elegido la compensación paralela llamada también compensación “shunt”, que se conecta en paralelo con la red y se dimensiona únicamente para la potencia armónica (o la corriente armónica) absorbida por las cargas no lineales.

Las cargas tienen su forma típica de consumir, por lo que analizando sus gráficas de corriente, podemos determinar que carga es la que estamos observando, así como pueden ser definidas las formas de consumo características de determinados equipos.



**Figura 8.** Corriente de la carga (Puente Graetz).  $Carga\ real\ I_{eff}=82\ A.$ ,  $THDI=41\%$ .



**Figura 9.** Corriente inyectada por un compensador de 30 A.

El compensador activo se conecta en paralelo con la red, y reinyecta en permanencia las corrientes que corresponden en todo momento a las componentes armónicas absorbidas por la carga.

En el siguiente gráfico se muestra la forma de la onda distorsionada correspondiente a un rectificador trifásico y su forma característica de consumo.

La totalidad del espectro de los armónicos comprendidos entre el armónico 2 y el 25 (de H2 al H25) serán cubiertos por el compensador activo de armónicos.

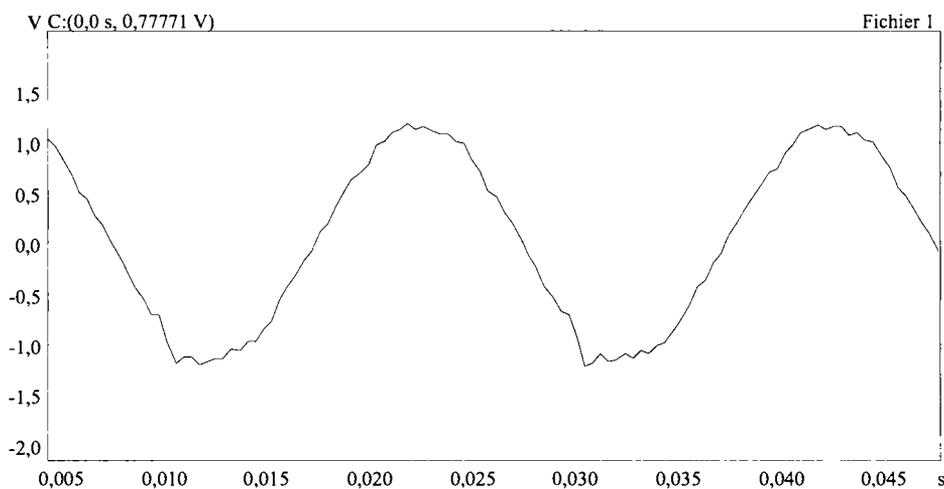
De esta manera, la corriente suministrada por la fuente de suministro será senoidal.

La fuente alimenta entonces a la carga, únicamente con la componente fundamental de corriente.

Una vez compensados los armónicos, la fuente de energía, normalmente suministra la corriente fundamental, y el compensador activo de armónicos, suministra la componente formada por las corrientes armónicas demandadas por la carga.

Si las corrientes armónicas absorbidas por la carga superan la capacidad nominal del compensador activo de armónicos, éste último limita automáticamente su corriente de salida a su valor nominal.

Para mejor comprensión, también se puede ver el principio de funcionamiento desde otra perspectiva analizando la figura anterior.



**Figura 10.** Corriente del puente Graetz una vez compensado. *Corriente compensada I<sub>eff</sub>: 75 A., THDI = 3'6 %.*

En el triángulo de potencias tenemos representada la potencia aparente de la carga  $S'$ , compuesta por la potencia aparente de la fundamental (sin armónico)  $S$  y su potencia de deformación  $D$  por lo tanto  $S' = S + D$ .

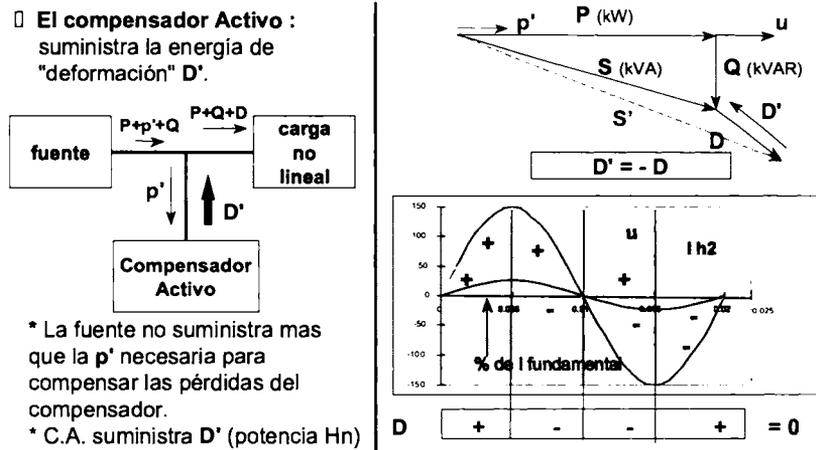


Figura 11. Principio de funcionamiento.

Observando esta figura, podemos apreciar que el compensador necesita una energía para su funcionamiento  $p'$  y él aporta una potencia armónica de compensación  $D'$  que se opone a la potencia de deformación de la carga a compensar ( $D' = -D$ ).

Si el compensador aporta una potencia armónica  $D'$  que anula a la potencia armónica de la carga  $D$ , resulta que la carga a partir de este momento y en permanencia, solamente consumirá aguas arriba la potencia fundamental  $S$ .

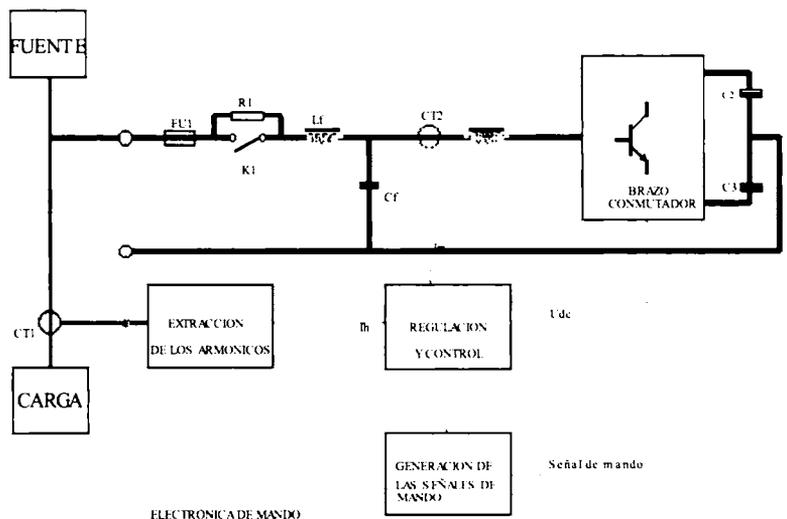


Figura 12. Esquema unifilar de un compensador activo.

El compensador activo de armónicos si le sobra energía, permite corregir parte o toda la reactiva generada por la carga que se está compensando, por lo que, si además de eliminar los armónicos, se puede compensar la reactiva  $Q$  habremos conseguido que la potencia activa sea igual que la aparente y habremos llevado a uno el  $\cos \phi$ , luego  $P = S$  y esto sólo es posible cuando se ha conseguido que una carga no lineal se comporte como una carga lineal, o sea cuando no contiene armónicos.

## 2. Descripción detallada

El compensador activo consta de unos fusibles ultra-rápidos FU1 de entrada, un dispositivo de precarga de los condensadores químicos R1 y K1, un filtro encargado de que la frecuencia de conmutación del sistema  $L_f$

y Cf, no sea reinyectada hacia la fuente, unos captadores de corriente del compensador CT2, que controlan la corriente reinyectada por el compensador, unos toroidales para medir la corriente absorbida por la carga CT1, una electrónica para la extracción de los armónicos de la carga, otra de mando y control y la generadora de las señales de mando que recibe el brazo mutador o electrónica de potencia que utiliza transistores IGBT.

A través de los tres toroidales CT1 (uno por fase), la electrónica hace una extracción de los armónicos presentes en cada una de las fases. Esta información se envía a la electrónica de regulación y control, que también toma como referencia y control a través de los toroidales CT2, la corriente reinyectada por el propio compensador, que a partir de esta información, elabora un tren de impulsos, que entregará a la electrónica que se ocupa de generar las señales de mando de los transistores IGBT.

Estos a su vez, serán los encargados de fabricar una corriente armónica de la misma magnitud pero de sentido inverso a la generada por la carga deformante y se reinyectará en el punto de inserción de la acometida del propio compensador, así que de éste punto hacia la carga quedarán confinados los armónicos y desde este punto hacia la fuente, solamente circulará la corriente fundamental (sin armónicos).

### 3. Prestaciones generales y características a considerar en un compensador activo

Parámetros de entrada.

Tensión: 400 V , - 20 % + 15 %

Fases: Trifásico con o sin neutro. Funcionamiento con Cargas monofásicas desequilibradas y trifásicas

Frecuencia: 50 Hz o 60 Hz , +/- 5 % con auto-configuración

Compensación armónicos.

Rangos compensados: H 2 a H 25

Tipo de compensación: Armónicos -  $\cos \varphi$  - mixto ( $H_n + \cos \varphi$ )

Modo de compensación ( $H_n$ ): Global o selectivo (elección de los rangos)

Tasa de atenuación: >10 a plena carga (THDI)

Mejora del  $\cos \varphi$ : Posible hasta 1

Régimen dinámico:

Tiempo de respuesta: < A 20 ms con método global de tratamiento de corriente.

La gama de compensadores activos de armónicos que hoy en día están presentes en el mercado, van desde 20 a 120 A. armónicos en equipos unitarios y con la posibilidad de poder poner hasta cuatro equipos en paralelo.

Se debe resaltar el cumplimiento con las normas más restrictivas de construcción, seguridad y compatibilidad electromagnética.

### 4. Reducción de la corriente eficaz

Si se tiene en cuenta que la intensidad consumida por la carga es igual a la corriente fundamental menos la corriente armónica:

$$I_{\text{eff.carga}} = I_{\text{fundamental}} + I_{\text{armónica}}$$

Al eliminar los armónicos, la corriente eficaz demandada a la fuente por la carga será igual a la I fundamental, por lo tanto se habrá producido una reducción de la corriente consumida equivalente a la I armónica.

Se puede calcular cual sería la reducción de la intensidad eficaz en nuestra instalación, si se conoce la tasa de distorsión global de corriente THDI

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{1 + THDI^2}}$$

|   | SW 20  | SW 30    | SW 45    | SW 60    | SW 90    | SW 120   |
|---|--|----------|----------|----------|----------|----------|
| Capacidad de compensación<br>- en A. eff. / fase                | 20 A   | 30 A     | 45 A     | 60 A     | 90 A     | 120 A    |
| - en A eff. Neutro (x3)   | 60 A   | 90 A     | 135 A    | 180 A    | 270 A    | 360 A    |
| Calibre de las protecciones                                     |  |          |          |          |          |          |
| Perdidas a evacuar  | 900 W  | 1300 W   | 1800 W   | 2400 W   | 3600 W   | 4800 W   |
| Ruido acústico  | < 55 dBA   | < 55 dBA | < 60 dBA | < 60 dBA | < 65 dBA | < 65 dBA |
| Temperatura de funcionamiento                                   | < 25° recomendada , de 0° a 40° permanente   |          |          |          |          |          |
| Humedad relativa y Altitud de funcionamiento                    | 0 a 95 % sin condensación<br>< 1000 m  |          |          |          |          |          |
| Normas (qq. referencias)<br>- construcción y seguridad<br>- CEM | EN 50091-1 (concepción CEI 146 - protección IP 305 : CEI 529)<br>emisión conducida y radiada EN 55011 clase A<br>inmunidad a las descargas electro - estáticas CEI 801-2 y CEI 1000-4-2 niv. 4<br>inmunidad a los campos radiados CEI 801-3 y CEI 1000-4-3 nivel 3<br>inmunidad a las ondas de choque CEI 801-4 y CEI 1000-4-4 nivel 4 |          |          |          |          |          |

Figura 13. Características y normas que cumple el Sinewave.

Ejemplo para una THDI = 50%:

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{1 + 0,5^2}} = 0,89 \quad \text{teniendo una reducción de 11 \% de la corriente eficaz}$$

Dependiendo de la tasa de distorsión de corriente, se podrán reducir más o menos amperios eficaces, pudiendo llegar a reducciones del orden del 30%.

## 5. Calidad de tensión y ahorro de energía

En términos de calidad de la onda de tensión y basándonos en una norma norteamericana (IEEE-519-1992) “práctica recomendada”, podemos decir que existe un umbral de tasa de distorsión de tensión (THDU situado en el 5%) el cual no se debe de superar y en el que los armónicos individuales no deben de superar el 3%.

Esto está especificado para los equipos electrónicos y su sensibilidad a la distorsión de la onda de alimentación, indicando las consecuencias de una distorsión excesiva, tales como averías irregulares, fallos prematuros y envejecimiento acelerado, contraponiéndose a las perspectivas de vida media, que estiman los propios fabricantes de los equipos, ya que han tomado como base para éste cálculo una alimentación de buena calidad.

La corrección de la distorsión armónica permite reducir hasta un 30% la potencia aparente de la instalación, teniendo en cuenta que cuanto mayor sea la tasa de distorsión armónica global que haya que depurar, mayor será el éxito del compensador activo de armónicos.

La potencia sobrante no utilizada para reducir los armónicos, puede dedicarse a mejorar el  $\cos \phi$  disminuyendo así la potencia reactiva consumida por la instalación.

El compensador activo presenta además las siguientes ventajas: Reducidas dimensiones y pesos. <Por ejemplo, un compensador de armónicos de 60 A, se ubica en una envolvente de 590 x 780 x 325 mm y 110 kg de peso, pudiendo ser suspendido de una pared o montado dentro de un armario eléctrico.



**Figura 14.** Aspecto de un compensador activo de armónicos.

Limitación de corriente sin riesgo de sobrecarga. Al llegar a su plena capacidad, de forma automática limita su compensación por lo que nunca podrá ser sobrecargado, dejando pasar a los armónicos que superen su capacidad y eliminando el resto.

Antiresonancia. El compensador activo de armónicos también está preparado para detectar de forma automática, si el equipo pudiera llegar a afectar a una posible frecuencia de resonancia. En este caso, advertiría que se produce un incremento en lugar de una reducción ante un armónico en particular y ensaya a no compensar esa frecuencia si el resultado se confirma dejaría de manera definitiva de corregir aquella frecuencia.

Esta técnica permite apostar decididamente por el compensador activo, como la solución a los problemas de los armónicos actuales y futuros de cualquier instalación.

## **6. Puntos de inserción y elección del compensador activo**

Para elegir el compensador adecuado y el punto de inserción, se debe realizar un estudio de la instalación, analizando los armónicos en diferentes puntos donde se pueda concentrar un determinado nivel de los mismos, para así poder determinar el lugar más adecuado para insertar el compensador o compensadores activos de armónicos necesarios y así poder obtener los beneficios previstos.

Se pueden elegir diferentes puntos en función de las necesidades, siendo lo más eficaz la eliminación de los armónicos en el punto más próximo al lugar donde se generan, para que su recorrido por la instalación sea mínimo y no lleguen a afectar a otras cargas ni a la fuente.

Se pueden realizar compensaciones locales, próximas a las cargas deformantes, compensaciones parciales en cuadros intermedios cuando la suma de las diferentes cargas aconseje hacer la compensación en ese punto y también se pueden hacer compensaciones globales, las cuales permitirán mejorar las condiciones de la fuente.

Si a un transformador que estaba desclasificado, se eliminan los armónicos que le están provocando esta situación, se le pueden seguir conectando más cargas cuando antes era imposible, lo mismo se puede hacer con un Sistema de Alimentación Ininterrumpida, al que se le puede sacar más partido mejorando las condiciones de la carga.

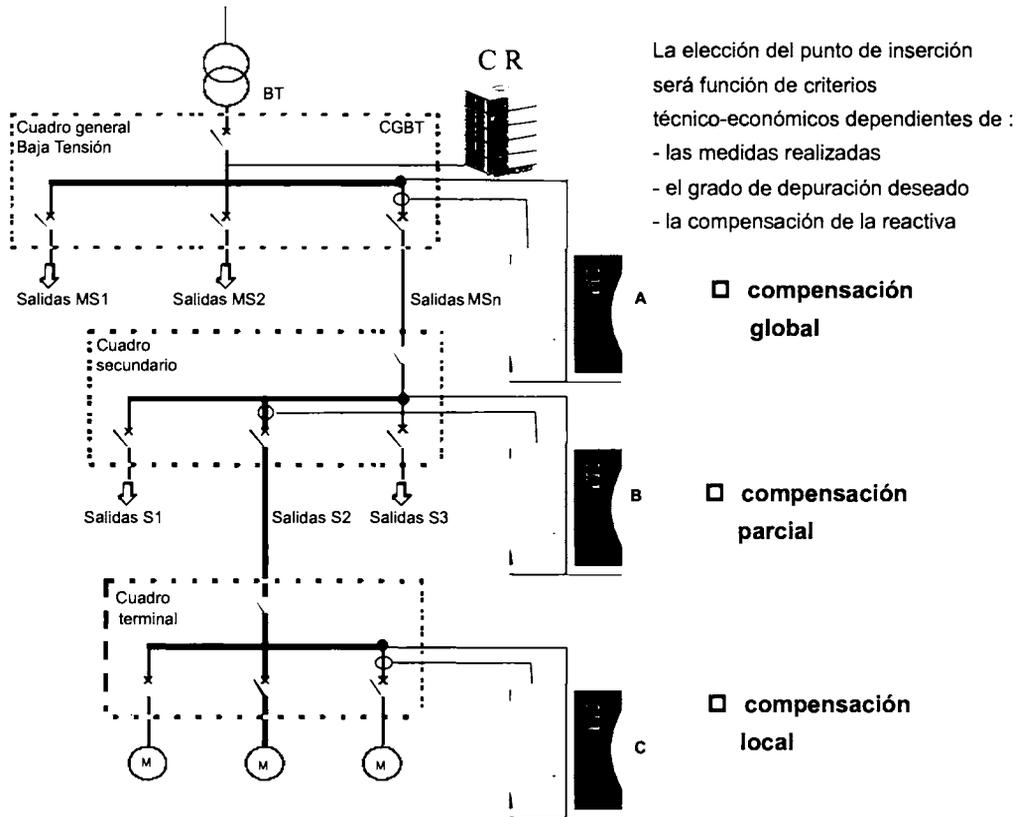


Figura 15. Puntos de inserción.

## 7. Ejemplos

Las cargas de la misma naturaleza, tienen todas una idéntica manera de consumir, en la imagen que viene a continuación, tenemos representada una forma de onda de corriente, que por su figura podemos asegurar que corresponde a la de un variador de velocidad.

Siguiendo el ejemplo del variador, podemos ver una medición realizada en campo, donde se presenta la forma de onda de corriente correspondiente a un periodo, su espectro armónico y los datos obtenidos en la instalación.

Este variador de velocidad tiene ya instalada una inductancia serie, la cual cumple el papel de reducir la tasa de distorsión de corriente generada por el variador situándola en el 40,94%. Hay que tener en cuenta que en condiciones normales, un variador de velocidad puede llegar a alcanzar una tasa de distorsión de corriente del 125%.

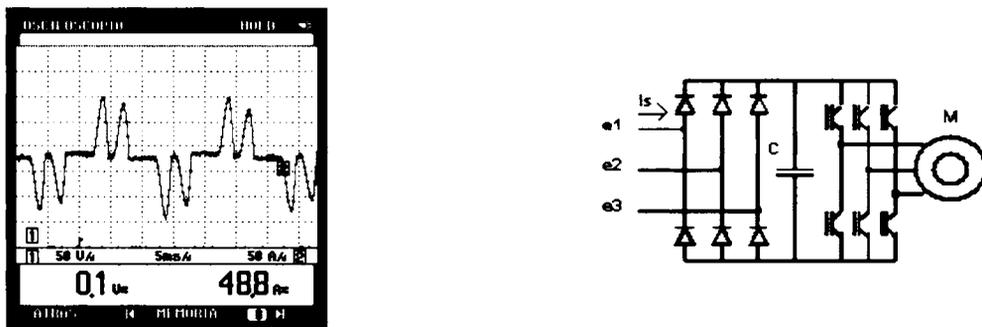


Figura 16. Forma de onda de corriente de un variador de velocidad.

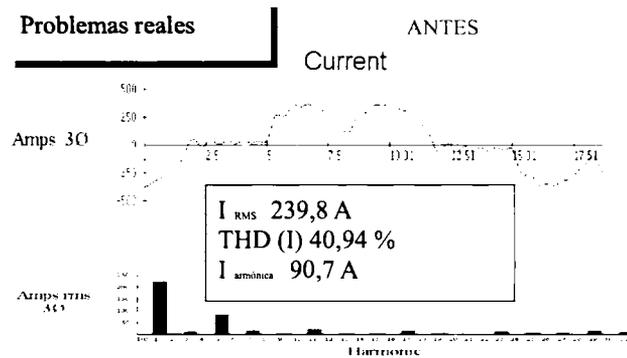


Figura 17. Análisis de corriente de una carga.

En esta instalación, a pesar de haber reducido el efecto de los armónicos, los que quedaban seguían siendo suficientes como para generar problemas y en ocasiones producir paradas de la instalación, por lo que tras un estudio del espectro de la carga la solución más eficaz fue la instalación de un compensador activo de armónicos (Sinewave) obteniendo los resultados que se presentan a continuación.

Se puede apreciar la diferencia que hay entre los datos antes de hacer la compensación de armónicos y después de haberla realizado. Se observa por ejemplo, como ha cambiado la forma de corriente, que circula hacia el cuadro general de baja tensión, pasando de una forma distorsionada a una forma de onda senoidal. La intensidad de la carga ha descendido de 239,8 a 206,7 amperios con lo que se ha reducido el consumo en un 14%. La corriente armónica ha descendido de manera considerable de 90,7 a 14,1 amperios, lo cual demuestra la efectividad del compensador activo que ha sido capaz de reducir los armónicos de la instalación en un 84%. Después de los resultados anteriores se traducen de forma inminente en la mejora de la tasa de distorsión de corriente de la carga pasando del 40,94 al 6,84 lo que significa una reducción del 83%.

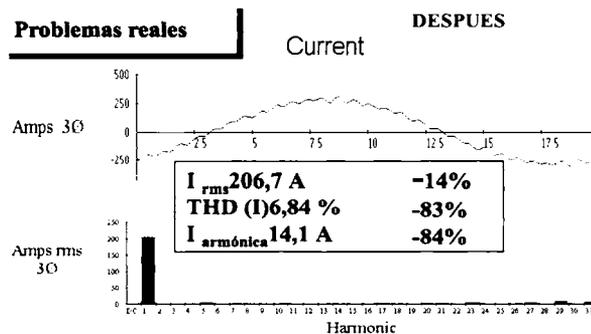


Figura 18. Análisis de la corriente una vez compensada.

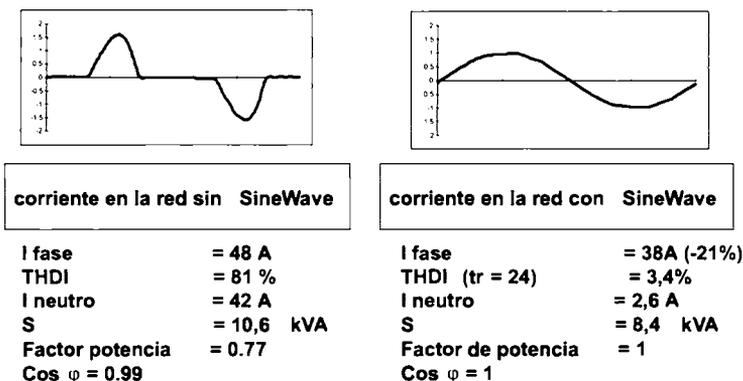


Figura 19. Análisis de una fuente de alimentación conmutada.

En la figura podemos apreciar como una carga deformante monofásica del tipo fuente de alimentación conmutada, cambia su manera de consumir cuando los armónicos generados por la misma han sido compensados, como se puede observar, la forma de onda de la izquierda corresponde a la onda de corriente de la carga sin compensar y la de la derecha corresponde a la misma carga una vez compensados sus armónicos.

Las formas de onda, traducidas a números, muestran del mismo modo como la inserción del compensador activo, tiene como consecuencia una notable mejora de la calidad de la señal, y por tanto, de las mejoras en el funcionamiento de la instalación y los equipos a ella conectados. Al insertar el compensador, la tasa de distorsión global de corriente mejora en un 24%, pasando de tener un 81% a un 3.4%. Al mismo tiempo la corriente que circula por el circuito se reduce un 21% con lo que de 48 A. pasa a 38 A. Finalmente, los amperios armónicos prácticamente desaparecen viéndose reducidos de 42 A. a 2.6 A. eficaces.

En el ejemplo de la figura 16, se puede observar como mejora el factor de potencia, pasando del 0.77 a 1, es decir, a efectos prácticos la carga no lineal o carga deformante, se ha convertido por medio del compensado, en una carga lineal donde el  $\cos \phi =$  factor de potencia = 1 activo.

## SIMULADOR DE ARMÓNICOS

Para poder prescribir y estudiar el comportamiento de ciertas cargas combinadas en una instalación, se ha creado la necesidad de concebir herramientas que permitieran realizar determinados cálculos y en particular la posibilidad de hacer simulaciones.

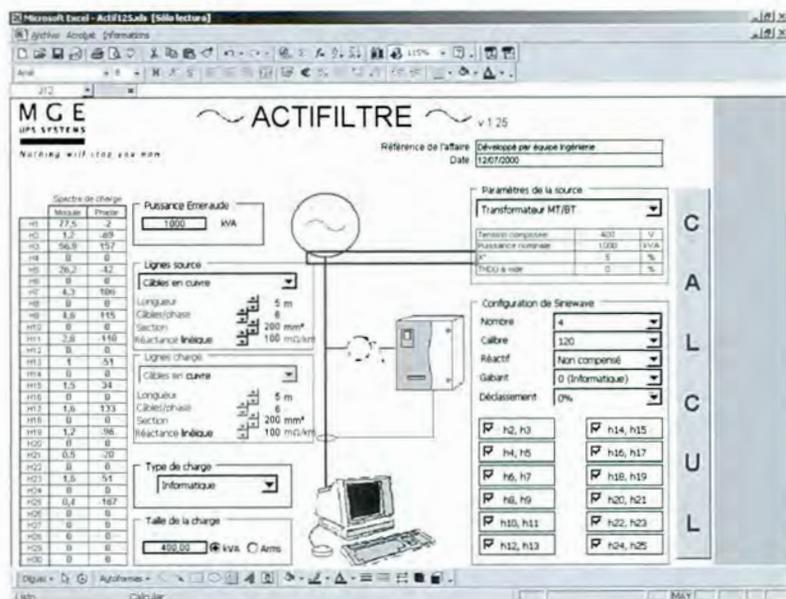


Figura 20. Simulador de armónicos.

Con estos útiles se puede presentar una solución global de una determinada instalación, en donde en función de los equipos a instalar y sus espectros armónicos, se puede dar solución a los problemas que hubieran surgido a posteriori, y corregir antes de comenzar la ejecución de la obra.

Si estos aspectos no se contemplan antes de la puesta en marcha, en esa situación comenzaría una nueva etapa que es la de intentar dar solución a los problemas que se presentan, siendo de esta forma mucho más complicados de resolver y en ocasiones una buena solución podría ser inviable o extremadamente costosa.

Esta herramienta también nos permite conocer cual es la forma de onda de la carga a analizar y cual sería el resultado una vez compensados los armónicos presentes.

La forma de onda de la carga corresponde a la señal ojival con una importante corriente de pico, sin embargo podemos apreciar como se convierte en corriente sinusoidal esta misma carga, una vez que se han compensado sus armónicos.

También se puede comparar el espectro armónico antes y después de la compensación.

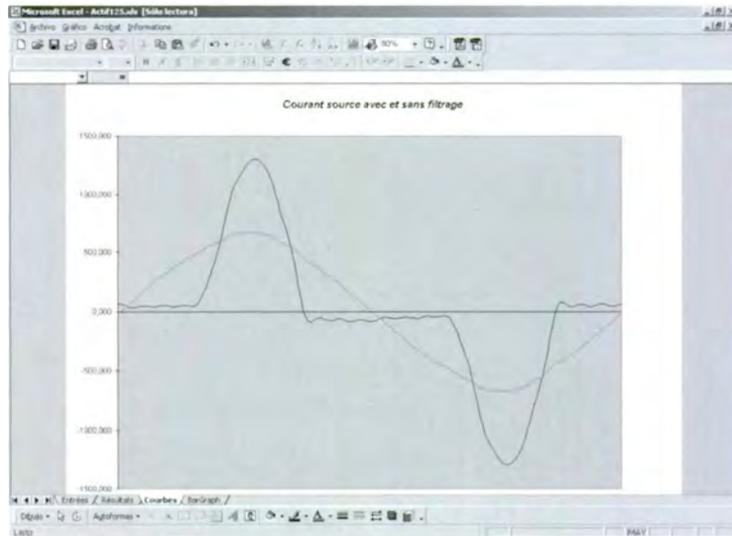


Figura 21. Corriente de la carga y una vez compensada.

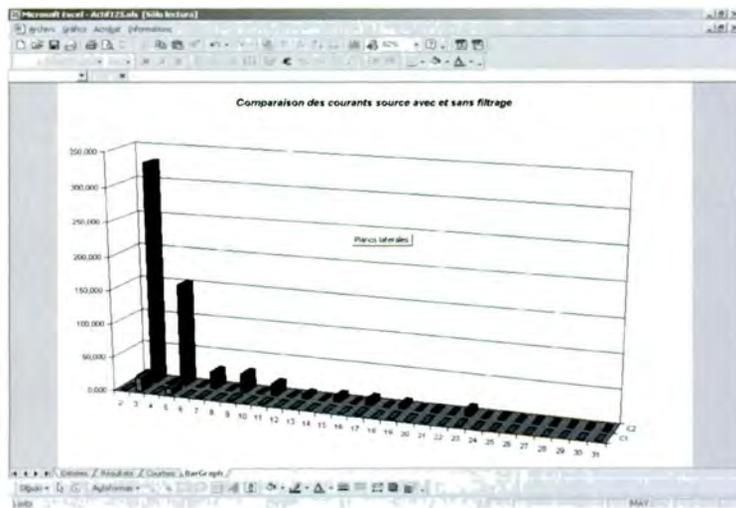


Figura 22. Espectro de la carga sin compensar y una vez compensada.

## NUEVOS DESARROLLOS

Desde la aparición del compensador activo, se ha producido un avance importante en el terreno del control de los armónicos gracias a la buena combinación de todos los elementos disponibles para tal fin.

Hay circunstancias en las cuales se obtienen excelentes resultados, haciendo una correcta combinación de las diferentes tecnologías, buscando el todo momento el equilibrio técnico/económico.

### 1. Fase shifting

Esta nueva fórmula de combatir los armónicos, se basa en decalar angularmente dos fuentes que alimentan cargas de la misma naturaleza por lo tanto con idéntico espectro armónico, que además trabajan a un mismo régimen de carga, para conseguir esto el ejemplo más claro puede ser la utilización de cargadores en paralelo, para poder conseguir el necesario equilibrio entre los cargadores.

Con configuraciones como esta se obtienen resultados verdaderamente importantes, ya que el primer armónico en aparecer es el de orden 11, ya que al decalar angularmente las dos fuentes, los armónicos de mayor peso específico que son el 5º y 7º, se anulan aguas arriba en el punto común de las fuentes.

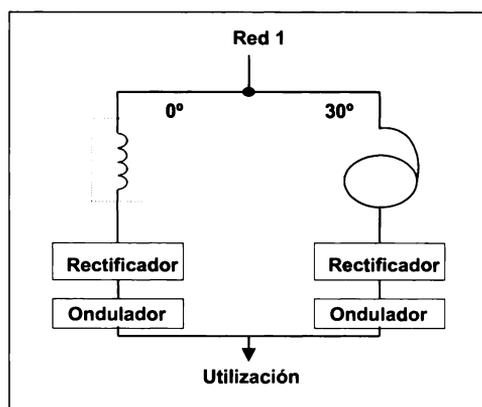


Figura 23. Fase shifting.

En función del número de equipos decalados, se van variando y combinando los ángulos entre las diferentes fuentes, y de esta manera que según se va aumentando el número de equipos decalados, mayor será en rango del primer armónico presente.

## 2. THM

El sistema THM (Total Harmony Management) está basado en la utilización de compensadores activos de armónicos, y en ocasiones combinados con otros métodos antiarmónicos.

Esta manera de compensar armónicos está tomando cada vez un mayor protagonismo, ya que cada día son más las instalaciones donde se compensan directamente los armónicos, en el punto más próximo al punto de generación.

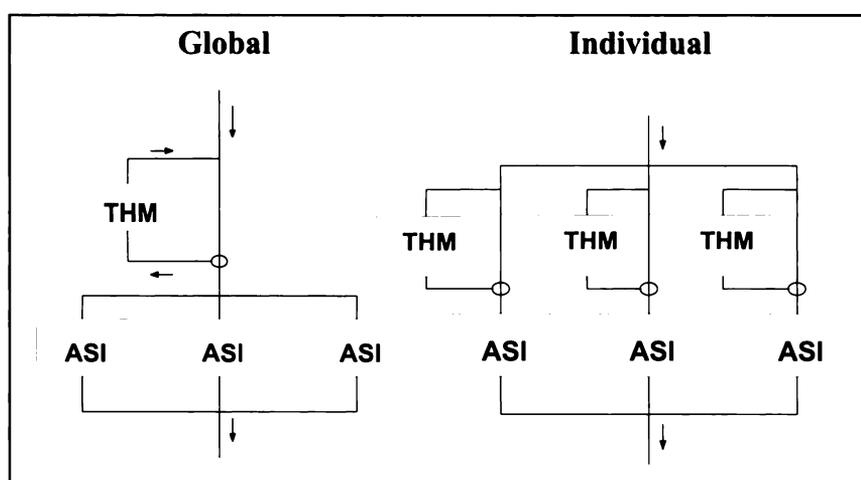


Figura 24. THM global e individual.

Aun compensando en el punto más próximo al punto de generación armónica, se puede realizar una compensación global de los rectificadores alimentados desde la misma línea o realizar una compensación individual a cada uno de ellos.

En ocasiones y en función de la potencia a sanear se utilizan solamente compensadores, y a partir de una determinada potencia se realiza una acción combinada con el sistema fase shifting o también con filtros pasivos.

La combinación más utilizada y que mayor optimización técnico/económica se obtiene, es la combinación de un compensador activo de armónicos con un filtro pasivo y filtro pasivo con contactor si la instalación dispone de grupo electrógeno.

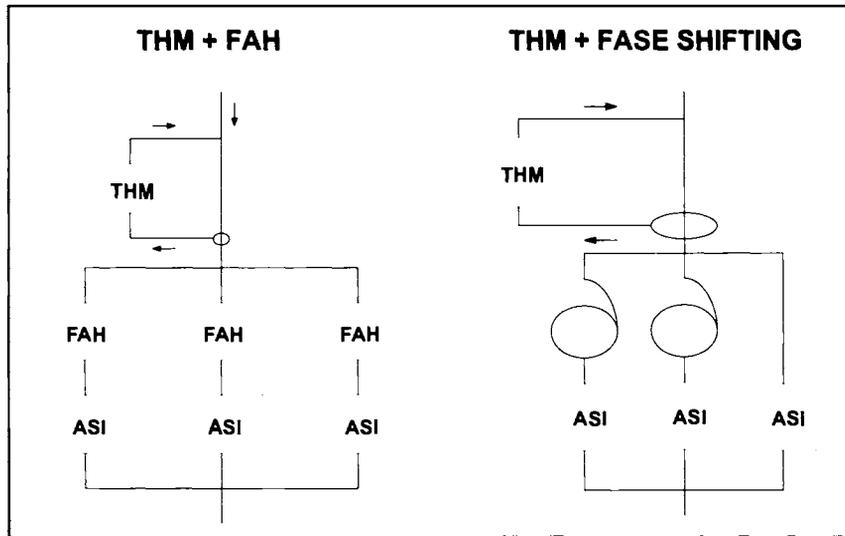


Figura 25. THM combinado con FAH y Fase Shifting.

### 3. Compensación del factor de potencia

La nueva gama de sistemas de alimentación ininterrumpida trifásicos, modelo Galaxy 3000 de 10 / 15 /20 /30 kVA, desarrollados por MGE UPS SYSTEMS, constituyen un gran avance tecnológico en relación con las soluciones existentes hasta el momento.

Un producto excepcional con excelentes prestaciones incorporando un rectificador trifásico ecológico con el sistema PFC. (Power Factor Correction), basado en un rectificador “ecológico” con IGBT integrados en “sixpack” que permite no generar armónicos aguas arriba con la siguientes prestaciones: THDI < 3% y FP > 0,99, permiten un amplio margen de tolerancia de la tensión de entrada (hasta -37% de la tensión nominal).

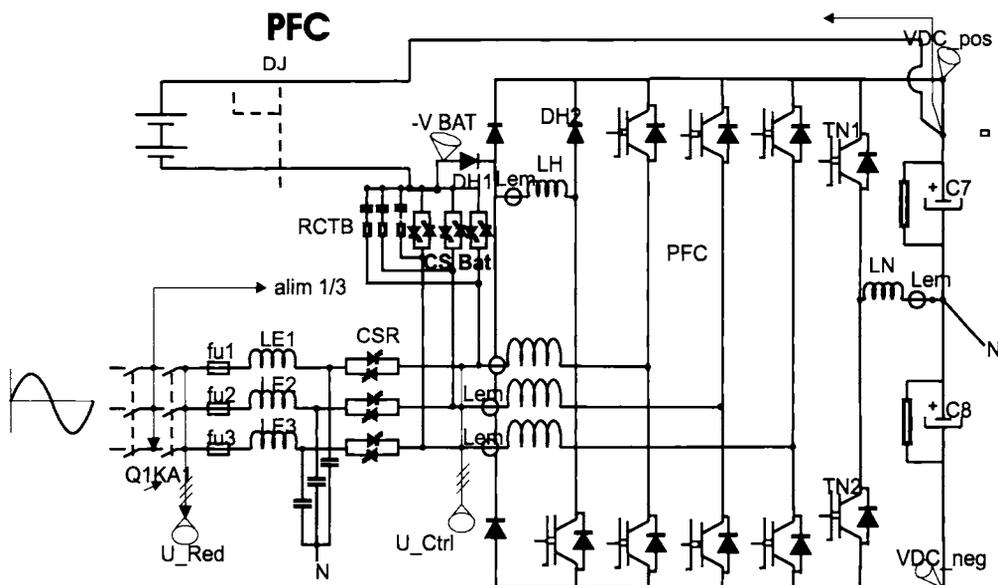


Figura 26. Compensador del factor de potencia.

Mediante este sistema y sus prestaciones se consigue: Total libertad de instalación, sin necesidad de tomar ninguna precaución particular gracias a la ausencia de armónicos aguas arriba, supresión de los filtros

antiarmónicos (no son necesarios), total compatibilidad con los grupos electrógenos, incluso a bajo nivel de cargas, menor consumo de energía, lo que permite optimizar el funcionamiento del transformador y de los cables aguas arriba. Lo más importante es que asume los armónicos generados por las cargas que alimenta, sin trasladarlos a la instalación

### ALGUNOS DATOS

La comercialización de los compensadores activos de armónicos se inició en España a finales de 1997, desde entonces y debido al desconocimiento de esta solución, se han venido realizando unas campañas de mentalización del fenómeno armónico y sus posibles soluciones.

El número de equipos comercializados se viene duplicando en los últimos años. Si se tiene en cuenta el poco conocimiento del fenómeno de los armónicos, propicia que hoy en día solo se están corrigiendo instalaciones en las que verdaderamente hay problemas, si a esto añadimos que para definir el punto de inserción el equipo o configuración adecuados, hay que realizar una correcta toma de datos para un estudio previo, esto indica que el ritmo de crecimiento del mercado hay que tenerlo en consideración.

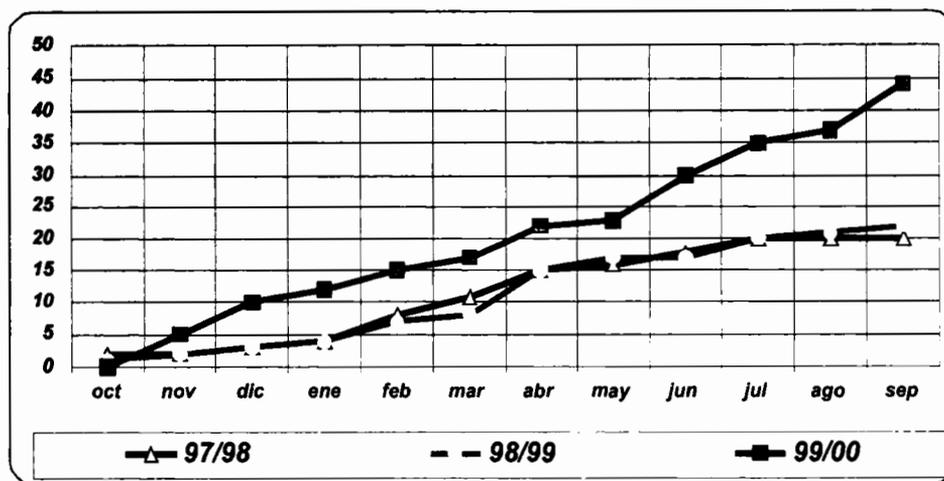


Figura 27. Evolución en España.

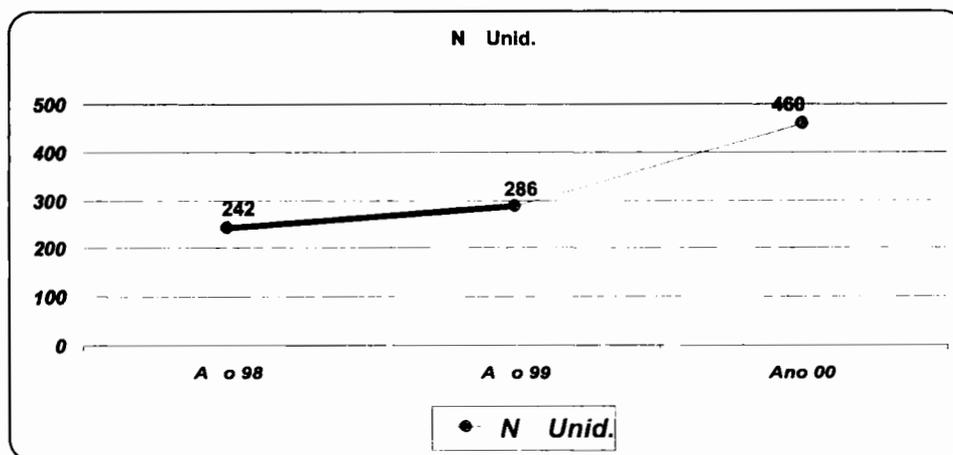


Figura 28. Evolución en Europa.

Las cifras a nivel Europeo, vienen a indicar que tras una tarea progresiva y lenta de mentalización, el número de equipos instalado aumenta de manera muy positiva.



# **INSTRUMENTACIÓN DE MUESTREO. APLICACIÓN A LA MEDIDA DE POTENCIA**

*Mario Mañana Canteli*

**Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética. Universidad de Cantabria.**

*El mundo de la metrología eléctrica en general, y la medida de potencia y energía en particular, no ha sido ajeno al desarrollo de la tecnología digital de medida. A pesar de las ventajas intrínsecas de la instrumentación electromecánica clásica, en lo que se refiere al numeroso parque de equipos instalados, a su robustez constructiva y de explotación y al profundo conocimiento existente acerca de sus principios de funcionamiento, ha sido necesario realizar un cambio cualitativo en la concepción de los equipos que permita aprovechar todas las ventajas inherentes a las nuevas tecnologías, tanto desde el punto de vista metrológico como de gestión del mismo. En lo que respecta a este último aspecto, no hay duda de que la posibilidad de controlar de forma remota la instrumentación, junto con funciones como el registro de curvas de carga, han generado un nuevo paradigma en la gestión energética. Desde una perspectiva totalmente técnica, la utilización de la tecnología digital en el proceso de medida permite integrar, de forma natural, las nuevas formulaciones de potencia en régimen no-sinusoidal, además de otras métricas orientadas a la caracterización de la eficiencia en el consumo, e incluso de la calidad del propio suministro eléctrico. Además, al tratarse de una implementación digital, permite una traducción directa desde los algoritmos y metodologías de medida, y lo que es mejor, al poder estar éstos implementados en forma de software, su actualización sin necesidad de modificar el hardware.*

## **INTRODUCCIÓN**

El estudio de la instrumentación para la medida de potencia y energía basada en técnicas de muestreo requiere el análisis de los elementos que la forman. En primer lugar, se plantea el estudio de la arquitectura básica de este tipo de equipos, prestando un interés especial a los aspectos más relevantes:

- Transductores de medida. Al igual que ocurre con los equipos clásicos, la medida de tensiones e intensidades, cuando presentan valores elevados, no puede realizarse de forma directa, siendo necesario recurrir entonces a la utilización de transductores que escalen la señal. Como es bien conocido, la tecnología utilizada en la construcción de los transductores de tensión e intensidad es básicamente analógica, y puede establecerse con carácter general que constituye, en lo que respecta a la precisión y respuesta en frecuencia, el elemento más sensible de toda la cadena de medida.
- Módulo de adaptación de señal. A pesar de que no existe una armonización completa en lo que respecta a las características físicas de los transductores (geometría, aislamiento, relaciones de transformación,

clase, precisión, etc.), es posible encontrar en el mercado transductores que proporcionan características similares en lo que respecta a los niveles nominales de tensión e intensidad. Para poder garantizar la relación señal a ruido (SNR) en la medida, y aprovechar al máximo el rango dinámico de la señal, es necesario adaptar la señal de entrada a las características del conversor analógico-digital (ADC), además de proporcionar aislamiento galvánico entre los puntos activos de la red y la instrumentación<sup>1</sup> y garantizar un ancho de banda máximo que no de lugar a fenómenos de *aliasing*.

- Módulo de adquisición de señal. Este subsistema es el encargado de realizar la conversión analógico-digital de la señal. Dicha conversión requiere de un muestreo de la señal en el tiempo para poder discretizarla temporalmente y de un cuantificador para su representación con un número finito de bits. Como es lógico, este segundo proceso limita la precisión en la representación de la señal, aunque como se analizará posteriormente, la precisión final de la cadena de medida está más restringida por la precisión de los transductores.
- Módulo de procesado de señal. Este módulo se encarga del procesado numérico de las muestras adquiridas. Existen múltiples posibilidades para su implementación, dependiendo de aspectos como la carga computacional de los algoritmos o la capacidad de memoria necesaria.

El análisis del *hardware* que se presenta a continuación está focalizado hacia los aspectos relevantes de la medida de potencia en régimen no-sinusoidal. El lector interesado en un análisis más general puede consultar las referencias [1] y [2]. Una vez descritos los aspectos básicos de la arquitectura de la instrumentación, se plantea el problema de la medida de potencia en régimen no-sinusoidal mediante la discretización de las formulaciones de potencia. La aproximación a la solución del problema se realiza tanto desde el dominio del tiempo como de la frecuencia.

## HARDWARE

El análisis del *hardware* se realiza en base a los bloques funcionales en que puede ser dividido un equipo. En la práctica, lo común consiste en que los transductores de medida constituyan un bloque externo al instrumento de medida, mientras que el resto de los módulos formen parte del mismo.

### 1. Transductores de medida

La misión de los transductores es proporcionar una señal de tensión de baja amplitud (con valores típicos entre  $\pm 10$  V), proporcional a los niveles de tensión y corriente que se desea medir. En general, una utilización correcta de los transductores supone caracterizar completamente su respuesta frecuencial, tanto en magnitud como fase, en el rango de utilización, para poder realizar una corrección de los valores obtenidos según el modelo ideal.

Aunque según UNPEDE, tanto los transductores de tensión como de intensidad están físicamente separados de la instrumentación, entendiéndose por transductores los transformadores de tensión e intensidad, sí es cierto que en el caso de medidas de intensidad, suele considerarse que tanto las pinzas de medida, como los *shunts* resistivos, forman parte de la instrumentación. De hecho, cuando se selecciona un medidor, suele ser necesario realizar la elección de los transductores de intensidad, en el sentido de: geometría, intensidades máxima y mínima, precisión, relación de transformación, rango de frecuencias de medida, etc.

Desde el punto de vista de su utilización en la medida de potencia y energía, es necesario introducir algunas ideas relativas a los transductores de intensidad, puesto que los de tensión son, generalmente, redes resistivas de precisión que atenúan los niveles de tensión de salida de los transformadores de medida a niveles compatibles con la electrónica de conversión analógico/digital (ADC).

En el caso de los transductores de intensidad, suele ser preferible la utilización de la pinza amperimétrica al *shunt* resistivo –a pesar de que este último tiene una mayor precisión, ancho de banda y rango dinámico–, ya que generalmente, la utilización del *shunt* está ligada a la apertura de los circuitos de intensidad de los secundarios de los transformadores de intensidad, lo que provoca un estado de indeterminación en la tensión del mismo que se convierte en una situación de peligro potencial para los operadores de la instalación, especialmente

<sup>1</sup> Si no es el transductor el que proporciona aislamiento galvánico.

cuando se están realizando medidas de campo en un parque de intemperie de una subestación. En otros casos, como pueden ser los hornos de arco, la variación de la impedancia del lazo de control puede dar lugar a comportamientos erróneos del control, por lo que resulta inadecuado introducir nuevas impedancias en el circuito de medida. La experiencia proporciona soluciones como los circuitos de *bypass*, aunque bien es cierto que los operarios de las instalaciones no suelen ser partidarios de la utilización de este tipo de técnicas.

En la figura 1 se muestra de forma esquemática la relación entre la intensidad a medir y la tensión que se obtiene a la salida de un transductor genérico de intensidad. Si  $I_p$  es el valor eficaz de la intensidad  $i_p(t)$  que se desea medir y  $V_o$  el valor eficaz de la tensión  $v_o(t)$  que proporciona el transductor, puede establecerse la relación,

$$I_p = \frac{r_t V_o}{G R_b} \quad (1)$$

donde:

- $r_t$  Relación de transformación del transformador de intensidad.
- $G$  Ganancia del transductor, que algunas veces se incluye dentro del módulo de acondicionamiento de señal.
- $I_p$  Valor eficaz de la intensidad a medir.
- $I_s$  Valor eficaz de la intensidad en el secundario del transformador de medida.
- $R_b$  Resistencia de carga / Relación de transformación del transductor.
- $V_o$  Valor eficaz de la tensión de salida del transductor.

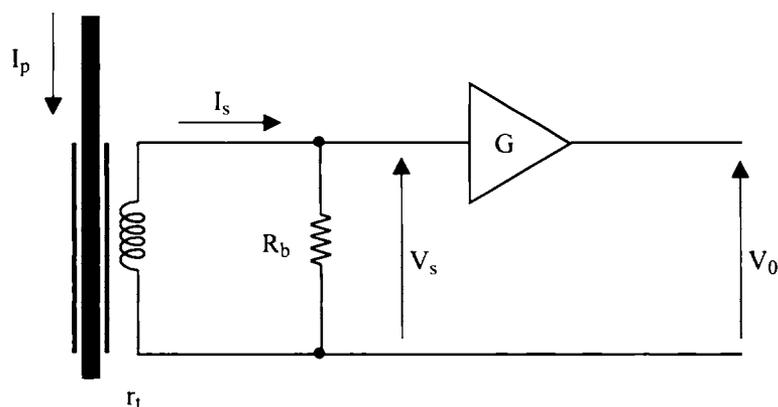


Figura 1. Circuito eléctrico genérico de un transductor de intensidad.

La expresión (1) puede describirse de forma simplificada agrupando todos los parámetros constructivos en una única constante  $K$ ,

$$V_o = K I_p \quad (2)$$

Dicha constante  $K$  puede considerarse básicamente constante si el transductor trabaja a frecuencias próximas a la de marcha industrial y la intensidad primaria de medida  $I_p$  está dentro de los rangos nominales de funcionamiento. Sin embargo, a medida que aumentan las componentes frecuenciales en la intensidad  $I_p$ , aumenta también la dependencia de  $K$  con la frecuencia, de forma que la expresión (2) debe describirse como,

$$V_o(\omega) = K(\omega) I_p(\omega) \quad (3)$$

Desde el punto de vista del usuario de la instrumentación, los aspectos más importantes a considerar son: relación de transformación del transductor, rango de medida, ancho de banda y dimensiones geométricas. En general, cuando se opta por una solución comercial, debe exigirse que el fabricante proporcione las curvas de respuesta de magnitud y fase *versus* frecuencia. En [3] y [4] se presentan procedimientos para la realización del contraste de transductores. La caracterización de los transductores de medida puede realizarse utilizando algunas métricas bien conocidas como son:

Error de magnitud ( $\varepsilon_m$ ). Relaciona el valor eficaz de la intensidad medida respecto a su valor real.

$$\varepsilon_m(\omega) = \frac{\frac{V_o(\omega)}{K(\omega)} - I_p(\omega)}{I_p(\omega)} \quad (4)$$

Error de ángulo ( $\varepsilon_f$ ). Relaciona la fase de la intensidad medida respecto a su valor real.

$$\varepsilon_f(\omega) = \angle \bar{V}_o(\omega) - \angle \bar{I}_p(\omega) \quad (5)$$

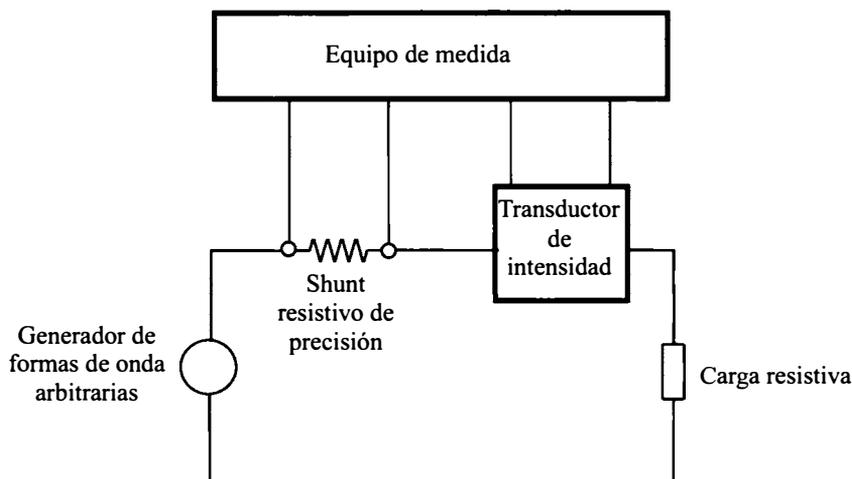
siendo  $\bar{V}_o(\omega)$  e  $\bar{I}_p(\omega)$  la evolución frecuencial de los fasores de tensión e intensidad a la salida y entrada, respectivamente, del transductor.

La utilización de los parámetros anteriores está suficientemente justificada en el caso de señales sinusoidales, pero presenta múltiples problemas de aplicación en el caso de señales no sinusoidales. Resulta necesario, por tanto, la adopción de nuevos parámetros para la caracterización de la bondad de los transductores en presencia de señales no sinusoidales. Un parámetro ampliamente utilizado es el error compuesto  $\varepsilon_c$ , típico de la caracterización de los transformadores de protección.

Error compuesto ( $\varepsilon_c$ ). Cuantifica el valor eficaz de la señal de error obtenida como diferencia entre las señales real y medida.

$$\varepsilon_c = \frac{1}{I_p} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{l=1}^N \left[ \frac{v_o[l]}{K} - i_p[l] \right]^2} \quad (6)$$

La caracterización de los parámetros de error requiere de un sistema de ensayo que permita su caracterización. En la figura 2 se muestra la estructura del sistema propuesto.



**Figura 2.** Plataforma de ensayo para la caracterización de transductores de intensidad.

La metodología para la caracterización de los transductores se describe a continuación:

1. En el circuito de la figura 2, conectar el transductor de intensidad a caracterizar en serie con el *shunt* resistivo de precisión.
2. Diseñar las formas de onda a utilizar en el ensayo de caracterización.
3. Aplicar forma de onda sobre la carga.
4. Registrar medidas proporcionadas por el *shunt* y por el transductor a ensayar.
5. Volver al apartado 3 si no se han aplicado todas las formas de onda del ensayo.

Es posible encontrar en la literatura discusiones orientadas hacia la selección de formas de onda adecuadas para la caracterización de transductores en condiciones de explotación no-sinusoidales [5].

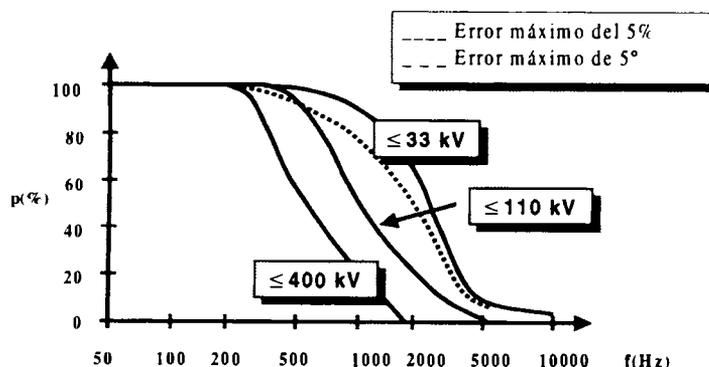
A la hora de seleccionar el transductor adecuado de entre las diferentes tecnologías disponibles, es necesario analizar todos los aspectos involucrados, y no sólo aquellos directamente relacionados con la precisión.

La tabla I compara las características generales de los diferentes tipos de transductores analizados con vistas a su utilización para la medida de potencia y energía en régimen no-sinusoidal.

**Tabla I.** Comparación de diferentes tecnologías de transductores para la medida de intensidad en régimen no-sinusoidal.

|                                 | Rango de entrada | Capacidad de sobrecarga | Precisión | Sensibilidad | Ancho de banda | Seguridad |
|---------------------------------|------------------|-------------------------|-----------|--------------|----------------|-----------|
| <i>Shunt</i> resistivo          | +                | +                       | ++++      | ++++         | ++++           | +         |
| Transformador inductivo clásico | ++++             | +++                     | ++        | ++           | ++             | +++       |
| Transductor de efecto Hall      | ++++             | +++                     | +         | ++           | +++            | ++++      |
| Transductor de efecto Rogowski  | ++++             | +++                     | +         | +            | +++            | ++++      |
| Transductor óptico              | +++++            | +++++                   | ++        | +            | ++++           | +++++     |

En general, los requisitos mínimos que deben exigirse de los transductores, tanto de tensión como de intensidad, es que estén aislados galvánicamente de la red, y que tengan una clase de precisión mejor que el 0,2%. Balcells [2] sugiere que no tengan más del 0,15% de error, ya que de esta forma con un conversor ADC de 12 bits es posible obtener instrumentos clase 02 en tensión e intensidad. Locci y Muscas [6] han analizado de forma comparativa el comportamiento de los transductores de intensidad activos y pasivos frente a señales distorsionadas.



**Figura 3.** Porcentaje  $p$  de transformadores de tensión de tipo inductivo, cuyas funciones de transferencia poseen una desviación máxima (con respecto al valor nominal) menor del 5% o de  $5^\circ$  hasta la frecuencia  $f$  [8].

A pesar de que las normas establecen claramente todos los aspectos relacionados con el comportamiento de los transformadores de medida en condiciones de funcionamiento sinusoidales [7], será necesario en el futuro

establecer nuevos parámetros para su caracterización bajo condiciones de explotación no-sinusoidales. Resaltar, por último, que la norma UNE-EN 61000-4-7 [8] relativa a la medida de armónicos e interarmónicos recoge un estudio realizado sobre la distribución de errores en transformadores de medida. En la figura 3 se muestra el porcentaje de transformadores de tensión de tipo inductivo, cuyas funciones de transferencia poseen una desviación máxima (con respecto al valor nominal) menor del 5% o de 5° hasta una frecuencia de 10 kHz.

## 2. Etapa de adaptación de señal

La etapa de adaptación de señal actúa como interfaz entre los transductores y la etapa de adquisición de señal propiamente dicha. Su objetivo puede resumirse en:

- Proporcionar aislamiento galvánico entre la instrumentación, y por lo tanto el operador de la misma, y los puntos activos potencialmente peligrosos de la instalación.
- Amplificar y/o atenuar adecuadamente las señales de tensión e intensidad para conseguir el mayor rango dinámico posible, garantizando de esta forma una elevada relación señal a ruido.
- Filtrar las señales de entrada mediante un filtro paso bajo con una frecuencia de corte inferior a la mitad de la frecuencia de muestreo, que permita evitar el fenómeno de *aliasing*.

En la figura 4 se muestra el diagrama de bloques típico de una etapa de adaptación de señal, donde pueden observarse los elementos descritos.

## 3. Etapa de conversión analógico/digital

Hasta finales de la década de los 50, la ingeniería eléctrica era percibida por el ingeniero como un conjunto de señales pertenecientes al dominio real, que más adelante recibirían el nombre de señales analógicas, para diferenciarlas de las señales digitales manipuladas por circuitos lógicos y microprocesadores, en todas sus diferentes versiones. De una forma genérica, el procesamiento digital de señal (DSP<sup>2</sup>) surge con el nacimiento del microprocesador.

En una primera etapa, su utilización estaba restringida a la simulación de circuitos analógicos, con el objetivo de reducir los costes de fabricación de prototipos. Más adelante, se comenzó a utilizar como una herramienta para el procesamiento de señal.

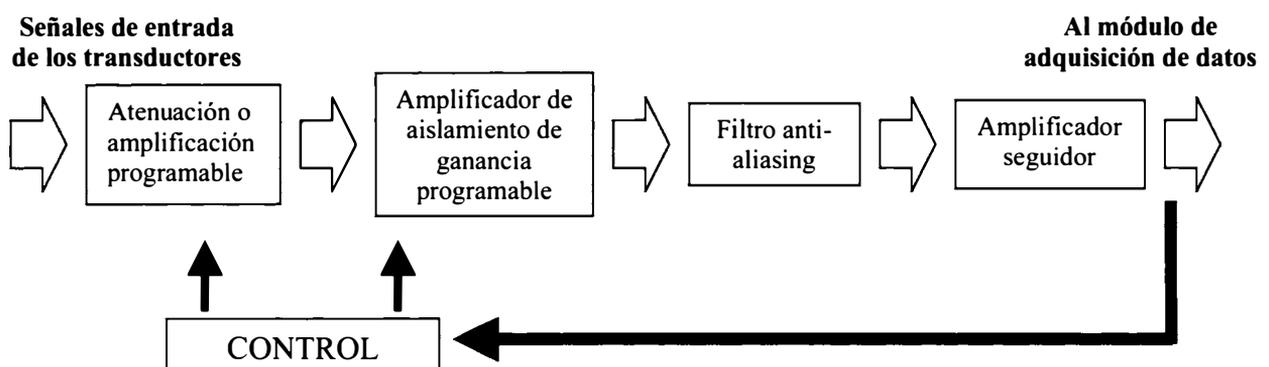


Figura 4. Diagrama de bloques del módulo de adaptación de señal.

Desde un punto de vista práctico, la primera pregunta que debe formularse antes de comenzar a utilizar las herramientas que nos proporciona la tecnología DSP es: ¿Qué ventajas aporta sobre la tecnología totalmente

<sup>2</sup> Se utilizará a partir de aquí el acrónimo inglés DSP (*Digital Signal Processing*) por su aceptación generalizada.

analógica ya existente? La respuesta puede abordarse desde diferentes perspectivas, que puede resumirse en las siguientes [9]:

- Implementación programada de las soluciones. Esta característica permite programar y reprogramar la funcionalidad del sistema sin modificar el *hardware*, lo que reduce enormemente los costes de desarrollo. Por ejemplo, un sistema puede reprogramarse para medir potencia activa o reactiva con el mismo *hardware*, sin necesidad de realizar ningún cambio.
- Estabilidad en la respuesta de los sistemas. Resulta bien conocido que los componentes de los circuitos analógicos sufren derivas con el tiempo, la temperatura y la humedad, etc., que obliga a realizar calibraciones periódicas en los equipos. Se cita aquí a modo de ejemplo el ajuste que deben sufrir los contadores clásicos de inducción. La norma UNE 21378-86 [10] establece que los contadores dedicados a la realización de ensayos de verificación deben controlarse con una periodicidad de 1 año en el caso de medidas de clase 0,5 y 1, o 2 años en el caso de medidas de clase 2.
- Repetibilidad de la implementación y de la respuesta. No resulta difícil entender que la respuesta de una calculadora frente a la suma de dos números de entrada es siempre la misma, independientemente del número de veces que realicemos la operación, la edad de la calculadora o la temperatura ambiente (siempre que se encuentre dentro del rango de funcionamiento).
- Facilidad para implementar algoritmos adaptativos y funciones especiales como filtros de fase lineal. La utilización de algoritmos numéricos permite corregir de forma dinámica errores externos al sistema o variaciones debidas a cambios en la explotación del mismo.
- Capacidad para almacenar y comprimir resultados. No es necesario resaltar aquí la importancia de los ordenadores en el almacenamiento, tratamiento y recuperación de información.
- Interfaces de usuario más amigables. La utilización de visualizadores gráficos y teclado permite facilitar la interacción del usuario con el contador.
- Consumo. Mientras que un contador de inducción electromecánico consume entre 1 y 5 VA por circuito, el consumo total de un contador de tecnología DSP, con muchas más prestaciones, puede ser inferior a 3 VA.

Hasta ahora se han presentado las ventajas operativas de los sistemas digitales frente a los analógicos. Sin embargo, el mundo real es intrínsecamente analógico, de forma que antes de proceder a realizar un análisis numérico sobre las señales, debe resolverse primero el problema de su digitalización o muestreo. Dicho proceso consta de dos etapas básicas:

- i) Discretización temporal de la señal.
- ii) Cuantificación de las señales discretizadas.

La discretización temporal de una señal consiste en tomar un número finito de muestras de la misma durante el intervalo de muestreo. Normalmente, las muestras se toman a intervalos regulares, tal como se muestra en la figura 5. La necesidad de discretizar una señal resulta de la naturaleza discreta y finita de la memoria de un ordenador.

El siguiente problema que debe resolverse es la elección de la frecuencia de muestreo para la discretización temporal de una señal. La respuesta a esta pregunta fue formulada por Nyquist en 1928 y Shannon en 1949 [11], y se enuncia como el teorema de muestreo de Nyquist-Shannon: Si  $x_c(t)$  es una señal continua de frecuencia máxima  $f_m$ , es posible representarla unívocamente mediante muestras de  $x_c(t)$  tomadas con un intervalo  $T$ ,

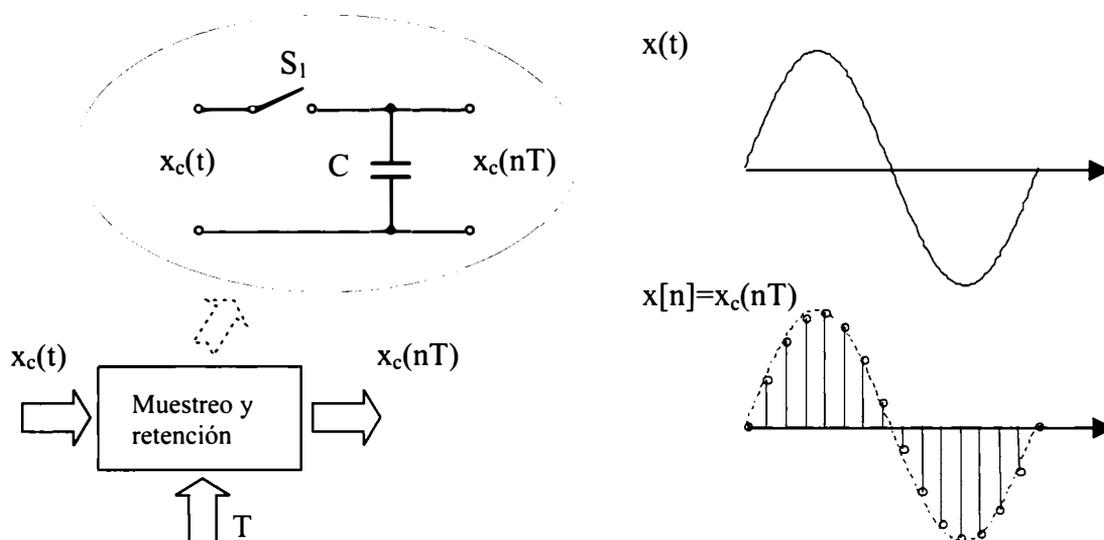
$$T < \frac{1}{2f_m} \quad (7)$$

Al conjunto de muestras de  $x_c(t)$  se le denomina  $x[n]$

$$x[n] = x_c(nT), \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (8)$$

La discretización temporal de una señal suele realizarse mediante un circuito de muestreo y retención<sup>3</sup> cuya estructura se muestra en la figura 5.

El funcionamiento del circuito de muestreo y retención es el siguiente: cuando el interruptor  $S_1$  está cerrado, el condensador  $C$  se carga a la tensión  $x_c(t)$ . Cuando el interruptor  $S_1$  se abre en el instante  $t_i$ , el condensador mantiene el valor de la tensión  $x_c(t_i)$ . Si la frecuencia de muestreo es  $f_m = 1/T$ , el interruptor se abre y cierra con un ciclo  $T$ . La discretización temporal de la señal resuelve el problema de la representación de una señal continua en el tiempo mediante un número finito de muestras. Sin embargo, las señales analógicas presentan un carácter continuo tanto en lo que se refiere al tiempo como a la amplitud.



**Figura 5.** Proceso de discretización temporal de una señal.

La cuantificación de una señal consiste en transformar el valor de una muestra temporal de la misma para conseguir que pueda ser representado mediante un número finito de bits. Este hecho es debido a dos razones principales:

1. La resolución de los convertidores analógico digitales tiene un valor típico entre 8 y 24 bits, que aunque puede aumentarse, resulta siempre finito.
2. Los microprocesadores y la memoria manejan un tamaño de palabra finito, que obliga a limitar la resolución en el proceso de cuantificación. En la figura 6 se representa el proceso genérico de cuantificación de una muestra.

Desde un punto de vista numérico, la cuantificación es un proceso no-lineal irreversible que puede realizarse por redondeo o ajuste al elemento inmediatamente inferior o superior. El error que se introduce en el proceso de cuantificación depende del número de bits del ADC y del intervalo de medida. De forma aproximada, la relación señal a ruido SNR puede calcularse según la expresión,

$$SNR(dB) \approx 6n - 7,25 \quad (9)$$

siendo  $n$  el número de bits del conversor analógico-digital. Como es lógico, para obtener dicho SNR es necesario respetar el rango dinámico de entrada del conversor.

Por último, es necesario tener en cuenta que la medida de potencia y energía puede realizarse sobre instalaciones monofásicas o trifásicas. En cualquier caso, es necesario tener en cuenta que el muestreo de las

<sup>3</sup> *Sample & Hold* en la literatura anglosajona.

diferentes señales involucradas en el cálculo de la potencia debe realizarse de forma simultánea. Normalmente los sistemas de adquisición de datos suelen disponer de un único circuito de muestreo y retención, con el objetivo de reducir el coste final del equipo. Este rasgo en su arquitectura provoca que sea necesario corregir el desfase provocado artificialmente mediante algún procedimiento numérico. En los equipos más modernos y de gama alta suele ser habitual contar con un circuito de muestreo y retención por cada canal de medida, lo que resuelve este problema.

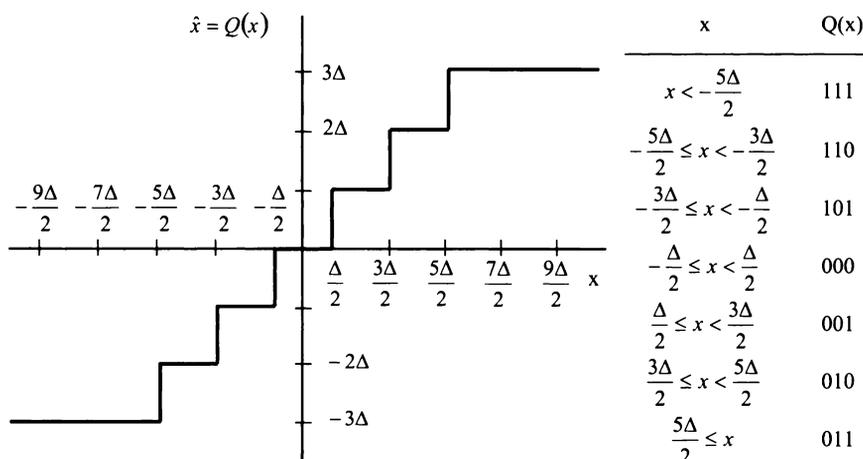


Figura 6. Proceso de cuantificación de una señal.

## MEDIDA DE POTENCIA

### 1. Medida de potencia en el dominio del tiempo

La medida de potencia en el dominio del tiempo se apoya en el cálculo de la potencia activa a partir de las muestras de la tensión e intensidad.

Si se considera una carga monofásica, la tensión e intensidad puestas en juego pueden representarse mediante dos secuencias de muestras  $v[n]$  e  $i[n]$  de dimensión  $N$ . A partir de dichas secuencias es posible obtener la potencia activa  $P$  como,

$$P = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N v[k]i[k] \tag{10}$$

Las potencias reactiva ( $Q$ ) y aparente ( $S$ ) deben calcularse según alguna de las definiciones propuestas [12]. En el caso de la potencia aparente, es necesario obtener previamente los valores eficaces de la tensión e intensidad,

$$V = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N v^2[k]} \tag{11}$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N i^2[k]} \tag{12}$$

A partir de  $V$  e  $I$  la potencia aparente  $S$  puede expresarse como,

$$S = VI \tag{13}$$

La potencia reactiva  $Q$  puede obtenerse utilizando la definición de Fryze,

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} \quad (14)$$

Esta aproximación es utilizada generalmente para medir potencias en sistemas con elevados niveles de distorsión en la tensión e intensidad puestas en juego. Un ejemplo típico de aplicación es la medida de potencia en convertidores de frecuencia para la regulación de velocidad de máquinas rotativas [13].

## 2. Medida de potencia en el dominio de la frecuencia

El cálculo de la potencia y energía mediante algoritmos en el dominio de la frecuencia precisa de un cambio en el dominio de representación de la señal. La alternativa más universalmente aceptada es la utilización de la Transformada de Fourier (FT) para señales discretas en el tiempo. Si se parte de una secuencia de muestras obtenidas mediante muestreo de la señal original  $x_c(t)$ ,

$$x[n] = x_c(nT), \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (15)$$

es posible obtener su representación en el dominio de la frecuencia  $X(e^{j\omega})$  mediante la expresión,

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n} \quad (16)$$

Desde un punto de vista físico,  $X(e^{j\omega})$  proporciona información sobre el contenido frecuencial de  $x_c(t)$  a la frecuencia  $\frac{\omega}{2\pi}$ . En general, la Transformada de Fourier es una función compleja de  $\omega$ , y como tal, puede representarse mediante dos componentes ortogonales o utilizando una representación polar,

$$X(e^{j\omega}) = X_R(e^{j\omega}) + jX_I(e^{j\omega}) = |X(e^{j\omega})| e^{j\angle X(e^{j\omega})} \quad (17)$$

donde  $|X(e^{j\omega})|$  y  $\angle X(e^{j\omega})$  representan la magnitud y fase de  $X(e^{j\omega})$ .

Desde un punto de vista práctico, la secuencia de muestras  $x[n]$  es siempre de longitud finita, lo que permite utilizar una alternativa a la FT conocida como Transformada Discreta de Fourier (DFT). A diferencia de la FT que es una función continua de  $\omega$ , la DFT puede entenderse como una secuencia de muestras equiespaciadas en frecuencia de  $X(e^{j\omega})$ . Tal como se ha comentado anteriormente, las secuencias reales son finitas en longitud, y en el caso de los sistemas eléctricos, pueden considerarse periódicas a corto plazo, lo que permite explotar algunas ventajas adicionales. Sea una secuencia  $\tilde{x}[n]$  periódica, con un periodo  $N$ , de forma que  $\tilde{x}[n] = \tilde{x}[n + mN]$  para todo  $m$  entero. Es posible para dicha secuencia  $\tilde{x}[n]$  obtener los coeficientes de la serie de Fourier que la representa  $\tilde{X}[k]$  mediante la expresión,

$$\tilde{X}[k] = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} = X(e^{j\omega}) \Big|_{\omega=\frac{2\pi}{N}k} \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (18)$$

Debe ponerse de manifiesto aquí que la secuencia  $\tilde{X}[k]$  es también periódica con periodo  $N$ . La DFT es un método aceptablemente bueno para determinar las componentes armónicas de una señal. Su principal inconveniente es la cantidad de tiempo necesaria para calcular los valores de  $\tilde{X}[k]$ . Esto es debido a que tanto  $k$  como  $n$  deben progresar desde  $0$  hasta  $N-1$ , lo que significa que la obtención de los  $N$  coeficientes  $\tilde{X}[k]$  exige una carga computacional de tipo  $O(N^2)$ . Para comprender que significado tiene esta carga en la obtención final de resultados, supóngase una señal de tensión o intensidad de la que pretende obtenerse su espectro de frecuencia desde la componente continua hasta una frecuencia de 25,6 kHz. Según el teorema de Nyquist es necesario muestrear la señal a una frecuencia que sea al menos el doble de la frecuencia máxima de la señal, esto es, unos

51,2 kHz. Considerando una frecuencia de marcha industrial de 50 Hz, esta frecuencia de muestreo supone tomar 1024 muestras por ciclo. Si la DFT de la señal se calcula en un procesador especializado en tratamiento digital de la señal o DSP<sup>4</sup> con un tiempo medio de ciclo de 100 ns, serán necesarios 0,1 s, lo que obliga a fijar una latencia de 0,1 s entre captura de ciclos, o lo que es equivalente, a reducir la frecuencia de muestreo a 10 Hz si se pretende realizar un procesado continuo.

Sin embargo, existen algoritmos muy eficientes que explotan ciertas propiedades de simetría en los coeficientes utilizados que conducen a una reducción de la carga computacional. Este tipo de soluciones dan lugar a algoritmos muy eficientes que pueden ser implementados en tiempo real con menores requerimientos en lo que respecta a recursos.

Si volvemos a la expresión (18), es posible extraer algunas ideas importantes. En primer lugar, se expresa el factor  $e^{-j\left(\frac{2\pi}{N}\right)}$  de una forma más compacta,

$$e^{-j\left(\frac{2\pi}{N}\right)} = W_N \quad (19)$$

Como puede observarse en la expresión (18), el término  $W_N$  se calcula numerosas veces durante la aplicación de la DFT. Dado que  $W_N$  es una función periódica que toma un número limitado de valores posibles, es posible utilizar esta redundancia para reducir el número de operaciones necesarias para obtener la DFT. La Transformada rápida de Fourier (FFT) y su inversa (IFFT) se apoyan en dicha redundancia, consiguiendo una reducción de la carga computacional a un nivel  $O(N \cdot \log_2(N))$ .

El primer paso en el proceso de reducción de carga computacional consiste en dividir la secuencia original en otras dos de menor longitud. Dicho proceso se conoce como diezmado. En esta primera aproximación al problema se va a dividir la secuencia original en dos; una de ellas con los índices pares y la otra con los impares. Por tanto, la expresión (18) se transforma en,

$$\tilde{X}[k] = \sum_{m=0}^{\frac{N}{2}-1} \tilde{x}[2m] W_N^{2mk} + \sum_{m=0}^{\frac{N}{2}-1} \tilde{x}[2m+1] W_N^{(2m+1)k} \quad (20)$$

que puede describirse como,

$$\tilde{X}[k] = \sum_{m=0}^{\frac{N}{2}-1} \tilde{x}[2m] (W_N^2)^{mk} + W_N^k \sum_{m=0}^{\frac{N}{2}-1} \tilde{x}[2m+1] (W_N^2)^{mk} \quad (21)$$

Volviendo a la expresión (19), y en base a la periodicidad de  $W_N$  es posible establecer la siguiente igualdad,

$$W_N^2 = e^{j\left(-\frac{2\pi}{N} \cdot 2\right)} = e^{j\left(-\frac{2\pi}{N/2}\right)} = W_{N/2} \quad (22)$$

La ecuación (21) puede expresarse ahora como,

$$\tilde{X}[k] = \sum_{m=0}^{\frac{N}{2}-1} \tilde{x}[2m] W_{N/2}^{mk} + W_N^k \sum_{m=0}^{\frac{N}{2}-1} \tilde{x}[2m+1] W_{N/2}^{mk} \quad (23)$$

<sup>4</sup> Digital Signal Processor (DSP)

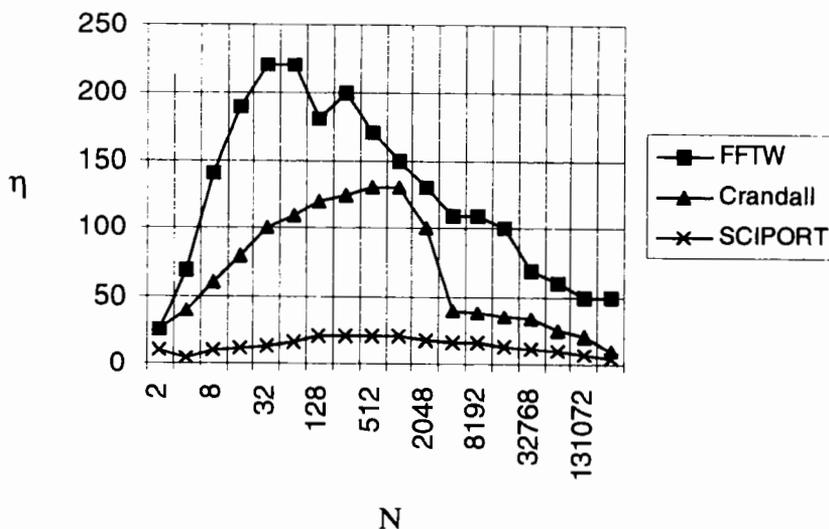
Si los términos pares se representan mediante  $T_p[k]$  y los impares mediante  $T_i[k]$ ,

$$\tilde{X}[k] = T_p[k] + W_N^k T_i[k] \quad (24)$$

Desde un punto de vista computacional,  $T_p[k]$  es la DFT de los valores de la secuencia  $\tilde{x}[n]$  correspondientes a los índices pares, mientras que  $T_i[k]$  es la DFT de los índices impares. De esta forma, se ha expresado una DFT de tamaño  $N$  en dos de tamaño  $N/2$ , de forma que el número de operaciones “multiplicación+suma” se reduce de  $N^2$  a  $N^2/2 + N/2$ .

Si el tamaño  $N$  de la secuencia puede expresarse mediante una potencia entera de 2, es posible volver a dividir cada una de las dos secuencias  $T_p[k]$  y  $T_i[k]$  en dos nuevas secuencias de tamaño mitad, de forma que en el límite la secuencia final tiene sólo dos puntos. Este algoritmo se conoce como FFT radix-2. En la literatura existen numerosas variantes de este método que optimizan recursos como el tiempo o la memoria necesaria para un determinado tamaño de la secuencia o tipo de datos de entrada [11].

Desde una perspectiva completamente orientada hacia la aplicación, Frigo y Jonson [14] del MIT han desarrollado una librería en C de difusión pública para el cálculo de la DFT mediante algoritmos FFT, denominada FFTW. Los propios autores resaltan el hecho de que no existe ningún algoritmo FFT que pueda ser considerado el mejor, en términos de eficiencia o velocidad, con carácter absoluto. En la figura 7 se muestra el resultado de un test de velocidad realizado sobre diferentes implementaciones, que representa velocidad relativa del algoritmo frente al número de puntos  $N$  de la secuencia. El valor de la figura reside en mostrar que el rendimiento de este tipo de técnicas está ligado al tamaño de la secuencia y al algoritmo FFT utilizado.



**Figura 7.** Comparativa entre diferentes implementaciones FFT para señales reales [14].

La figura de rendimiento  $\eta$  debe entenderse exclusivamente como una métrica de la inversa del tiempo necesario para calcular una FFT. Dado que a mayor  $N$  se necesita más tiempo para calcular la FFT, se ha normalizado el tiempo dividiéndolo por el número de operaciones necesarias para completar una FFT, esto es, por  $N \log_2 N$ .

Una vez obtenida la descomposición de la secuencia  $\tilde{x}[n]$ , los términos  $\tilde{X}[k]$  representan la magnitud y fase de sus componentes armónicas. La interpretación básica es la que se muestra en la tabla II, donde  $\|\tilde{X}[k]\|$  y  $\angle \tilde{X}[k]$  representan, respectivamente, la magnitud y fase de las componentes armónicas de  $\tilde{x}[n]$ . Para una señal de tensión o intensidad en el sistema eléctrico español,  $T$  es igual a 20 ms. Si se toman 64 muestras por ciclo  $N = 64$ , y por tanto, la frecuencia de muestreo es de 3200 Hz, lo que significa que  $\Delta T = 0,3125 \text{ ms}$ . La frecuencia máxima que es posible detectar será de 1550 Hz, que corresponde a  $k = N/2 - 1 = 31$ . La interpretación del resto de términos es la que se muestra en la tabla II.

A modo de ejemplo, la figura 8 muestra una señal distorsionada mediante un armónico de orden 3. El análisis de Fourier se realiza muestreando la señal con una  $f_m = 1600$  Hz y analizando las muestras de la señal mediante Matlab. En la misma figura se muestra el código Matlab utilizado para realizar el análisis.

Existen, sin embargo, tres problemas principales asociados a la utilización de la FFT que deben ser analizados [15]:

- *Aliasing*. También conocido como solapamiento espectral. Se trata de un fenómeno en el que las componentes frecuenciales de alta frecuencia se trasladan hacia las bajas frecuencias si la frecuencia de muestreo no es suficientemente alta. Este problema se resuelve aumentando la frecuencia de muestreo hasta verificar el teorema de muestreo de Nyquist.
- *Picket-Fence*. Este fenómeno se manifiesta cuando la señal contiene componentes frecuenciales cuya frecuencia no es un múltiplo entero de la frecuencia de muestreo.
- *Spectral Leakage*. También conocido como dispersión espectral. Este término proporciona información sobre la dispersión de energía de una frecuencia entre las componentes adyacentes. Se origina por el truncamiento de la secuencia temporal durante el proceso de muestreo. La forma más común de reducir sus efectos consiste en suavizar los extremos de la secuencia o ajustarla temporalmente para conseguir mejorar su periodicidad [11].

Una vez obtenida la descomposición frecuencial de la señales de tensión e intensidad, el cálculo de las potencias, a partir de las definiciones propuestas, es inmediato. En la figura 9 se resume el proceso completo.

**Tabla II.** Interpretación de la secuencia  $\tilde{X}[k]$  obtenida mediante la FFT.

| Índice k | Frecuencia         | Magnitud            | Fase                  |
|----------|--------------------|---------------------|-----------------------|
| 0        | Corriente continua | $\ \tilde{X}[0]\ $  | 0                     |
| 1        | 50 Hz              | $\ \tilde{X}[1]\ $  | $\angle\tilde{X}[1]$  |
| 2        | 100 Hz             | $\ \tilde{X}[2]\ $  | $\angle\tilde{X}[2]$  |
| 3        | 150 Hz             | $\ \tilde{X}[3]\ $  | $\angle\tilde{X}[3]$  |
| k        | 50k Hz             | $\ \tilde{X}[k]\ $  | $\angle\tilde{X}[k]$  |
| 31       | 1550 Hz            | $\ \tilde{X}[31]\ $ | $\angle\tilde{X}[31]$ |

## CASOS PRÁCTICOS

Se presentan, a continuación, dos casos prácticos relacionados con la medida de inyecciones de potencia activa a diferentes frecuencias. En el primer caso, las inyecciones de potencia se obtienen en el dominio de la frecuencia, a partir de las muestras de las señales de tensión e intensidad. En el segundo caso, el cálculo se realiza en el dominio del tiempo, utilizando directamente las muestras de las señales.

### 1. Detección de inyecciones de potencia no-sinusoidal provocadas por ensayos bifrecuencia en máquinas asíncronas

La verificación de la evolución térmica de los circuitos de grandes motores asíncronos trabajando en condiciones nominales, obliga a los fabricantes a utilizar procedimientos de ensayo que pueden generar

inyecciones de potencia interarmónica a la red, provocando una distorsión de la tensión en el punto de conexión común (PCC) que puede afectar a otras cargas más sensibles conectadas “aguas abajo”. Adicionalmente, la existencia de componentes frecuenciales de tensión e intensidad distintas de la frecuencia de marcha industrial de 50 Hz origina flujos de potencia activa y reactiva que afectan al funcionamiento de los contadores de energía. La utilización de una instrumentación de muestreo permite la detección de este tipo de inyecciones, utilizando como algoritmo de cálculo las formulaciones propuestas por el Grupo de Definiciones de Potencia en Régimen no-sinusoidal del IEEE [16].

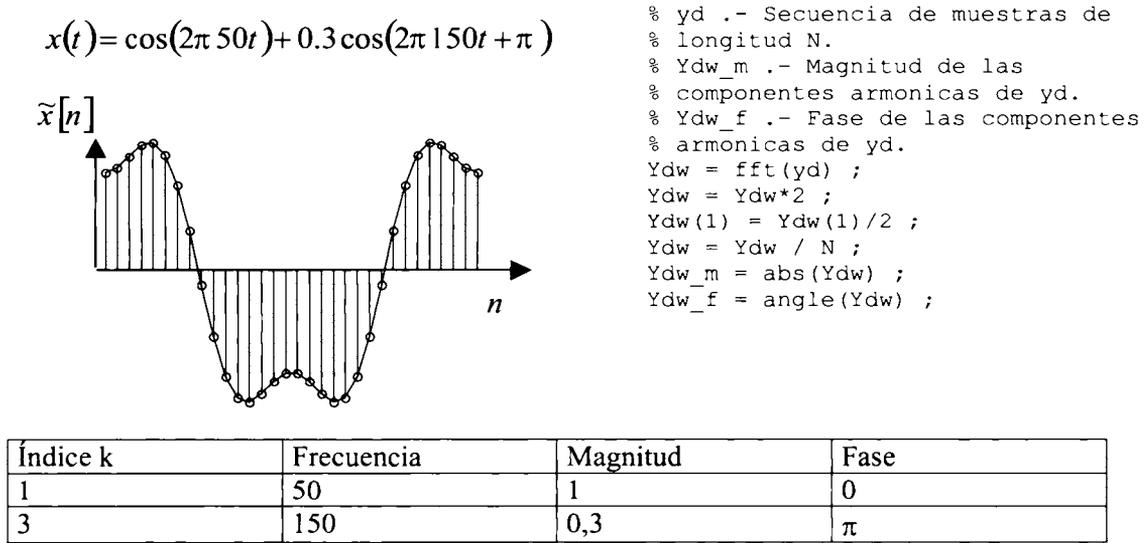


Figura 8. Análisis FFT mediante Matlab de una secuencia periódica.

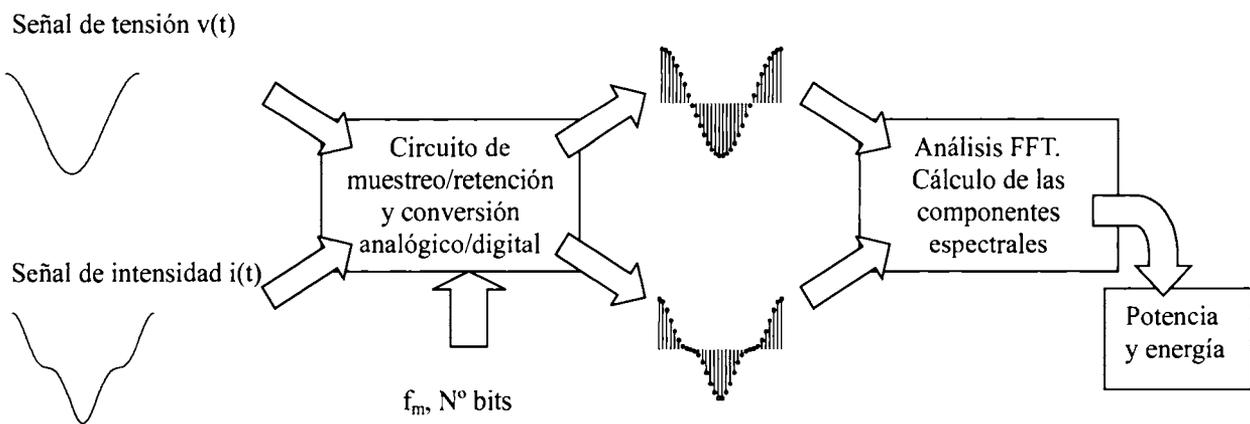


Figura 9. Resumen del proceso de cálculo de potencia y energía en el dominio de la frecuencia.

### 1.1. Introducción

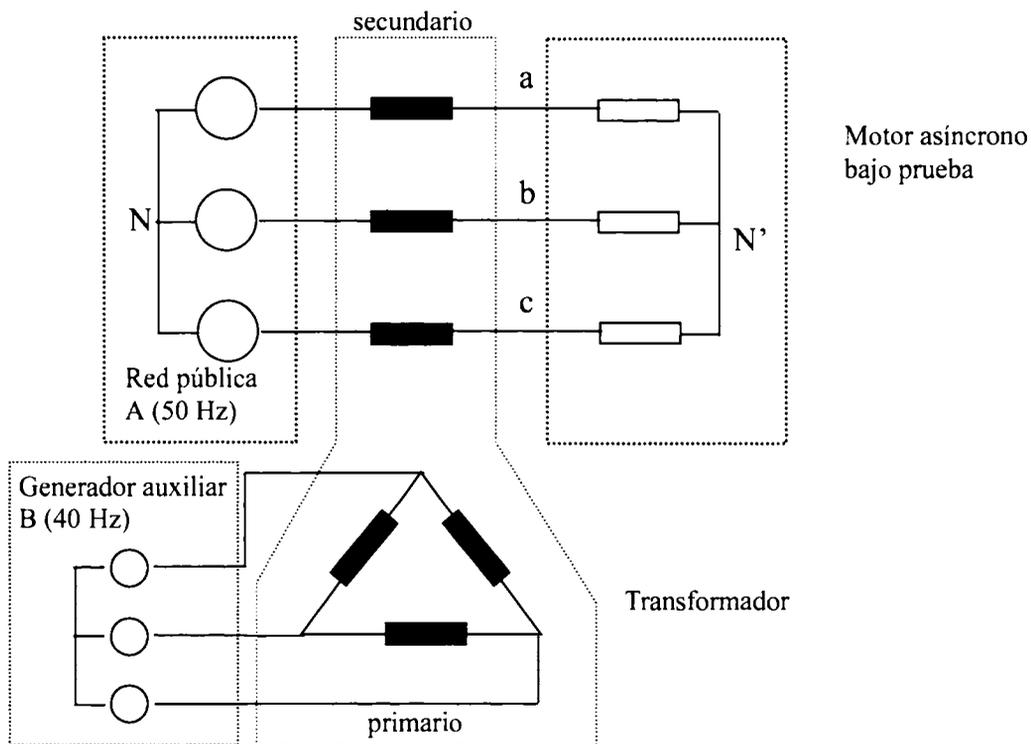
Los fabricantes de motores de inducción están obligados a seguir una serie de protocolos de ensayo, en orden a garantizar que las máquinas que construyen cumplan con los valores de placa, así como con los requisitos impuestos por las normativas nacionales del país donde va a utilizarse dicho motor.

Uno de estos ensayos va encaminado a comprobar que la evolución de la temperatura dentro de la máquina sigue una determinada velocidad de crecimiento. En muchos casos, deben simularse las condiciones reales de explotación de dicha máquina, lo que obliga a hacerla trabajar a régimen nominal, de forma que puedan evaluarse también parámetros como par, intensidades en los devanados e índices de eficiencia.

Este tipo de ensayos relacionados con la explotación real de la máquina, no son especialmente complejos cuando dichas máquinas tienen potencias nominales reducidas. Sin embargo, cuando se trata de potencias importantes, la duración del ensayo y la necesidad de disponer de cargas reales puede llegar a ser un problema insalvable para el fabricante, que debe recurrir a métodos alternativos, especialmente, cuando las máquinas a ensayar están diseñadas para funcionar con el eje en posición vertical.

Una solución a este problema fue propuesta por Ytterberg en 1921 y recibe el nombre de ensayo bifrecuencia (*two-frequency method* en la literatura anglosajona).

Desafortunadamente, este método obliga a utilizar dos fuentes de tensión de frecuencias diferentes acopladas en serie para proporcionar una señal bifrecuencia al motor bajo prueba, tal como se muestra en la figura 10, dando lugar a posibles inyecciones de potencia a frecuencias distintas a la nominal si no se toman las medidas adecuadas. Además de afectar a cargas sensibles, este tipo de inyecciones originan un par de frenado en los contadores de tipo Ferraris, dando lugar a lecturas erróneas.



**Figura 10.** Esquema eléctrico simplificado del ensayo bifrecuencia.

Para poder detectar este tipo de anomalías, se plantea la estructura de un equipo de instrumentación capaz de obtener la potencia armónica puesta en juego hacia y desde la red distribución, de forma que la emisión de potencia esté controlada. El objetivo final es conseguir un perfil de potencias armónicas que permita identificar el funcionamiento de dicha carga.

### 1.2. Fundamento teórico del método

La realización de este ensayo requiere aplicar una tensión formada por dos componentes frecuenciales próximas pero distintas. En EEUU suele utilizarse 60/50, mientras que en Europa se emplean las frecuencias 50/40 Hz. De esta forma, como generador principal se utiliza la red pública de alimentación, mientras que como generador auxiliar suele utilizarse un generador síncrono generando a 40 Hz. En este último caso, el generador de 40 Hz emplea como motor primario un motor de cc. En la figura 10, puede observarse que si los sistemas generadores y la carga están equilibrados, la tensión  $V_{N'N''} = 0$ , y por tanto, las tensiones de alimentación del motor, bajo prueba, tienen una expresión de la forma,

$$v_{aN'} = \sqrt{2}V_A \cos(\omega_A t + \varphi_A) + \sqrt{2}V_B \cos(\omega_B t + \varphi_B) \quad (25)$$

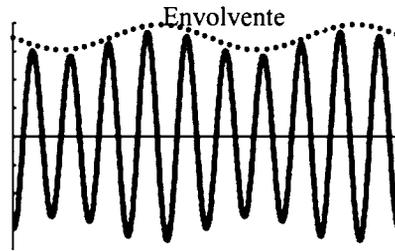
$$v_{bN'} = \sqrt{2}V_A \cos\left(\omega_A t + \varphi_A - \frac{2\pi}{3}\right) + \sqrt{2}V_B \cos\left(\omega_B t + \varphi_B - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (26)$$

$$v_{cN'} = \sqrt{2}V_A \cos\left(\omega_A t + \varphi_A + \frac{2\pi}{3}\right) + \sqrt{2}V_B \cos\left(\omega_B t + \varphi_B + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (27)$$

donde,

- $V_A$  Valor eficaz de la tensión del generador principal A (Red pública de alimentación)
- $V_B$  Valor eficaz de la tensión del secundario del transformador alimentado por el Generador auxiliar B (Generador síncrono)
- $\omega_A$  Pulsación de la tensión principal ( $2\pi 50$  rd/s)
- $\omega_B$  Pulsación del generador auxiliar ( $2\pi 40$  rd/s)
- $\varphi_A$  Fase inicial del generador principal
- $\varphi_B$  Fase inicial del generador auxiliar

La figura 11 muestra la forma de onda de la tensión resultante para una de las fases, donde puede observarse la envolvente de amplitud  $\lambda = \frac{V_B}{V_A}$  y pulsación  $\omega_\Delta = \omega_A - \omega_B$ .



**Figura 11.** Tensión simple de alimentación del motor bajo prueba en una de las fases del motor.

Con esta tensión de alimentación, la pulsación del campo magnético en el entrehierro de la máquina, bajo prueba, está acotada en el intervalo definido por la expresión de Kron.

$$\frac{\omega_A(1+x\lambda)}{1+\lambda} < \omega < \frac{\omega_A(1-x\lambda)}{1-\lambda} \quad (28)$$

donde  $x = \frac{\omega_B}{\omega_A}$ .

Valores típicos, en este tipo de ensayos, son:  $\omega_A = 314,15$  rd/s;  $\omega_B = 251,32$  rd/s;  $V_A = 6300$  V y  $V_B = 3000$  V. Sustituyendo en la expresión anterior se obtiene que  $\omega \in [293, 372]$  rd/s, de forma que, alternativamente, el rotor está, continuamente, acelerando y decelerando, por lo que la máquina asíncrona se encuentra absorbiendo y cediendo energía a la red.

Desde el punto de vista del balance energético, debe tenerse en cuenta que el generador auxiliar está inyectando potencia hacia el motor bajo prueba, pero dado que se encuentra conectado a la red, inyecta también potencia hacia la red. Esta inyección de corriente a 40 Hz va a dar lugar a una distorsión de la tensión en el PCC, limitada únicamente por la potencia de cortocircuito en dicho punto. Desde un punto de vista energético, los flujos de energía quedan representados en la figura 12.

La formulación para el cálculo de los flujos de potencia y energía se realiza mediante la formulación propuesta por el Grupo de Trabajo de IEEE para la definición de Potencias en Régimen no-sinusoidal.

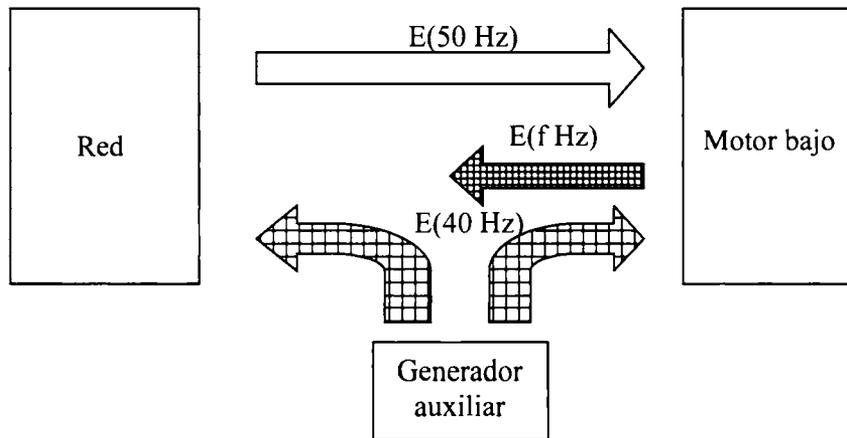


Figura 12. Flujo de potencias en el ensayo.

Dicho Grupo establece una formulación para la medida de la potencia activa -no fundamental- en sistemas con componentes armónicas, según la expresión:

$$P_H = \sum_{h \neq 1} V_h I_h \cos \theta_h \quad (29)$$

donde,

$$V_h = \|\tilde{V}[h]\|$$

$$I_h = \|\tilde{I}[h]\|$$

$$\theta_h = \angle \tilde{V}[h] - \angle \tilde{I}[h]$$

Sin embargo, es necesario generalizar la definición anterior para poder resolver problemas donde las componentes de frecuencia de la tensión e intensidad no tienen un origen armónico, sino interarmónico.

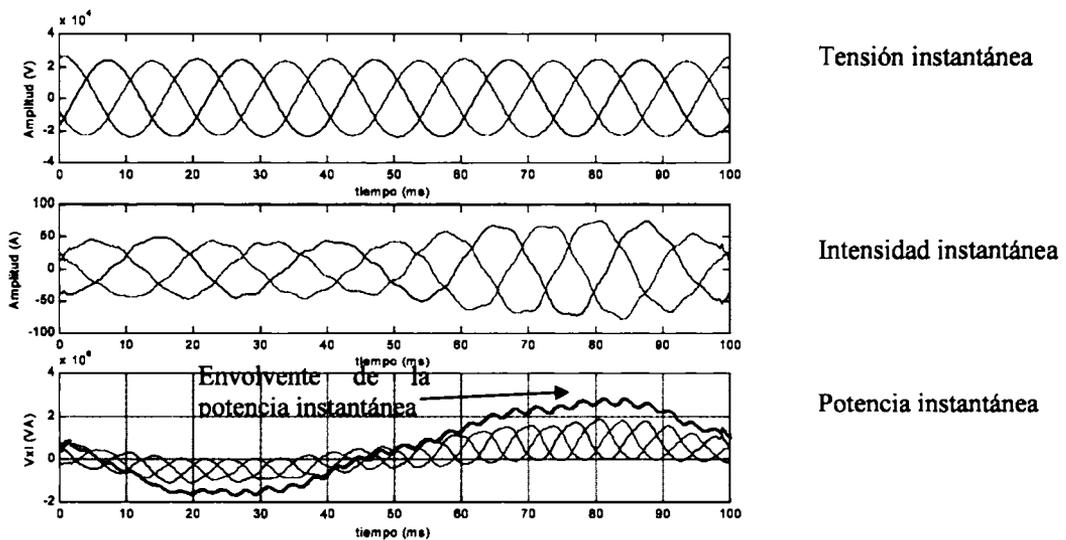


Figura 13. Evolución instantánea de las magnitudes tensión, intensidad y potencia en el punto de conexión a la red.

De esta forma, la expresión anterior se formula como,

$$P_H = \int_0^{\infty} V(f)I(f)\cos(\theta_f)df - V_1I_1 \cos\theta_1 \quad (30)$$

donde, en el caso de redes trifásicas, la expresión anterior se puede escribir como:

$$P_{H,total} = P_{H,a} + P_{H,b} + P_{H,c} \quad (31)$$

### 1.3. Realización práctica de la medida

La instrumentación utilizada está orientada a la medida y análisis del flujo de potencias en redes eléctricas distorsionadas. En este caso concreto, la instrumentación se programó para realizar un análisis espectral de tensiones e intensidades con una resolución de 10 Hz.

La arquitectura básica de la instrumentación propuesta MEPERT, tanto en lo que se refiere al *hardware* como al *software*, puede encontrarse en [17].

### 1.4. Resultados

El análisis de la potencia instantánea reflejó la existencia de un periodo básico de 100 ms, de forma que la extracción de las componentes frecuenciales de dicha potencia se realizó en base a una componente fundamental de 10 Hz. Con esta referencia, la componente de 50 Hz se obtiene como el quinto armónico. Este análisis, aún con sus limitaciones, resulta mucho más preciso que la medida de potencia a 50 Hz. En la figura 13 se muestra un registro con la evolución instantánea de las magnitudes tensión, intensidad y potencia, durante un intervalo de 100 ms.

**Tabla III.** Descomposición frecuencial de las componentes de potencia activa.

| P entrante 50 Hz | P saliente distinta de 50 Hz               |
|------------------|--|
| 100 %            | Media = 1,5% (40 Hz) Máxima = 4,5% (40 Hz) |

En la Tabla III, se muestran los resultados obtenidos para la descomposición frecuencial de la potencia activa durante las medidas. Dichos resultados se expresan en tanto por ciento de la componente de 50 Hz.

Finalmente y a modo de conclusión es posible establecer que el método de ensayo bifrecuencia ha demostrado ser un procedimiento muy ventajoso para la realización de ensayos de calentamiento en máquinas asíncronas, especialmente, cuando son de potencias elevadas.

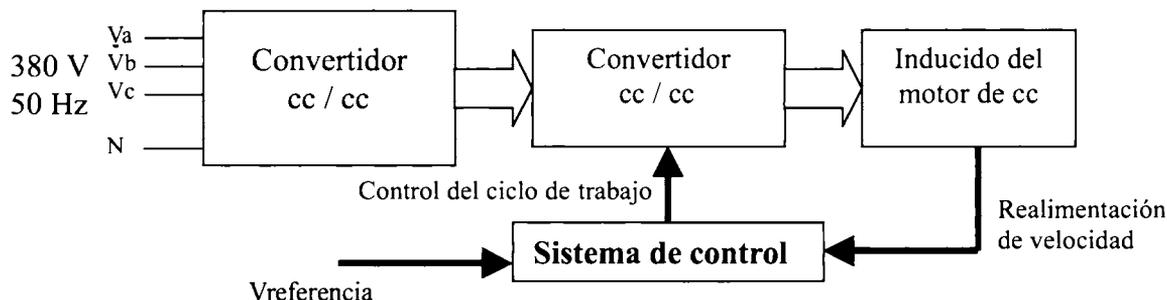
Sin embargo, la realización de este tipo de ensayos puede dar lugar a la inyección de potencias activas de frecuencia no fundamental hacia la red, produciendo una distorsión en la tensión del PCC que puede afectar a cargas sensibles conectadas “aguas abajo”. Esta inyección de potencia activa hacia la red provoca, además, un frenado en los discos de los contadores Ferraris, dando lugar a errores en las lecturas de energía.

La existencia de este tipo de fenómenos en las redes eléctricas justifica el desarrollo de equipos de instrumentación que permitan la detección de este tipo de flujo de potencias.

## 2. Medida de la potencia activa consumida por un motor de cc alimentado mediante un convertidor cc/cc

Como se ha comentado anteriormente, la utilización de instrumentación de muestreo para la medida de potencia activa en variadores de velocidad, tanto en el caso de motores de cc como de ca, resulta especialmente indicada debido a la presencia de componentes frecuenciales en las señales de tensión e intensidad. Un ejemplo ilustrativo de este problema lo plantea la regulación de velocidad de la máquina de cc mediante un convertidor cc/cc. La idea básica consiste en controlar el par motor mediante la intensidad de inducido, que a su vez se controla actuando sobre la tensión de alimentación de inducido mediante un convertidor cc/cc. En la figura 14 se muestra un esquema simplificado del accionamiento. La potencia

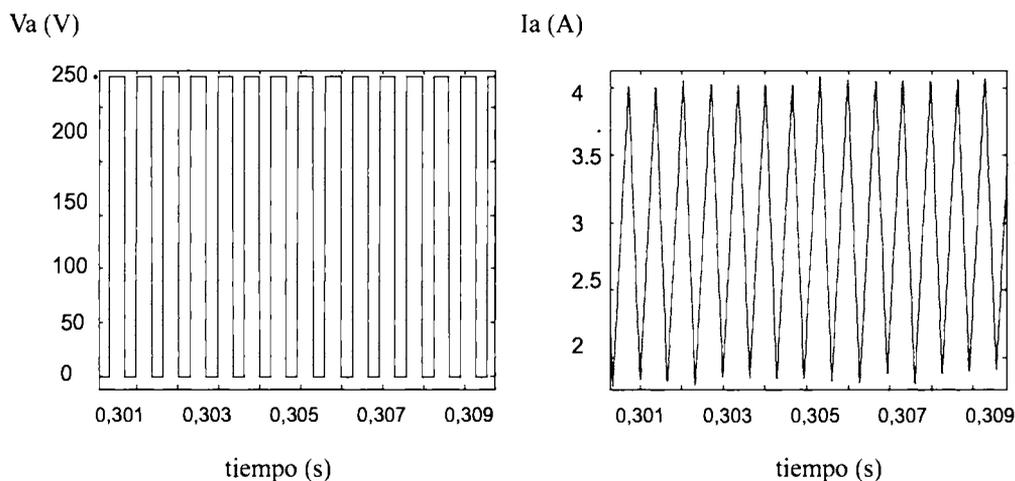
nominal del motor es de 3,6 kW con una tensión nominal de alimentación de 240 V. El circuito de campo trabaja con excitación constante de 1 A.



**Figura 14.** Estructura básica del circuito de potencia de un accionamiento de cc con control de inducido.

### 2.1. Medida de tensión e intensidad

En esta aplicación, la tensión de inducido responde a una forma de onda cuadrada, típica de las conmutaciones del convertidor cc/cc que alimenta el inducido del motor [18]. Sin embargo, la intensidad consumida por el inducido responde a una variación más continua, motivada por el efecto de filtrado que sobre la tensión realiza la parte inductiva del inducido y la inductancia externa de filtrado. En la figura 15 se muestran las formas de onda de la tensión e intensidad en un intervalo corto de tiempo muestreadas a 100 kHz.



**Figura 15.** Formas de onda de la tensión e intensidad en el inducido del motor de cc.

### 2.2. Resultados

A partir de las secuencias de tensión e intensidad en bornes del inducido, y aplicando la expresión (10) se obtienen los resultados que se muestran en la tabla IV.

**Tabla IV.** Resultados de las medidas de potencia sobre el inducido de un motor de cc.

| Magnitud                      | Resultado |
|-------------------------------|-----------|
| P                             | 457 W     |
| Va                            | 210 V     |
| Ia                            | 3 A       |
| S                             | 630 VA    |
| Q (según la fórmula de Fryze) | 433 VAR   |

## REFERENCIAS

- [1] Mañana, M.: "Instrumentación para la medida de perturbaciones conducidas en sistemas eléctricos de potencia". La calidad del suministro eléctrico. XVI Cursos de verano de Laredo. Laredo, 17-21 de julio de 2000. Universidad de Cantabria.
- [2] Balcells, J.: "Registro de la calidad de red: cómo compactar datos". XVI Cursos de verano de Laredo. Laredo, 17-21 de julio de 2000. Universidad de Cantabria.
- [3] Muscas, C.; Peretto, L.; Sasdelli, R.: "*An Automatic Test Equipment for the Calibration of Voltage Transducers*". Proceedings of the 17<sup>th</sup> IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference. Vol. 2, pp 860-865. New Jersey. 2000.
- [4] Sasdelli, R.; Menchetti, A.; Peretto, L.: "*A Digital Instrument for the Calibration of Current-to-Voltage Transducers*". IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference. Vol. 1, pp 276-280. Ottawa, Canada. 1997.
- [5] Ferrero, A.; Muscas, C.: "*On the Selection of the "Best" Test Waveform for Calibrating Electrical Instruments under Nonsinusoidal Conditions*". IEEE Trans. On Instrumentation and Measurement. Vol. 49, No. 2, April 2000, pp 382-387. 2000.
- [6] Locci, N.; Muscas, C.: "*Comparative Analysis Between Active and Passive Current Transducers in Sinusoidal and Distorted Conditions*". IEEE Trans. On Instrumentation and Measurement. Vol. 50, No. 1, Febrero 2001. pp 123-128.
- [7] UNE-EN 60044. Transformadores de medida. Enero 2000.
- [8] UNE-EN 61000-4-7. Compatibilidad electromagnética (CEM). Parte 4: Técnicas de ensayo y de medida. Sección 7: Guía general relativa a las medidas de armónicos e interarmónicos, así como a los aparatos de medida, aplicable a las redes de alimentación y a los aparatos conectados a éstas. Noviembre de 1996.
- [9] Marvin, C.; Ewers, G.: *A Simple Approach to Digital Signal Processing*. Texas Instruments. 1994.
- [10] UNE 21378-86. Equipo de ensayo de contadores de energía eléctrica. Diciembre de 1986.
- [11] Oppenheim, A.V.; Schaffer, R.W.: *Discrete-Time Signal Processing*. Prentice-Hall International, Inc. 1989.
- [12] Eguíluz, L.I.: "Flujo de potencias y calidad de suministro". La calidad del suministro eléctrico. XVI Cursos de verano de Laredo. Julio de 2000.
- [13] Czarkowski, D.: "*Power Measurements in Adjustable Speed Drives*". Proceedings of Midwest Symposium on Circuits and Systems. Vol. 1, pp 110-113. New York, 1998.
- [14] Frigo, M.; Johnson, S.: "*FFTW: An Adaptive Software Architecture For The FFT*". IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. ICASSP'98 Conference Proceedings Vol. 3, pp 1381-1384. New York. 1998.
- [15] Girgis, A.; Ham, F.: "*A Quantitative Study of Pitfalls in the FFT*" IEEE Trans. On Aerospace and Electronic Systems. Vol. AES-16, No. 4. July 1980.
- [16] IEEE Working Group on Nonsinusoidal Situations, "Practical Definitions for Power in Systems with Nonsinusoidal Waveforms and Unbalanced Loads: A Discussion". IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 11, No. 1. January 1996.
- [17] Mañana, M.: Aportaciones a la representación, detección y clasificación de perturbaciones conducidas en sistemas eléctricos de potencia. Tesis doctoral de la Universidad de Cantabria. 2000.
- [18] Rashid, M.: Electrónica de potencia. Prentice-Hall. 1995.

## **MEDIDORES COMERCIALES DE ENERGÍA. ERRORES EN RÉGIMEN NO-SINUSOIDAL. MEDIDAS DE CAMPO.**

*José Carlos Lavandero González*

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética. Universidad de Cantabria.

*La creciente utilización de todo un conjunto de aparatos electrónicos que se conectan a la red eléctrica, ha ocasionado un crecimiento espectacular de los problemas relativos a la calidad de la onda, que desde hace algún tiempo vienen siendo noticia. Todo ello, origina un sistema eléctrico armónico, donde la transferencia de energía a las frecuencias armónicas es complicada, al menos, desde un punto de vista físico-analítico.*

*En el conjunto de las medidas eléctricas, la medida de la energía posee unas connotaciones económicas muy importantes, debido a que de los resultados de las mediciones dependen los ingresos por ventas de las compañías productoras y distribuidoras eléctricas. De aquí, que en el contador de energía eléctrica concurren intereses contrapuestos, por tratarse del aparato utilizado para cuantificar una transacción comercial.*

*Los contadores de energía por inducción –electromecánicos o Ferraris–, mayoritariamente instalados en los abonados individuales, integran la potencia activa por rotación de un disco, estando diseñados para operar, correctamente, dentro de un estrecho margen de frecuencias. Cuando la red posee armónicos, aparecen otras componentes de potencia activa, que también son integradas, originando un error significativo.*

*Con el objeto de dar a conocer los órdenes de magnitud de los errores involucrados en la medida de la energía eléctrica, tanto activa como reactiva, en esta ponencia se muestra un algoritmo para la simulación del funcionamiento y predicción del error en contadores de inducción, así como diversas curvas de error determinadas en pruebas de laboratorio.*

### **INTRODUCCIÓN**

En estos últimos años se viene observando un interés creciente por los temas de la Calidad de la Onda Eléctrica. Esto puede ser explicado, en parte, debido al uso de equipos electrónicos de potencia no lineales, principalmente, en el ambiente industrial como en los edificios de oficinas. Los problemas asociados con la calidad de la onda son armónicos, transitorios, huecos y otros más. Estos originan sobre la propia red efectos no deseados, tal como el sobrecalentamiento de los transformadores, corrientes excesivas en el conductor

neutro, fallos en las comunicaciones, etc. Por otro lado, también plantean problemas de relevancia las magnitudes energéticas involucradas así como sus técnicas de medida.

Los contadores de energía eléctrica que están siendo utilizados por los suministradores de electricidad en Europa, pueden dividirse en varios tipos:

- 1) Contadores electromecánicos analógicos: El funcionamiento de estos medidores está basado en el principio de inducción de Ferraris. Varios millones de estos aparatos están instalados en toda Europa.
- 2) Contadores digitales puros: Este tipo de medidores muestrean las señales de tensión y corriente calculando la cantidad de energía por medio de un microprocesador.
- 3) Contadores mixtos analógico-digitales.

Los contadores de inducción, utilizan un sistema rotativo consistente en un disco, generalmente de aluminio, dispuesto sobre un eje vertical. Parte de la superficie del disco, atraviesa los entrehierros de dos electroimanes, alimentados en corriente alterna sinusoidal, que originan corrientes inducidas en el disco; la interacción entre las corrientes inducidas y los campos, ocasionan el giro del disco. Normalmente, las bobinas de los electroimanes son, una de tensión y otra de corriente. A pesar de los inconvenientes técnicos que plantean, como se verá más adelante, por razones fundamentalmente de tipo económico, han conducido a su utilización masiva y casi exclusiva de este tipo de contadores.

Típicamente, la energía activa consumida, la potencia activa –ambas, total o fundamental– y la potencia reactiva, son consideradas magnitudes muy relevantes, en tanto tienen que ver con la facturación de la energía eléctrica. En especial, los diferentes tipos de la llamada energía “reactiva” aún no están definidos claramente cuando existe presencia armónica y, por tanto, es de esperar que los diferentes contadores no registren idénticas medidas.

Hoy en día, existe una fuerte controversia y discusión en el mundo de la ingeniería eléctrica en relación con las definiciones de potencia en regímenes no sinusoidales. Actualmente, no ha sido adoptado un estándar general con respecto a que términos de la potencia deben ser integrados por los medidores de energía.

La potencia y energía activa, tiene un claro significado físico: refleja el flujo de potencia o energía neta transferida durante un periodo de integración, es decir:

$$P = \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} p(t) dt \quad (1)$$

Si el flujo de potencia es estacionario, o permanente, y si solamente son integrados los armónicos enteros, la integral de la potencia, puede ser escrita, como:

$$P = P_1 + P_H = V_1 I_1 \cos \varphi_1 + \sum_{h=2}^n V_h I_h \cos \varphi_h \quad (2)$$

La potencia activa total  $P$ , es la medida por muchos medidores de energía activa. El primer término de (2), la potencia activa fundamental  $P_1$ , también es usada en algunas ocasiones. La potencia activa armónica  $P_H$  puede ser positiva o negativa, pudiendo añadirse o restarse a  $P_1$ , cuando en la red existen cargas que originan armónicos.

La definición de potencia reactiva en régimen no sinusoidal se encuentra en un intenso y difícil debate. Sin embargo, es apropiado mencionar que la mayoría de los medidores tienen implementadas una de siguientes definiciones de potencia reactiva:

$$Q_1 = V_1 I_1 \text{sen} \varphi_1 \quad (3)$$

$$Q_F = \sqrt{V^2 - I^2 - P^2} \quad (4)$$

donde,  $Q_1$  es la llamada potencia reactiva fundamental y  $Q_F$  es conocida como la potencia reactiva de Fryze. La implementación numérica de estas expresiones, claro está, es diferente.

En la literatura [4, 5], se encuentran publicadas diferentes pruebas que discuten el funcionamiento de los equipos medidores analógicos y digitales para el registro de la energía activa y reactiva. Los resultados obtenidos por [4] muestran que puede existir una gran diferencia en el funcionamiento de los contadores de energía activa basados en principios de funcionamiento diferentes. En estas pruebas, fueron ensayados contadores monofásicos y trifásicos para determinar la magnitud del error cuando se les sometía a formas de onda reales, desequilibrios y armónicos, registrándose errores superiores al -10 %. En [5], las investigaciones se centraron en los medidores de potencia reactiva. La conclusión más importante fue que la definición seleccionada como referencia, constituye la mayor fuente en el tamaño del error. El rango de errores relativos se sitúan entre -41% al +68%, cuando se aplica la forma de onda real.

La ponencia se centra, en primer lugar, en abordar el principio físico-matemático de funcionamiento del contador de inducción de activa, que conlleva el establecimiento de un modelo de simulación del error en presencia de formas de onda no sinusoidales. Posteriormente, se revisan diversas publicaciones que muestran los errores de registro de los aparatos de medida de la energía de uso general, fundamentalmente, de los contadores de inducción de energía activa y reactiva en presencia de cargas no lineales.

### INTEGRACIÓN POR AMORTIGUAMIENTO

En general, la potencia eléctrica demandada por un abonado, o por una instalación, no es constante a lo largo del tiempo. Si la demanda de potencia instantánea  $p(t)$ , viene representada por la curva de la figura 1, la energía consumida en un intervalo  $\Delta t$ , vale  $w(\Delta t) = p(t) \Delta t$ . Para determinar la energía consumida entre los instantes  $t_0$  y  $t_1$ , deberá procederse a la integración de la potencia en función del tiempo, es decir:

$$W(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} p(t) dt \tag{5}$$

Para la medida de la energía activa y reactiva, como se ha dicho, está generalizado el uso de los contadores de inducción –Ferraris–. Estos, son aparatos integradores por la acción del amortiguamiento, no poseyendo ni cero ni par antagonista elástico. Básicamente, están constituidos por un disco rotor que sirve, al mismo tiempo, de órgano motor y de freno. El par motor es proporcionado por dos electroimanes que producen campos desfasados. El par resistente procede de las corrientes de Foucault inducidas por un imán en cuyo entrehierro gira el disco.

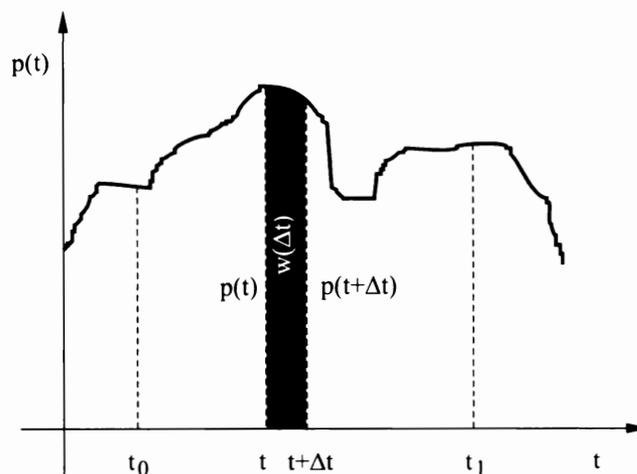


Figura 1. Potencia instantánea demanda por una instalación.

La variable básica del contador lo constituye al ángulo  $\theta$  girado por el disco. Este, se relaciona con la velocidad angular del disco según,  $\Omega = d\theta / dt$ . Mecánicamente, el contador está sometido a tres tipos de pares:

- i. Par de inercia, proporcional a la aceleración angular,  $J(d^2\theta / dt^2)$ .
- ii. Par de rozamiento, proporcional a la velocidad,  $G(d\theta / dt)$ .
- iii. Par motor, proporcional a la potencia a integrar,  $K p(t)$ .

Resulta, por tanto, la ecuación diferencial del contador:

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + G \frac{d\theta}{dt} = K p(t) \quad (6)$$

En general, los aparatos de corriente alterna en régimen permanente están sujetos a un par fluctuante, sin embargo, debido a la acción del amortiguamiento, el equipo queda sometido, únicamente, a un par medio y como toda media, por definición, resulta de una integración. Integrando la ecuación (6) entre los instantes  $t_0$  y  $t_1$ , resulta:

$$\int_{t_0}^{t_1} \left( J \frac{d^2\theta}{dt^2} + G \frac{d\theta}{dt} \right) dt = \int_{t_0}^{t_1} K p(t) dt \quad , \quad J \frac{d\theta}{dt} \Big|_{t_0}^{t_1} + G \theta \Big|_{t_0}^{t_1} = K W(t_0, t_1) \quad (7)$$

En consecuencia, si durante el periodo de integración, la velocidad inicial y final es idéntica -o nula-, resulta que la energía medida es proporcional al ángulo girado por el disco, es decir:

$$W(t_0, t_1) = \frac{G}{K} (\theta_{t_1} - \theta_{t_0}) \quad (8)$$

En la práctica, los contadores no satisfacen plenamente las condiciones teóricas descritas, debido a que aparece un par de rozamiento de sólido contra sólido, no exactamente proporcional a la velocidad, cuyo efecto principal es el impedir que el equipo responda a señales débiles y, también, el llamado par de retorno, debido a la fuerza de la gravedad. Ambos actúan como freno y cuando se produce una integración, ambos efectos se acumulan y el aparato indica por defecto.

## PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO DEL CONTADOR DE INDUCCIÓN

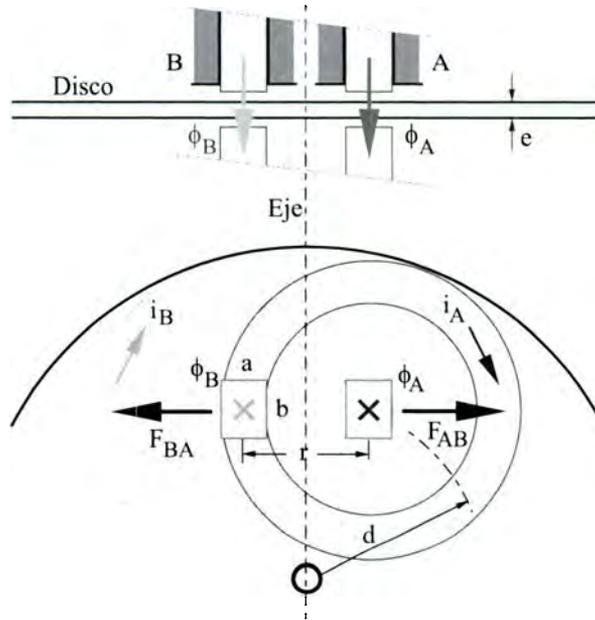
### 1. Par motor

En la figura 2, se muestran dos electroimanes, A y B, en cuyo entrehierro se encuentra un disco conductor, amagnético y giratorio. Cuando se alimentan las bobinas de los electroimanes con corrientes sinusoidales, de idéntica pulsación  $\omega$ , se originan los flujos instantáneos (9), donde,  $\Phi_A$  y  $\Phi_B$  son los valores máximos y  $\beta$ , su fase inicial.

$$\begin{aligned} \phi_A &= \Phi_A \text{ sen}(\omega t) \\ \phi_B &= \Phi_B \text{ sen}(\omega t - \beta) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} B_A &= \frac{\Phi_A}{ab} \text{ sen}(\omega t) \\ B_B &= \frac{\Phi_B}{ab} \text{ sen}(\omega t - \beta) \end{aligned} \quad (10)$$

En la hipótesis de que el flujo de dispersión sea nulo, así como la expansión de las líneas de flujo en el entrehierro, la inducción en el mismo, se expresa según (10), siendo,  $a$  y  $b$  las dimensiones rectangulares de los núcleos.



**Figura 2.** Acción de dos electroimanes alimentados en c.a. sobre un disco giratorio conductor.

Las ff.ee.mm. inducidas en el disco por los flujos, valen, respectivamente:

$$e_A = -\frac{d\phi_A}{dt} = -\omega \Phi_A \cos(\omega t) = \omega \Phi_A \text{sen}(\omega t - \pi/2)$$

$$e_B = -\frac{d\phi_B}{dt} = -\omega \Phi_B \cos(\omega t - \beta) = \omega \Phi_B \text{sen}(\omega t - \beta - \pi/2) \quad (11)$$

La corriente inducida por electroimán A,  $i_A$ , y que pasa bajo el electroimán B, supuesto un camino circular de la misma, y despreciando la inductancia de dicha línea de corriente, vale (12). De igual forma, la corriente inducida por el electroimán B,  $i_B$ .

$$i_A = \frac{e_A}{R_A} = \frac{\omega \Phi_A \text{sen}(\omega t - \pi/2)}{\rho \frac{2\pi r}{ae}}$$

$$i_B = \frac{e_B}{R_B} = \frac{\omega \Phi_B \text{sen}(\omega t - \beta - \pi/2)}{\rho \frac{2\pi r}{ae}} \quad (12)$$

La fuerza producida por el electroimán B sobre el elemento de corriente  $b i_A$ , bajo dicho polo, se escribe según (13). De forma semejante, para la fuerza ejercida sobre elemento de corriente  $b i_B$  por el electroimán A.

$$f_{AB} = b_B i_A b = \frac{\omega \Phi_A \Phi_B e}{4\pi \rho r} [\cos(\pi/2 - \beta) - \cos(2\omega t - \beta - \pi/2)]$$

$$f_{BA} = b_A i_B b = \frac{\omega \Phi_A \Phi_B e}{4\pi \rho r} [\cos(\pi/2 + \beta) - \cos(2\omega t - \beta - \pi/2)] \quad (13)$$

Las acciones del electroimán A sobre  $i_A$  y del electroimán B sobre  $i_B$ , son nulas. El valor medio de estas fuerzas, resulta:

$$\begin{aligned}
 F_{AB} &= \frac{1}{T} \int_0^T f_{AB} dt = \frac{\omega \Phi_A \Phi_B}{4\pi \rho} \frac{e}{r} \text{sen } \beta \\
 F_{BA} &= \frac{1}{T} \int_0^T f_{BA} dt = -\frac{\omega \Phi_A \Phi_B}{4\pi \rho} \frac{e}{r} \text{sen } \beta
 \end{aligned} \tag{14}$$

Por tanto, la resultante de ambas fuerzas, es:

$$F = 2 F_{AB} = \frac{\omega \Phi_A \Phi_B}{2\pi \rho} \frac{e}{r} \text{sen } \beta \tag{15}$$

Siendo  $d$  la distancia al eje de giro del disco a los electroimanes, el par motor originado, resulta:

$$M_m = F d = \frac{\omega \Phi_A \Phi_B}{2\pi \rho} \frac{e d}{r} \text{sen } \beta = G_m \omega \Phi_A \Phi_B \text{sen } \beta \tag{16}$$

donde  $G_m = \frac{e d}{2\pi r \rho}$ , presenta dimensiones de conductancia.

## 2. Pares de frenado

El amortiguamiento necesario en el contador de inducción se consigue, principalmente, a través de las corrientes de Foucault inducidas en el disco de aluminio por medio del imán permanente, tal como se ilustra en la figura 3. A continuación, se evalúa la acción de este par.

Al girar el disco a velocidad angular  $\Omega$ , el imán, de inducción  $B_0$ , induce en el disco las corrientes  $i_f$ . Cuando el disco gira un arco  $d\theta$ , la superficie de disco barrida por el imán vale,  $dS = b r d\theta$ ; por tanto, la f.e.m. radial inducida en el disco, se escribe:

$$e = \frac{d\Phi}{dt} = B_0 \frac{dS}{dt} = B_0 b r \frac{d\theta}{dt} = B_0 b r \Omega \tag{17}$$

donde  $r$ , es la distancia del imán al eje de giro del disco;  $b$ , la longitud radial de la proyección de los polos sobre el disco;  $a$ , el ancho de la proyección;  $e$ , el espesor del disco y  $\rho$ , su resistividad. La resistencia radial del elemento de disco, bajo el imán, vale:

$$R = \rho \frac{b}{ae} \tag{18}$$

Las corrientes inducidas por la f.e.m.  $e$ , se cierran por las partes del disco próximas al elemento, constituyendo una resistencia despreciable frente a  $R$ . La potencia disipada por las corrientes, por efecto Joule, se escribe:

$$P = \frac{e^2}{R} = \frac{B_0^2 b^2 r^2 \Omega^2}{\rho \frac{b}{ae}} = \frac{\phi_0^2 e r^2 \Omega^2}{\rho ab} \tag{19}$$

La potencia (19), suministrada mecánicamente por el disco, origina un par resistente de frenado, de valor:

$$M_{ip} = \frac{P}{\Omega} = \frac{\phi_0^2 e r^2 \Omega}{\rho ab} = G_0 \phi_0^2 \Omega \tag{20}$$

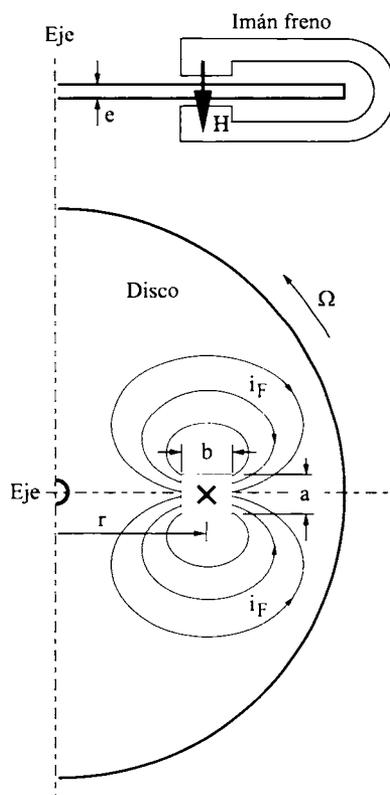


Figura 3. Acción del imán freno sobre el disco.

donde, la constante,  $G_0 = er^2/\rho ab$ , también tiene dimensiones de conductancia.

De forma semejante, las corrientes originadas por los electroimanes motores A y B, dan lugar a pérdidas en el disco por efecto Joule, que se transforman en pares resistentes de frenado, de valor:

$$\begin{aligned} M_{fcA} &= G_A \Phi_{Aef}^2 \Omega = G_A \frac{\Phi_A^2}{2} \Omega \\ M_{fcB} &= G_B \Phi_{Bef}^2 \Omega = G_B \frac{\Phi_B^2}{2} \Omega \end{aligned} \quad (21)$$

Otros pares de rozamiento aparecen en los cojinetes y en el integrador. Estos, junto con el ocasionado por la fuerza de la gravedad, actúan como pares resistentes de frenado, cuyo principal efecto es que el equipo no responda frente a señales débiles. Si se aproxima el conjunto de estos pares según,  $M_{ro} = K_r \Omega$ , el par resistente total, vale:

$$M_r = M_{fip} + M_{fcA} + M_{fcB} + M_{ro} = \left( G_0 \Phi_0^2 + \frac{1}{2} G_A \Phi_A^2 + \frac{1}{2} G_B \Phi_B^2 + K_r \right) \Omega \quad (22)$$

### 3. Ecuación de pares en régimen permanente

En régimen permanente, se ha de verificar  $M_m = M_r$ , y, por tanto, el disco alcanzará la velocidad angular:

$$\Omega = \frac{G_m \omega \Phi_A \Phi_B \text{sen}(\beta)}{G_0 \Phi_0^2 + \frac{1}{2} G_A \Phi_A^2 + \frac{1}{2} G_B \Phi_B^2 + K_r} \quad (23)$$

Para que el contador funcione como medidor de energía es necesario que el flujo  $\Phi_A$  sea proporcional a la corriente consumida por la carga y, el flujo  $\Phi_B$  lo sea a la tensión de alimentación; también, como se ha mencionado, la velocidad  $\Omega$  debe ser prácticamente constante para cualquier régimen de carga. Analizando la expresión (23):  $G_0 \Phi_0^2$ , del imán freno, es constante;  $G_B \Phi_B^2$ , es prácticamente constante, si lo es la tensión de alimentación; sin embargo,  $G_A \Phi_A^2$  varía en un ancho margen –de 1 a 30, e incluso 50, desde pequeña carga hasta la sobrecarga–. En la práctica, se consigue lo anterior, haciendo que las velocidades de rotación sean muy débiles para cualquier régimen de carga, por lo que el imán freno deberá ser muy energético, es decir, siendo las constantes  $G_0$  y  $G_A$  del mismo orden de magnitud, será,  $\Phi_0 \gg \Phi_A$ .

La velocidad de rotación, se expresa en función del número de vueltas del disco  $n$ , según:

$$\Omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{d}{dt}(2\pi n) = 2\pi \frac{dn}{dt} \quad (24)$$

Integrando entre los instantes  $t_0$  y  $t_1$ , resulta el número de vueltas proporcional a la energía puesta en juego:

$$n = \frac{1}{2\pi} \int_{t_0}^{t_1} \Omega dt \quad (25)$$

#### 4. Contadores de energía activa

Para que la lectura del contador indique la potencia activa  $P$ , consumida por la carga en régimen sinusoidal, el par motor deberá ser proporcional a esta, es decir:

$$G_m \omega \Phi_A \Phi_B \text{sen}\beta = P = V I \cos\varphi = V I \text{sen}(\pi/2 - \varphi) \quad (26)$$

En resumen, la magnitud del flujo del electroimán A será proporcional a la corriente de la carga ( $\Phi_A \approx I$ ), el flujo del electroimán B, a la tensión ( $\Phi_B \approx V$ ) y, además, la bobina de tensión deberá tener un carácter inductivo puro y la bobina de corriente, por contra, resistivo puro. Esta solución ideal, se muestra gráficamente en la figura 4(a), es decir:  $\beta + \varphi = \pi/2$ , como señala (26).

En la práctica, no pueden alcanzarse los elementos descritos. Para que la bobina de tensión presente el máximo carácter inductivo, su circuito magnético ha de tener entrehierros mínimos, pudiéndose alcanzar, de esta forma, desfases máximos del orden de  $80^\circ$ . Por el contrario, para que en la bobina de corriente, tensión e intensidad estén en fase, interesa un circuito magnético de elevada reluctancia, lo que se consigue con grandes entrehierros en su circuito magnético, alcanzándose desfases mínimos del orden de  $20^\circ$ . No obstante, necesariamente, se debe recurrir a una serie de artificios para conseguir los desfases señalados, mediante lo que se llama *sistema de conexión a  $90^\circ$* . Dadas las consideraciones anteriores, ha de observarse que ambos flujos inciden en el disco como flujos dispersos o de fugas.

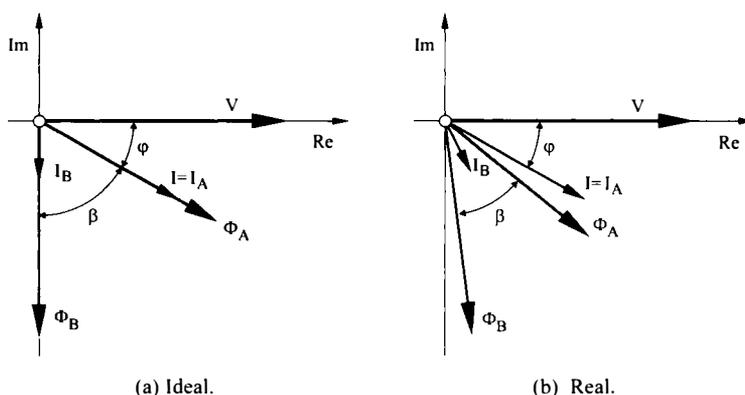


Figura 4. Diagramas fasoriales iniciales de tensiones, corrientes y flujos del contador de inducción de energía activa.

Los contadores para la medida de energía activa en los sistemas trifásicos, constan de dos o tres contadores de inducción monofásicos, reunidos en un solo contador. Los dos o tres discos inducidos van dispuestos sobre de eje común, según se utilice.

- a) El método de los dos vatímetros para redes a tres hilos.
- b) El método de los tres vatímetros para redes a cuatro hilos.

Los pares de giro se suman y el contador indica la energía trifásica.

### 5. Contadores de energía reactiva

Para que la lectura del contador indique la potencia activa  $Q$ , consumida por la carga en régimen sinusoidal, el par motor deberá ser proporcional a esta, es decir:

$$G_m \omega \Phi_A \Phi_B \text{sen}\beta = Q = V I \text{sen}\varphi \tag{27}$$

Por tanto, los flujos serán proporcionales a la tensión y corriente y, el desfase entre  $\Phi_A$  y  $\Phi_B$ , será idéntico al de  $V$  con  $I$  ( $\beta = \varphi$ ). Teóricamente, basta que el circuito de tensión sea un poco inductivo, sin embargo, entonces las indicaciones del aparato dependen mucho de la frecuencia, por lo que normalmente, se suele dar un desfase de  $45^\circ$  a  $\Phi_B$  respecto de  $V$ . Se logra esta condición, tomando un contador de activa y disponiendo una resistencia en paralelo con la bobina de corriente y otra, en serie con la de tensión.

Normalmente, los contadores de energía reactiva se construyen para medida en sistemas trifásicos.

### CONSTITUCIÓN Y CARACTERÍSTICAS

Los contadores de inducción de energía activa, tanto monofásicos como trifásicos, presentan básicamente el mismo principio de funcionamiento. Por tanto, lo que sigue se referirá al contador monofásico, cuyo esquema de principio se muestra en la figura 5.

El contador consta de un circuito magnético de tensión 9, cuya bobina imanadora está conectada a la tensión de alimentación de red  $V$ ; un circuito magnético de corriente 10, cuya bobina de excitación, separada en dos mitades, es recorrida por la corriente de carga  $I$ .

La interacción de los flujos de entrehierro de tensión y corriente con las corrientes inducidas en el disco 1, da lugar a un par de aceleración sobre el disco, que en ausencia de un par resistente, gira a muy alta velocidad. En la figura 6, se muestra una aproximación, en planta, de las corrientes inducidas por cada uno de los flujos por separado y su interacción electrodinámica. Para hacer que la velocidad sea proporcional a la energía medida, se introduce el imán permanente 6, que ocasiona un alto par de frenado.

El eje del disco, sujeto a sus extremos por los cojinetes 2 y 3, posee un tornillo sin-fin 4, que transmite las revoluciones del disco a un elemento indicador 5 –registrador o integrador–, que permite conocer el valor de la magnitud medida.

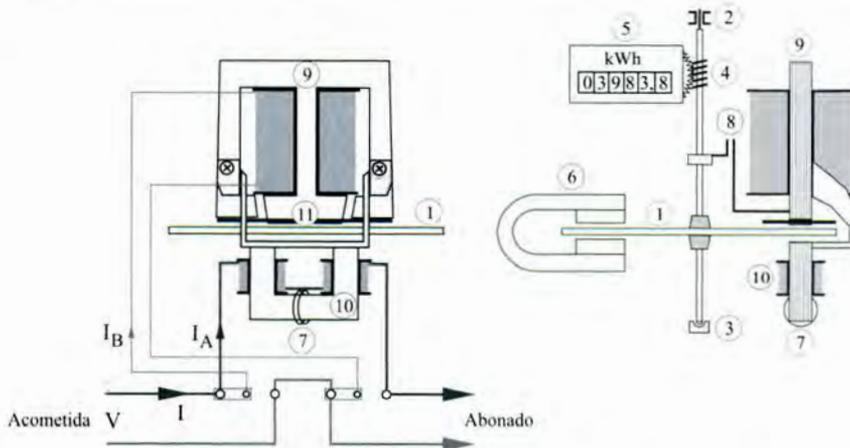


Figura 5. Contador de energía activa monofásico de inducción.

Para la medida correcta del contador, bajo diferentes factores de potencia de la carga y pequeñas variaciones de la frecuencia, se dispone de la bobina de retraso 11 –espiras en cortocircuito–, que cambia la fase del flujo eficaz del electroimán de tensión en el entrehierro a 90° eléctricos.

Cuando se miden potencias pequeñas, la fricción de los cojinetes, el elemento de registro y la gravedad, tienden a disminuir la rotación del disco. Esta fricción es compensada mediante una pletina de ajuste de carga débil, que ocasiona una cierta asimetría del flujo del electroimán de tensión.

Si los valores de la carga son altos, los registros tienden a ser menores, por el crecimiento de la acción de frenado del flujo de corriente y la saturación del hierro. Esto es compensado por un lazo de compensación por sobrecarga, que consiste en una derivación magnética, que al saturarse por sobrecorriente, hace aumentar el flujo útil.

Contra las sobretensiones, en la mayoría de los contadores, es utilizado el mismo principio; la compensación es obtenida por medio de un puente magnético saturable sobre la columna central, o laterales, del electroimán de tensión.

Se impide la rotación del disco en vacío, mediante uno o dos orificios practicados sobre el disco. También, mediante la bandera y la lengüeta 8; al resultar, esta última, imanada por el flujo del electroimán de tensión.

Mediante el desplazamiento radial del imán de frenado, se consigue adecuar la velocidad del mismo.

La temperatura constituye un factor a tener en cuenta, la resistividad del disco aumenta con ella y, por consiguiente, las corrientes inducidas se ven reducidas.

La exactitud de la relación par-potencia exige el funcionamiento a una única frecuencia y que las ondas de tensión e intensidad sean sinusoidales.

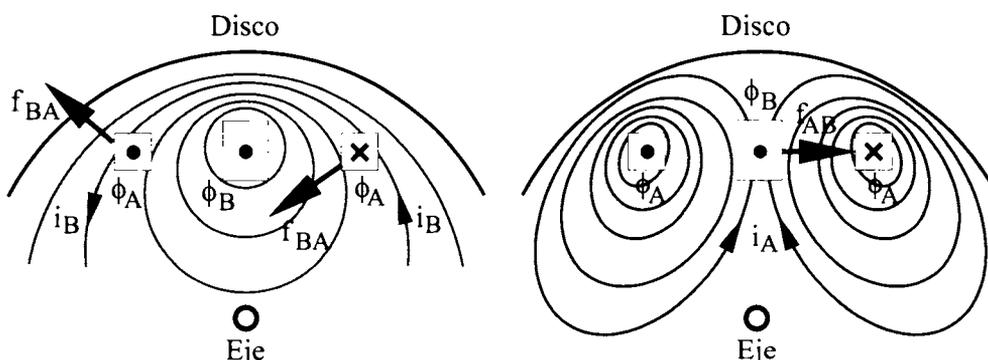


Figura 6. Flujos, corrientes y fuerzas originadas en el disco del contador.

Finalmente, dado que el contador ha de servir de base en la relación de compraventa de energía, los mismos están sujetos a una serie de prescripciones legales. A tales efectos, los contadores eléctricos de energía activa y reactiva son objeto de diversas normas UNE, entre otras:

|              |  |
|--------------|--|
| UNE 21378    | Equipo de ensayo de contadores de energía eléctrica.   |
| UNE-EN 60387 | Símbolos para contadores de energía alterna.   |
| UNE-EN60514  | Control de aceptación de los contadores de corriente alterna de clase 2                      |
| UNE-EN 60521 | Contadores de inducción de energía activa para corriente alterna de clases 0,5, 1 y 2.       |
| UNE-EN 61358 | Control de aceptación de los contadores estáticos para corriente alterna y conexión directa. |

## MODELADO DEL CONTADOR DE INDUCCIÓN PARA SIMULACIÓN

### 1. Introducción

Muchas investigaciones en el estudio de la precisión del contador se han basado en resultados experimentales, que más tarde se presentan, por lo que es deseable estudiar la exactitud sobre una base analítica.

Uno de los modelos analíticos más exactos del contador de inducción de energía activa fue desarrollado por Y. Baghzouz y O.T. Tan en 1984 [1]. El modelo, en el dominio del tiempo, permite simular el funcionamiento

del contador cuando la distorsión de las formas de onda de tensión y corriente son conocidas, posibilitando obtener una evaluación del error. Los principales ítems que le diferencia de otros modelos es que no se desprecia ni la resistencia de la bobina de tensión, ni la inductancia del disco, teniendo en cuenta que el flujo efectivo de entrehierro este más o menos distorsionado.

Inicialmente, se desarrolla el modelo apto para estudiar el efecto de las variaciones de frecuencia de la tensión y corriente, y por tanto, sirve para analizar la respuesta en frecuencia del contador. Seguidamente, el modelo se aplica para el caso de un armónico simple superpuesto a la componente fundamental y, a continuación, para el caso general, donde las ondas de tensión y corrientes se desarrollan en serie de Fourier con múltiples armónicos.

## 2. Modelo en el dominio del tiempo

Se asumen las siguientes hipótesis:

- 1) Los flujos producidos por las corrientes del disco y por el lazo de ajuste de carga débil, son despreciables frente a los flujos de los electroimanes de tensión y corriente.
- 2) La corriente de excitación y las correspondientes pérdidas en el hierro originadas por la bobina de retraso, se consideran despreciables.
- 3) La impedancia equivalente del disco es idéntica para las corrientes originadas por los flujos de tensión y corriente.
- 4) Se ignoran los agujeros para impedir que el disco gire en ausencia de carga.
- 5) Cualquier componente de corriente continua, presente en la alimentación de tensión o corriente, es despreciable.
- 6) La pequeña fricción mecánica de los rodamientos y del mecanismo de giro es considerado independiente de la velocidad del disco y está totalmente compensado por la acción del lazo de ajuste de carga débil.

Sean  $V_n$ ,  $I_n$ , y  $\omega_n$ , la tensión de referencia, intensidad base y frecuencia de referencia del contador, denominados en adelante valores nominales. Se alimentan las bobinas de tensión y corriente del contador a la tensión y corriente instantáneas (28) y (29), respectivamente.

$$v = \sqrt{2} V \text{ sen } \omega t \tag{28}$$

$$i = \sqrt{2} I \text{ sen } (\omega t - \varphi) \tag{29}$$

donde,  $V$  e  $I$  son los valores eficaces de la tensión y corriente,  $\omega = 2\pi f$  la pulsación y  $\varphi$  el ángulo del factor de potencia de la carga conectada al contador.  $V$ ,  $I$ , y  $\omega$ , no tienen que ser los valores nominales.

Los flujos principales de los electroimanes de tensión y corriente,  $\phi_v$ ,  $\phi_i$ , se escriben según (30) y (31), donde  $\Phi_v$ ,  $\Phi_i$ , son los valores eficaces de los flujos y  $C_v$ ,  $C_i$ , constantes de proporcionalidad entre los flujos, la tensión y corriente, respectivamente;  $R_v$ ,  $L_v$ , son la resistencia e inductancia de la bobina de tensión, respectivamente.

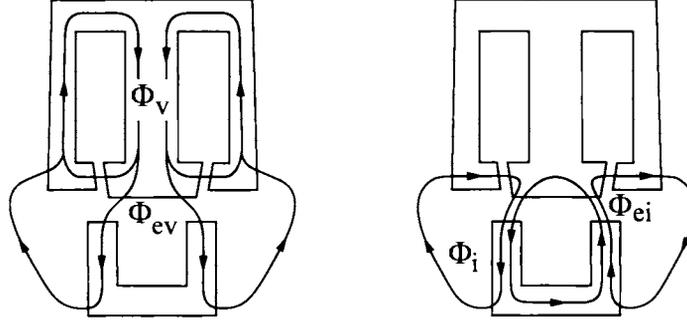
$$\phi_v = \sqrt{2} \Phi_v \text{ sen}(\omega t - \alpha) \tag{30}$$

$$\phi_i = \sqrt{2} \Phi_i \text{ sen}(\omega t - \varphi) \tag{31}$$

$$\Phi_v = \frac{C_v V}{Z_v} \tag{32} \qquad \Phi_i = C_i I \tag{33}$$

$$Z_v = \sqrt{R_v^2 + (\omega L_v)^2} \tag{34} \qquad \alpha = \text{arc tg } \frac{\omega L_v}{R_v} \tag{35}$$

En la figura 7, se muestran las trayectorias de los flujos principales y de entrehierro de ambos electroimanes.



**Figura 7.** Trayectorias de los flujos en los electroimanes de tensión y corriente.

Los flujos iniciales de entrehierro  $\phi_{ev}$ ,  $\phi_{ei}$ , no son proporcionales a los flujos principales, debido a la saturación de los núcleos magnéticos. Dicha relación, no lineal, en general, satisfacen los polinomios (36) y (37), donde los coeficientes  $a_1$ ,  $a_3$ ,  $a_5$ ,  $b_1$ ,  $b_3$  y  $b_5$ , son parámetros función de los circuitos magnéticos de tensión y de corriente, respectivamente.

$$\phi_{ev} = a_1\phi_v + a_3\phi_v^3 + a_5\phi_v^5 \quad (36)$$

$$\phi_{ei} = b_1\phi_i + b_3\phi_i^3 + b_5\phi_i^5 \quad (37)$$

$$\text{sen}^3 y = \frac{3}{4}\text{sen } y - \frac{1}{4}\text{sen } 3y \quad (38), \quad \text{sen}^5 y = \frac{5}{8}\text{sen } y - \frac{5}{16}\text{sen } 3y + \frac{1}{16}\text{sen } 5y \quad (39)$$

Sustituyendo (30) y (31) en (36) y (37), respectivamente, y aplicando (38) y (39), resultan los flujos iniciales de entrehierro de ambos electroimanes:

$$\phi_{ev} = \sqrt{2} \sum_{k=1,3,5} \Phi_{evk} \text{sen}(k\omega t - k\alpha) \quad (40)$$

$$\phi_{ei} = \sqrt{2} \sum_{k=1,3,5} \Phi_{eik} \text{sen}(k\omega t - k\varphi) \quad (41)$$

donde,

$$\begin{aligned} \Phi_{ev1} &= a_1\Phi_v + \frac{3}{4}a_3\Phi_v^3 + \frac{5}{8}a_5\Phi_v^5 \\ \Phi_{ev3} &= -\frac{1}{4}a_3\Phi_v^3 - \frac{5}{16}a_5\Phi_v^5 \\ \Phi_{ev5} &= \frac{1}{16}a_5\Phi_v^5 \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{ei1} &= b_1\Phi_i + \frac{3}{4}b_3\Phi_i^3 + \frac{5}{8}b_5\Phi_i^5 \\ \Phi_{ei3} &= -\frac{1}{4}b_3\Phi_i^3 - \frac{5}{16}b_5\Phi_i^5 \\ \Phi_{ei5} &= \frac{1}{16}b_5\Phi_i^5 \end{aligned} \quad (43)$$

La bobina de retraso origina un flujo  $\phi_r$  que interactúa con el flujo inicial de entrehierro del electroimán de tensión  $\phi_{ev}$ , dando lugar a los flujos finales de entrehierro  $\phi'_{ev}$ ,  $\phi'_{ei}$ , de valor (44) y (45). Dicho flujo en retraso no se relaciona con el flujo de corriente.

$$\phi'_{ev} = \sqrt{2} \sum_{k=1,3,5} \Phi'_{evk} \text{sen}(k\omega t - k\alpha - \delta_k) \quad (44)$$

$$\phi'_{ei} = \phi_{ei} \quad (45)$$

Tomando como referencia el diagrama fasorial de la figura 8, se deduce:

$$\Phi'_{ev_k} = \Phi_{ev_k} \frac{\cos(\rho_k + \delta_k)}{\cos(\rho_k)} \quad (46),$$

$$\Phi_{r_k} = \Phi'_{ev_k} \frac{\text{sen}(\rho_k)}{\cos(\rho_k + \delta_k)} \quad (47)$$

$$\delta_k = \text{arc sen} \left( \frac{\Phi_{r_k} \cos \rho_k}{\Phi_{ev_k}} \right) \quad (48),$$

$$\rho_k = \text{arc tg} \left( \frac{k\omega L_r}{R_r} \right) \quad (49)$$

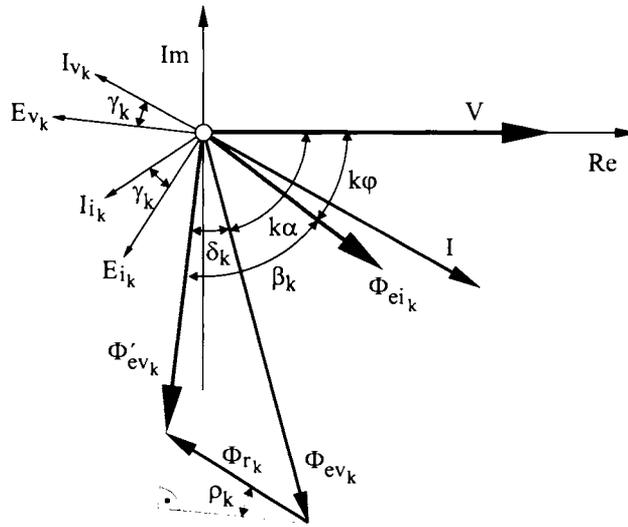
donde  $R_r, L_r$ , son la resistencia e inductancia, respectivamente, de la bobina de retraso.

Los flujos de entrehierro (44) y (45), interaccionan con el disco de aluminio, induciendo, en el mismo, las ff.ee.mm.:

$$e_v = -\frac{d\phi'_{ev}}{dt} = -\sqrt{2} \sum_{k=1,3,5} E_{v_k} \cos(k\omega t - k\alpha - \delta_k) \quad (50)$$

$$e_i = -\frac{d\phi'_{ei}}{dt} = -\sqrt{2} \sum_{k=1,3,5} E_{i_k} \cos(k\omega t - k\varphi) \quad (51)$$

donde,  $E_{v_k} = k\omega\Phi'_{ev_k}$  y  $E_{i_k} = k\omega\Phi'_{ei_k}$  son los valores eficaces de las ff.ee.mm.



**Figura 8.** Diagrama fasorial de las magnitudes de la componente k-ésima.

Las corrientes originadas en el disco por ambas ff.ee.mm., resultan:

$$i_v = \frac{e_v}{R_d + L_d D} = \sqrt{2} \sum_{k=1,3,5} I_{v_k} \cos(k\omega t - k\alpha - \delta_k - \gamma_k) \quad (52)$$

$$i_i = \frac{e_i}{R_d + L_d D} = \sqrt{2} \sum_{k=1,3,5} I_{i_k} \cos(k\omega t - k\varphi - \gamma_k) \quad (53)$$

donde,

$$I_{v_k} = \frac{k\omega\Phi'_{ev_k}}{Z_{d_k}} \quad (54), \quad I_{i_k} = \frac{k\omega\Phi'_{ei_k}}{Z_{d_k}} \quad (55)$$

$$Z_{d_k} = \sqrt{R_d^2 + (k\omega L_d)^2} \quad (56), \quad \gamma_k = \text{arc tg} \left( \frac{k\omega L_d}{R_d} \right) \quad (57)$$

y  $R_d$ ,  $L_d$  son la resistencia e inductancia del disco, respectivamente.

La interacción de los flujos de entrehierro con las corrientes inducidas, ocasionan un par motor de giro medio del disco:

$$M_m = \frac{1}{T} \int_0^T (\phi'_{ev} i_i - \phi'_{ei} i_v) dt \quad (58)$$

Sustituyendo en (58), (44), (53), (45) y (52), resulta:

$$\begin{aligned} M_m &= \frac{1}{T} \int_0^T (\phi'_{ev} i_i - \phi'_{ei} i_v) dt = \\ &= \frac{2}{T} \int_0^T \left\{ \left[ \sum_{k=1,3,5} \Phi'_{ev_k} \text{sen}(k\omega t - k\alpha - \delta_k) \right] \left[ \sum_{k=1,3,5} I_{i_k} \cos(k\omega t - k\varphi - \gamma_k) \right] - \right. \\ &\quad \left. - \left[ \sum_{k=1,3,5} \Phi'_{ei_k} \text{sen}(k\omega t - k\varphi) \right] \left[ \sum_{k=1,3,5} I_{v_k} \cos(k\omega t - k\alpha - \delta_k - \gamma_k) \right] \right\} dt \quad (59) \end{aligned}$$

Verificando las transformaciones,  $\text{sen } x \cos y = \frac{1}{2} [\text{sen}(x-y) + \text{sen}(x+y)]$  y teniendo en cuenta que,  $\int_0^T \text{sen}(k\omega t + cte) dt = 0$ , es:

$$M_m = \sum_{k=1,3,5} \frac{k\omega\Phi'_{ev_k} \Phi'_{ei_k}}{2 Z_{d_k}} [\text{sen}(-k\alpha - \delta_k + k\varphi + \gamma_k) - \text{sen}(k\alpha + \delta_k - k\varphi + \gamma_k)] \quad (60)$$

Haciendo  $\beta_k = k\alpha + \delta_k - k\varphi$  y teniendo en cuenta que  $\cos \gamma_k = \frac{R_d}{Z_{d_k}}$ , resulta finalmente:

$$M_m = \sum_{k=1,3,5} k\omega C_k \Phi'_{ev_k} \Phi'_{ei_k} \text{sen } \beta_k \quad (61)$$

donde,  $C_k = \frac{R_d}{Z_{d_k}^2}$  y  $\beta_k$ , es el arco comprendido entre los flujos finales de entrehierro de tensión y corriente.

Sean  $i_{mf}$ ,  $i_{vf}$  e  $i_{if}$  las corrientes equivalentes de Foucault en el disco, originadas por la rotación del mismo y la presencia de los flujos del imán de frenado  $\phi_m$  y entrehierro,  $\phi'_{ev}$  y  $\phi'_{ei}$ . Dichas corrientes, valen:

$$i_{mf} = \Omega \frac{K_1 \phi_m}{R_m} \quad (62)$$

$$i_{vf} = \Omega \frac{K_2 \phi'_{ev}}{R_d + L_d D} = \sqrt{2} \Omega K_2 \sum_{k=1,3,5} \frac{\Phi'_{ev_k}}{Z_{d_k}} \text{sen}(k\omega t - k\alpha - \delta_k - \gamma_k) \quad (63)$$

$$i_{if} = \Omega \frac{K_3 \phi'_{ei}}{R_d + L_d D} = \sqrt{2} \Omega K_3 \sum_{k=1,3,5} \frac{\Phi'_{ei_k}}{Z_{d_k}} \text{sen}(k\omega t - k\varphi - \gamma_k) \quad (64)$$

donde,  $K_1$ ,  $K_2$ , y  $K_3$ , son constantes del contador,  $R_m$  es la resistencia del disco a la corriente  $i_{mf}$ .  
El par medio de frenado, se escribe:

$$M_f = \frac{1}{T} \int_0^T (\phi_m i_{mf} + \phi'_{ev} i_{vf} + \phi'_{ei} i_{if}) dt \quad (65)$$

es decir:

$$M_f = \Omega \left[ K'_1 + \sum_{k=1,3,5} C'_k (K_2 \Phi_{evk}^2 + K_3 \Phi_{eik}^2) \right] \quad (66)$$

donde:  $K'_1 = K_1 \frac{\Phi_m^2}{R_m}$  ,  $C'_k = \frac{k\omega L_d}{Z_{dk}^2}$

La velocidad del disco en régimen permanente, se obtiene igualando (58) y (63):

$$\Omega = \frac{\sum_{k=1,3,5} k\omega C'_k \Phi'_{evk} \Phi'_{eik} \text{sen } \beta_k}{K'_1 + \sum_{k=1,3,5} C'_k (K_2 \Phi_{evk}^2 + K_3 \Phi_{eik}^2)} \quad (67)$$

El error del contador, en tanto por ciento:

$$e (\%) = 100 \frac{\Omega - \Omega_n}{\Omega_n} \quad (68)$$

donde,  $\Omega$  es la velocidad del disco obtenida de (67) y  $\Omega_n$  es la velocidad del disco en condiciones nominales  $V_n$ ,  $I_n$  y  $\omega_n$ . Así, un error positivo supone un sobrerregistro y, al revés.

### 3. Flujos lineales en condiciones sinusoidales

En la hipótesis de que los flujos de entrehierro  $\phi_{ev}$ ,  $\phi_{ei}$ , sean proporcionales a los flujos principales, es decir, se trabaje en la zona lineal de la característica del hierro, se expresan según (69) y (70), donde los coeficientes  $a_1$  y  $b_1$ , son parámetros función de los circuitos magnéticos de tensión y de corriente, respectivamente.

$$\phi_{ev1} = a_1 \phi_v = \sqrt{2} \Phi_{ev1} \text{sen}(\omega_n t - \alpha) \quad (69)$$

$$\phi_{ei1} = b_1 \phi_i = \sqrt{2} \Phi_{ei1} \text{sen}(\omega_n t - \varphi) \quad (70)$$

donde,

$$\Phi_{ev1} = \frac{a_1 C_v V}{Z_v} \quad (71)$$

$$\Phi_{ei1} = b_1 C_i I \quad (72)$$

El flujo originado por la bobina de retraso  $\phi_r$ , interactúa con el flujo inicial de entrehierro del electroimán de tensión  $\phi_{ev}$ , originando los flujos finales de entrehierro  $\phi'_{ev}$ ,  $\phi'_{ei}$ , de valor (73) y (74).

$$\phi'_{ev_1} = \sqrt{2} \Phi'_{ev_1} \text{sen}(\omega_n t - \alpha - \delta_1) \quad (73)$$

$$\phi'_{ei} = \phi_{ei} \quad (74)$$

Donde se verifica la relación:

$$\delta_1 = \pi/2 - \alpha \quad \text{ó} \quad \beta_1 + \varphi = \pi/2 \quad (75)$$

En la figura 9, se muestra el diagrama fasorial de magnitudes del contador lineal a componente fundamental.

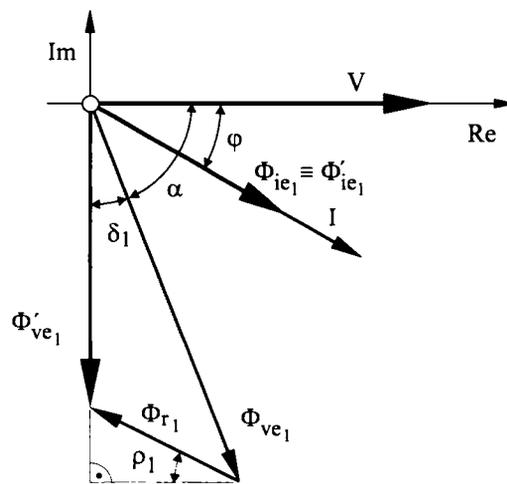


Figura 9. Diagrama fasorial de la componente fundamental.

#### 4. Error de respuesta en frecuencia

Las ecuaciones desarrolladas en la sección anterior, se utilizan para obtener la respuesta en frecuencia de un contador estándar, donde los valores de las constantes del contador se dan en [1]. Los resultados se muestran en la figura 10, para  $V = V_n, I = 0,1 I_n, f_n = 60 \text{ Hz}$ .

La caída de las curvas de respuesta en frecuencia está ocasionada por el crecimiento del ángulo de la impedancia equivalente del disco, que hace decrecer las corrientes del mismo. El diferente registro por factores de potencia, es atribuido al hecho de que el flujo efectivo de tensión en el entrehierro, no está en cuadratura respecto de la tensión. El mayor o menor error debido al factor de potencia no debe constituir ninguna regla, ya que depende de las distintas constantes del contador.

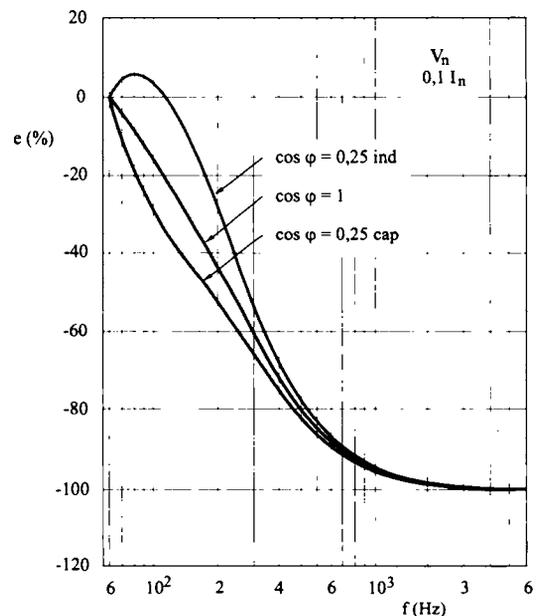


Figura 10. Respuesta en frecuencia para diferentes factores de potencia.

### 5. Error de respuesta a la fundamental más un armónico

En este caso, las ondas de tensión y corriente están distorsionadas. La distorsión se produce por la adición de un armónico de tensión y otro de corriente del mismo orden  $h$ , que se suman a las componentes fundamentales, es decir:

$$v = \sqrt{2} V \text{sen}(\omega_0 t) + \sqrt{2} V_h \text{sen}(h\omega_0 t - \theta_v) \tag{76}$$

$$i = \sqrt{2} I \text{sen}(\omega_0 t - \varphi) + \sqrt{2} I_h \text{sen}(h\omega_0 t - \theta_i) \tag{77}$$

donde,  $h$  es un número entero distinto de la unidad y  $\theta_v, \theta_i$ , los desfases de los armónicos respecto de las componentes fundamentales.

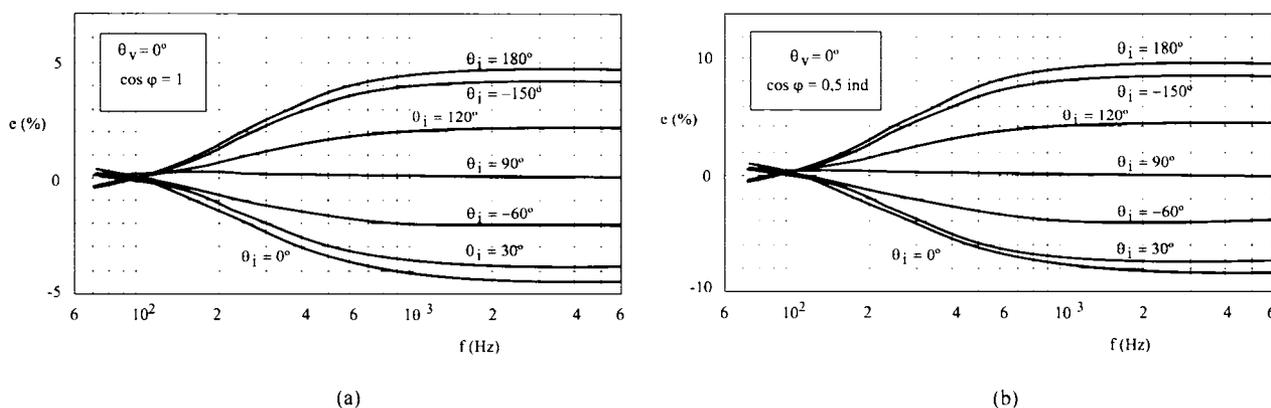
La potencia activa que el contador debiera de registrar, es:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T v i dt = V I \cos \varphi + V_h I_h \cos(\theta_v - \theta_i) \tag{78}$$

donde, el primer sumando es la potencia activa fundamental  $P_f$  y, el segundo, la potencia activa armónica  $P_h$ .

La velocidad del disco, en este caso, se obtiene de forma semejante al caso precedente. En consecuencia, se determinan los flujos principales y de entrehierro que inducen las ff.ee.mm. y las corrientes en el disco, así como los pares motor y freno. El resultado es el mismo que el dado en (67), excepto en que las expresiones (42) y (43) son más complejas que para el caso sinusoidal y, también el índice  $k$ , que es función del orden del armónico  $h$ . El porcentaje de error es encontrado según (68), donde  $\Omega_n$  representa la velocidad del disco, que mide la potencia activa total dada por (78), en condiciones nominales.

Se verifica la simulación, con una frecuencia nominal de  $f_n = 60 \text{ Hz}$ ,  $V = V_n, I = I_n, V_h = 0,05 V_n, I_h = 0,1 I_n$ . En la figura 11, se muestran los errores computados en función de la frecuencia, para los valores superpuestos de la fundamental y un armónico, y factores de desplazamiento, la unidad y 0,5 inductivo. En la tabla 1, se recogen los porcentajes de potencia armónica para diferentes valores del factor de desplazamiento  $\cos \varphi$  y de  $\theta_i$ .



**Figura 11.** Errores en función de la frecuencia para la superposición de un armónico con la fundamental, con factor de desplazamiento (a) unidad (b) 0,5 inductivo.

Se espera que el contador registre correctamente la potencia fundamental y, considerando la caída de la respuesta en frecuencia, subregistre la potencia armónica; sin embargo, se observa una gran discrepancia, originada por la no linealidad de los circuitos magnéticos y que, dependiendo del orden de  $k$ , se generan o cancelan componentes del par motor.

**Tabla I.** Potencia armónica y error, en tanto por ciento, para diferentes valores del  $\cos \varphi$  y  $\theta_i$ .

| $\cos \varphi$ | $\theta_i$ (°) | $100 P_h / P$ | <i>Error (%)</i><br>$f = 6 \text{ kHz}$ |
|----------------|----------------|---------------|---|
| 1              | 0              | 4,76          | -4,27                                   |
|                | 30             | 4,12          | -3,66                                   |
|                | 90             | 0             | 0,09                                    |
|                | 120            | -2,56         | 2,42                                    |
|                | 180            | -5,26         | 4,83                                    |
|                | -150           | -4,45         | 4,31                                    |
|                | -60            | 2,43          | -2,07                                   |
| 0,5 (ind)      | 0              | 9,09          | -8,09                                   |
|                | 30             | 7,92          | -7,12                                   |
|                | 90             | 0             | 0,06                                    |
|                | 120            | -5,26         | 4,67                                    |
|                | 180            | -11,11        | 10,39                                   |
|                | -150           | -9,41         | 8,85                                    |
|                | -60            | 4,76          | -4,01                                   |

### 6. Modelo de funcionamiento con armónicos múltiples de tensión y corriente

En este caso, en la alimentación del contador están presentes múltiples armónicos, a través del desarrollo en serie de Fourier, tanto para la onda de tensión como de corriente. En la práctica, la magnitud de un armónico de orden  $h$  es, generalmente menor que  $1/h$  veces la magnitud fundamental. Entonces, el mayor error producido por los armónicos de alimentación debe estar restringido a los primeros órdenes  $-3^\circ$ ,  $5^\circ$  y  $7^\circ$ , no teniendo en cuenta los armónicos pares, que raras veces aparecen en los sistemas de potencia.

La tensión y corriente aplicadas a las respectivas bobinas, son:

$$v(t) = \sqrt{2} \sum_{h=1,3,5,7} V_h \text{sen}(h\omega_0 - \theta_{vh}) \quad (79)$$

$$i(t) = \sqrt{2} \sum_{h=1,3,5,7} I_h \text{sen}(h\omega_0 - \theta_{ih}) \quad (80)$$

La potencia activa total que el contador debería registrar, es:

$$P = \sum_{h=1,3,5,7} V_h I_h \cos(\theta_{vh} - \theta_{ih}) \quad (81)$$

La velocidad del disco se encuentra utilizando el mismo procedimiento que en las secciones anteriores, pero aquí,  $k = 1, 2, \dots, 35$  y los valores de los flujos de entrehierro se complican fuertemente. La velocidad del disco  $\Omega_n$ , de la ecuación (67) corresponde a la potencia activa total en características nominales.

### EVALUACIÓN DE ERRORES MEDIANTE PRUEBA EN LABORATORIO

A este respecto, existen numerosos estudios  $-[3, 4, 5, 6, 7, 8]-$ , tanto de contadores de inducción como electrónicos, de activa y reactiva, caracterizados por la diversidad de los principios y métodos de contraste. En lo que sigue, se exponen los resultados de [3] y [6]; el primero por ser reciente y, el segundo, investigar sobre la energía reactiva.

## 1. Verificación de Driesen

En la prueba se evalúan contadores de activa y reactiva, tanto de inducción como electrónicos. Los contadores se someten a un armónico simple controlado, tanto de tensión como de corriente. En la figura 12, se muestra el esquema de ensayo. Fueron realizadas dos series de pruebas.

En la primera, se sometió a los contadores a un armónico de tensión y otro de corriente, del mismo orden y en fase, cada vez. Esto supone que el contador de activa cuente, si la definición de potencia activa total es implementada, con ello se simula la potencia activa neta para las frecuencias armónicas. Los medidores de energía reactiva, en este caso, deberán estar parados.

En la segunda serie, se aplican los mismos armónicos simples de tensión y corriente, pero aquí se encuentran desfasados  $90^\circ$ . En este caso, contador de activa no debe registrar movimiento alguno, ya que la integración en un periodo completo debe ser nula.

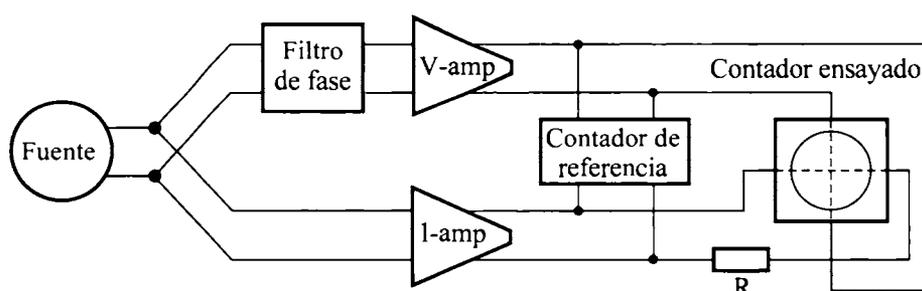


Figura 12. Instalación para la prueba de contadores monofásicos de energía eléctrica.

Los resultados de las pruebas, fueron:

- 1) *Registro de los contadores de energía activa con armónicos de energía activa:* los contadores de inducción fueron ensayados junto a medidores digitales. Ambos registran correctamente la energía transferida a 50 Hz; sin embargo, en el contador de inducción, conforme aumenta la frecuencia, la energía contenida en los armónicos presenta una tasa de error creciente con el orden de los armónicos; por el contrario, el contador digital mide la energía activa correctamente para todas las frecuencias de su ancho de banda. En la figura 13, se muestran los errores de dos contadores de inducción y otro electrónico. En el contador de inducción 1, para el tercer armónico, registra un error del -40 %, mientras que para el séptimo armónico, el error, se sitúa del orden de -80 %. Se anota, que este error es debido a que el flujo magnético conducido al interior del disco giratorio decrece en magnitud proporcional al orden del armónico y de aquí que el contador mida menos a altas frecuencias, siendo la potencia suministrada constante.

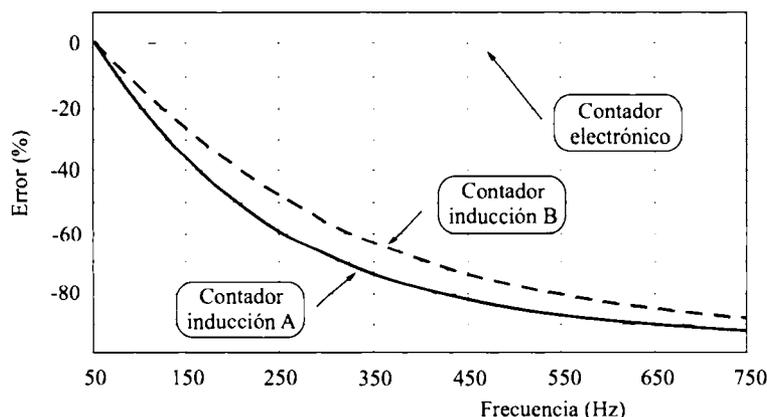
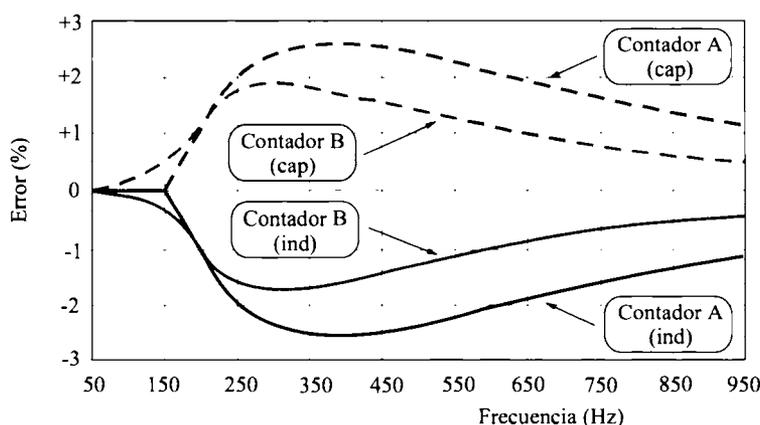


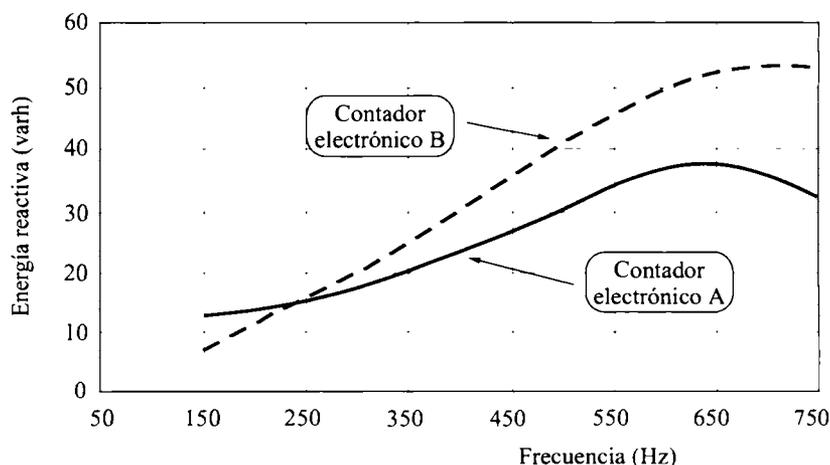
Figura 13. Errores de los contadores de activa, cuando son alimentados con armónicos simples de tensión y corriente en fase.

- 2) *Registro de los contadores de inducción de activa a tensión y corriente armónica en cuadratura:* las medidas se realizaron, con un armónico de tensión y otro de corriente del mismo orden y desfasados  $90^\circ$  en adelante y en retraso. Los resultados de la prueba son bastante inesperados, el contador de inducción de activa registra, en algunas ocasiones, energía activa donde no existe. Esto se muestra en la figura 14. De acuerdo con las leyes de la electricidad, el medidor de activa debe estar parado si únicamente recibe oscilaciones de energía, no habiendo transferencia de energía neta, sin embargo el disco gira, registrando por tanto una “energía fantasma”. El error originado puede ser positivo o negativo, dependiendo de la naturaleza inductiva o capacitiva de los armónicos de la carga. También, en esta situación, el medidor digital registra los armónicos de energía correctamente.



**Figura 14.** Error de los contadores de inducción de activa cuando son alimentados con armónicos simples de tensión y corriente en cuadratura.

- 3) *Registro de los contadores de energía reactiva:* en este apartado, los autores señalan que todavía no es posible el realizar una prueba similar a la realizada con los contadores de activa, debido a la falta de concordancia en la definición de potencia reactiva bajo la presencia de armónicos y, por tanto, de la necesidad de una base de referencia para la determinación del error. Únicamente se ejecutó una prueba, cuyos resultados se ilustran en la figura 15. En la misma, se comparan dos medidores digitales, que dicen registrar la energía  $Q_r$ . Cuando ambos se alimentan con los mismos armónicos simples en cuadratura, es decir puramente reactivos, sus registros son diferentes, porque, seguramente, presentan distinta implementación numérica de la energía reactiva. De lo anterior, puede inferirse que los errores de medida también van a ocurrir en los medidores de reactiva, bajo distorsión armónica.



**Figura 15.** Comparación del registro de dos contadores de reactiva electrónicos alimentados con armónicos simples de tensión y corriente en cuadratura.

## 2. Verificación de Cox

Presenta pruebas realizadas sobre contadores de inducción y electrónicos de energía reactiva, en presencia de corrientes no sinusoidales y régimen permanente. Los resultados obtenidos confirman que las cargas no lineales, alimentadas a tensión sinusoidal, para ambos tipos de medidores, registran solamente la potencia reactiva fundamental, no respondiendo a la energía de distorsión.

El esquema de la figura 16, muestra los componentes y la instalación para la realización de los ensayos. La prueba consiste en la verificación de dos contadores de energía reactiva:

- i) Contador trifásico de inducción de reactiva, tres bobinas de tensión independientes, tensión nominal 208 V y corriente nominal de 30 A.
  - ii) Contador trifásico electrónico de reactiva, tensión nominal 208 V, corriente nominal 5 A.
- Las pruebas fueron ejecutadas con cargas lineales, no lineales y mixtas.

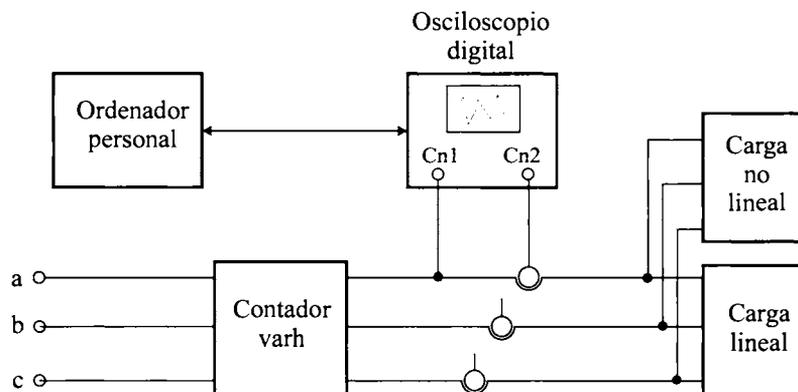


Figura 16. Instalación para la verificación de contadores de reactiva.

- 1) *Cargas lineales y tensión sinusoidal*: los resultados obtenidos, en estas condiciones, se muestran en las figuras 17 y 18. Resulta excelente la concordancia entre el contador electrónico de reactiva, con los resultados patrón dados por el PC; sin embargo, los errores del contador de inducción son mayores de los esperados. Se anota como posible razón de este error tan significativo, que el contador de inducción trifásico no es verificado como tal por la tarjeta de adquisición de datos.

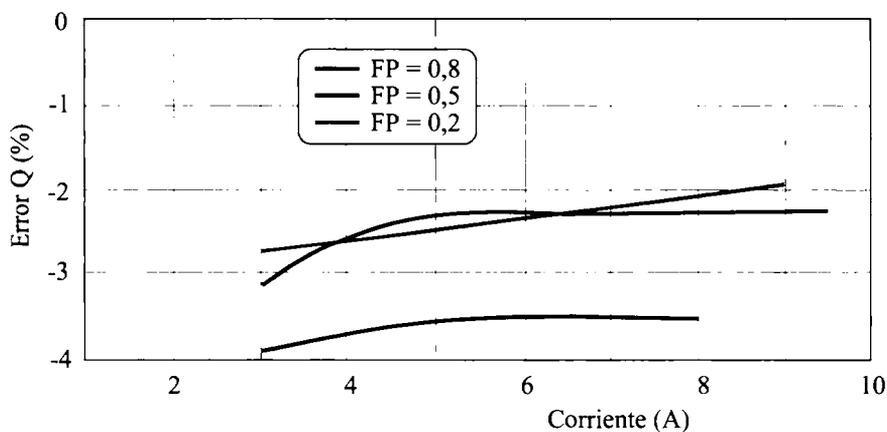


Figura 17. Error del contador de inducción de reactiva con carga lineal.

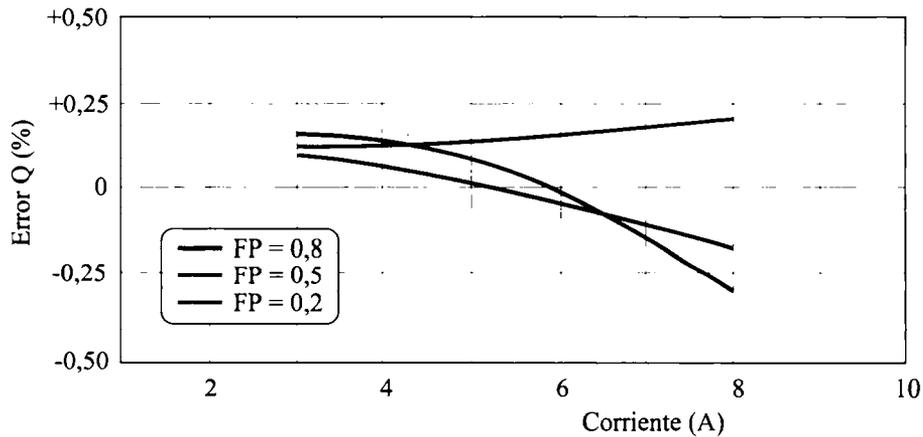


Figura 18. Error del contador electrónico de reactiva con carga lineal.

- 2) *Carga mixta y alimentación sinusoidal*: la carga no lineal para verificar el error de los contadores de reactiva ha sido un inversor trifásico PWM que acciona un motor asíncrono trifásico de 2 HP, acoplado a un volante de inercia.

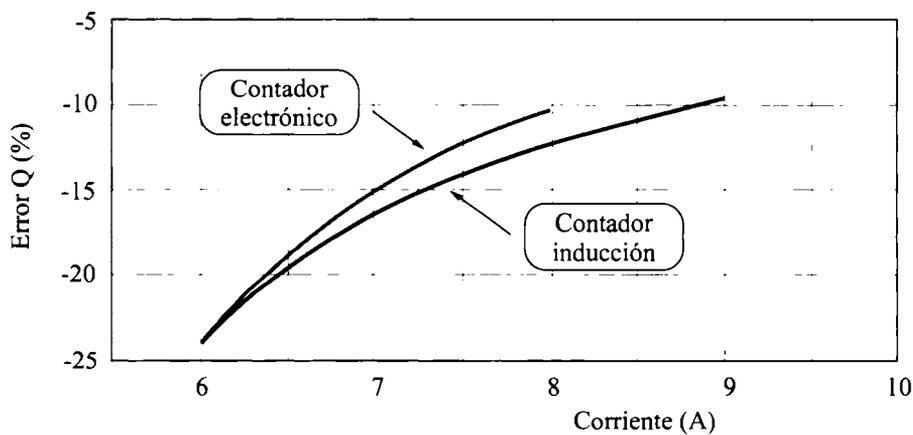


Figura 19. Errores Q de los contadores con carga lineal e inversor PWM.

Cuando la tensión es sensiblemente sinusoidal ( $THD_v < 1,7\%$ ), los errores típicos de ambos contadores se muestran en la figura 19. El inversor opera en régimen permanente, con las siguientes características:  $40\text{ Hz}$ ,  $4,5\text{ A}$ ,  $0,58\text{ FP}$ . En paralelo con el inversor se encuentra conectada una inductancia variable, lo que permite obtener los distintos puntos de carga de la figura 18. Como se observa, los errores de ambos medidores casi son idénticos, para valores bajos de la carga, donde la carga lineal (inductancia) es poco significativa frente al inversor. Aunque no se muestran los datos, el PC verifica que, para ambos contadores, la potencia reactiva leída por los contadores se aparta poco de la potencia reactiva armónica fundamental.

## CONCLUSIONES

En primer lugar, se ha mostrado que el modelo matemático presentado puede ser utilizado en la predicción de errores de registro en el contador de inducción de energía activa alimentado a cargas no lineales. El modelo requiere el conocimiento de los parámetros del contador, incluyendo los parámetros de saturación de los circuitos

magnéticos, junto con las magnitudes y fases de las componentes armónicas de tensión e intensidad. Basados en los resultados, se extraen las siguientes conclusiones:

1. La curva de respuesta en frecuencia muestra un gran error en la medida para frecuencias individuales altas. Esto es originado, principalmente, por el crecimiento de la reactancia del disco a altas frecuencias.
2. Debido a la no linealidad del contador, los registros debidos a múltiples componentes armónicas son un poco diferentes, de la suma de los registros actuando cada una de las componentes individualmente.

En segundo lugar, las verificaciones de laboratorio para determinar el efecto de la polución armónica sobre contadores de energía monofásicos. Los medidores electromecánicos de energía activa están sujetos a dos tipos de errores por sendos efectos. El primero, por debilitación del flujo, que origina un error en el registro de la potencia activa armónica. Un error de registro ocurre cuando los armónicos de tensión y de corriente en cuadratura son aplicados al medidor de activa. Los medidores digitales están menos sujetos a errores para todas las frecuencias, permaneciendo inmóviles mientras la frecuencia es compatible con el proceso de muestreo. También se mostraron pruebas comparativas entre dos medidores de energía reactiva digitales. De aquí, se deduce la necesidad de fijar las bases definitivas –a nivel internacional– de una definición de potencia reactiva.

En tercer lugar, se ha presentado un segundo estudio del funcionamiento de dos contadores de energía reactiva, uno de inducción y el otro electrónico, alimentando a cargas lineales y no lineales. A través de un sistema de adquisición de datos y análisis, se muestra que ambos contadores no registran la potencia reactiva total –o generalizada– consumida por las cargas no lineales; cuando la tensión es sinusoidal, los contadores miden solamente la potencia reactiva fundamental, no respondiendo a la potencia de distorsión.

En general, se ha visto que los contadores convencionales registran por debajo del consumo real cuando alimentan cargas no lineales. Todos estos errores, seguramente tienen influencia en la facturación de la electricidad, que como se ha mostrado, presenta una cierta cantidad errónea conforme se incrementa la distorsión, dependiendo del medidor utilizado.

Los fabricantes de contadores deben hacer un esfuerzo en el diseño de contadores electrónicos de reactiva que registren correctamente la energía reactiva total.

Finalmente, señalar la gran dispersión existente en los métodos de verificación de contadores, bajo la presencia de cargas no lineales. Ello da lugar a resultados, en ocasiones, contradictorios, por lo que sería conveniente una pronta legislación al respecto.

## REFERENCIAS

- [1] Y. Baghzouz, O.T. Tan, "Harmonic analysis of induction watt-hour meter performance", *IEEE Trans. On Power Apparatus and Sys.*, vol. PAS-104, No. 2, Feb. 1985.
- [2] E.B. Makran, C.L. Wright, A.A. Gsigis, "A harmonic analysis of the induction watt-hour meters registration error", *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 7, No. 3, pp. 1080-1088, July. 1992.
- [3] J. Driesen, T. Van Craenenbroeck, D. Van Dommelen, "The registration of harmonic power by analog and digital power meters", *IEEE Trans. On Instrum. And Measurement*, vol. 47, No. 1, pp. 195-198, Feb. 1998.
- [4] A. Domijan, E. Embriz-Santander, A. Gilani, G. Lamer, C. Stiles, and C.W. Williams, "Watt-hour meter accuracy under controlled unbalanced harmonic voltage and current conditions", *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 11, pp. 64-72, Jan. 1996.
- [5] P.S. Filipski and P.W. Labaj, "Evaluation of reactive power meters in the presence of high harmonic distortion", *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 7, pp.1793-1799, Oct. 1992.
- [6] M.D. Cox, T.B. Williams, "Induction var-hour and solid-state var-hour meters performances on nonlinear loads", *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 5, pp.1678-1685, Nov. 1990
- [7] R. Arseneau, P.S. Filipski, "Application of three phase nonsinusoidal calibration system for testing energy and demand meters under simulated field conditions", *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 3, No. 3, pp.874-879, July 1988.
- [8] V. Abad, J. González, J. Sagredo, "Caracterización del error de los contadores inductivos de energía en presencia de corrientes armónicas". *XI Reunión de Grupos de Investigación en Ingeniería Eléctrica. Badajoz*, 2001.



## EFICIENCIA DEL CONSUMO DE LA ENERGÍA ELÉCTRICA. CRITERIOS PARA SU FACTURACIÓN

*Luis Ignacio Eguíluz Morán*

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética. Universidad de Cantabria.

*Desde la primera crisis del petróleo, en 1973, se ha desarrollado una política de ahorro de energía, originada por el fuerte aumento de su coste. Algunos Gobiernos han adoptado diversas medidas para lograr este objetivo, por ejemplo, subvencionando la sustitución de equipos de bajo rendimiento, por otros más eficientes.*

*Los receptores de alta eficiencia energética, hasta ahora utilizados, no suelen tener en cuenta la calidad de suministro, lo que origina que el rendimiento conjunto, equipo-red eléctrica, sea muy inferior al esperado; en este estudio se pone de manifiesto la relación existente entre la eficiencia energética, la distorsión armónica y el factor de potencia de los equipos eléctricos.*

*Actualmente, se están desarrollando nuevos diseños de fuentes de alimentación, que reducen la distorsión armónica de la corriente por debajo del 10%, con un factor de potencia próximo a la unidad. La utilización de estos equipos de alta eficiencia energética, logra un doble objetivo: una conversión energética de elevado rendimiento y un consumo eléctrico de alta calidad, por tanto, unas pérdidas mínimas en la distribución. En nuestra opinión, los Gobiernos sólo deberían subvencionar receptores que verificasen ambas condiciones, para compensar su mayor coste de fabricación.*

### INTRODUCCIÓN

Desde los albores de la civilización, se ha perseguido el aumento del rendimiento de todo tipo de máquinas y equipos; incluso, en determinadas circunstancias, un bajo rendimiento de una máquina o sistema, podía originar no sólo la paralización de su fabricación, sino también detener el desarrollo tecnológico. Un caso típico fué la sustitución del uso de la corriente continua por la alterna, debido al bajo rendimiento del transporte en corriente continua. Fontaine y Deprez hicieron diversos intentos de transporte de energía eléctrica, en corriente continua, con muy bajo rendimiento. Posteriormente, Von Miller, en la Exposición de Frankfort, celebrada en 1891, batiendo todos los récords de la época, puso de manifiesto que las redes trifásicas serían el transporte de energía eléctrica del futuro; las principales características de su experimento fueron: potencia 225 kW, conexión de las ciudades de Lauffen y Frankfort distantes 180 km, tensión 30 kV, y el rendimiento conjunto, según la carga, oscilaba del 68 al 75%. Este ensayo desbloqueó, entre otros proyectos paralizados, el aprovechamiento energético de las cataratas del Niágara.

En los países en los que el precio de la energía es alto –como Europa o Japón–, se han aplicado nuevas tecnologías para la eficiencia energética y estrategias de minimización del coste de la misma. Incluso, algunos

gobiernos –como USA, Australia o Alemania– han adoptado diversas medidas de subvención para la sustitución de equipos de bajo rendimiento, por otros más eficientes, como el cambio de lámparas incandescentes por fluorescentes compactas; además, el ahorro de energía supone una menor contaminación, así se estima que por cada *kWh* de electricidad ahorrado, se economizan 3 *kWh* de energía primaria.

Sin embargo, algunos equipos de alto rendimiento energético son receptores no lineales –lámparas fluorescentes compactas, bombas de calor–, que consumen una corriente altamente distorsionada, reducen la capacidad del transformador de alimentación y de la línea y, además, aumentan las pérdidas del transporte.

### DISMINUCIÓN DE LA CAPACIDAD DE LOS TRANSFORMADORES

El flujo en el núcleo de un transformador, y la corriente magnetizante -necesaria para producirlo-, están relacionados por la curva de magnetización del material. La f.e.m. del primario es sinusoidal, sin embargo, la corriente magnetizante posee una forma muy diferente, constando principalmente, de armónicos triples, particularmente, el tercero. Los armónicos de la corriente magnetizante, a menudo, alcanzan sus máximos valores en la madrugada, es decir, cuando el sistema está poco cargado y la tensión resulta superior a la nominal.

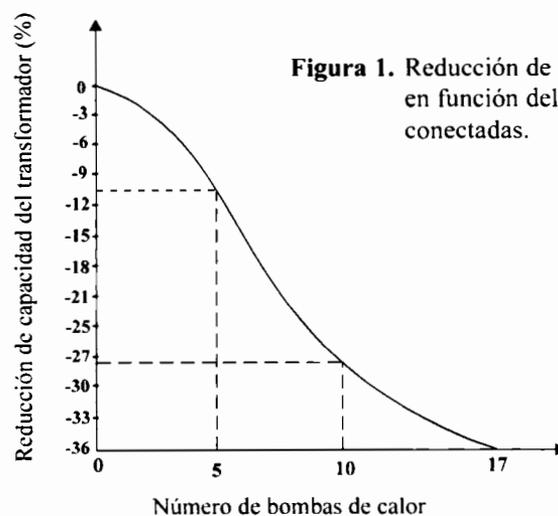
Por razones económicas, los transformadores se construyen aprovechando, al máximo, las propiedades magnéticas del material del núcleo. Esto significa que, normalmente, un transformador con núcleo de acero de grano orientado se diseña para operar en la zona de la característica de magnetización de 1,6 a 1,7 T; si es sometido a una sobretensión del 30%, su material magnético pasará a una inducción de 2 a 2,2 T, lo que producirá un alto nivel de saturación; así en transformadores conectados a grandes rectificadores, cuando se desconecta la carga, su sobretensión puede alcanzar hasta un 40% de su valor nominal.

La presencia de armónicos de tensión, aumenta las pérdidas por histéresis y corrientes de Foucault, originando la fatiga de los aislamientos del transformador; además, la circulación de armónicos de corriente, aumenta las pérdidas en el cobre. El valor eficaz de la corriente de carga no-sinusoidal, que produce las mismas pérdidas que en régimen sinusoidal, es función del orden de los armónicos, de las características del transformador y de la distorsión armónica.

La tabla I, muestra la distorsión de la corriente consumida por un tipo de bombas de calor conectadas a un transformador de 75 *kVA*. La figura 1, indica el índice de reducción de la capacidad del transformador en función del número de bombas de calor. Así, se observa que la conexión de cinco unidades produce una reducción de un 10%, mientras que si se conectan diez, pasa al 28% de su valor nominal [1].

**Tabla I.** Distorsión armónica de un tipo de bomba de calor en régimen nominal.

| <i>h</i>    | <i>I<sub>h</sub></i> (A) |
|-------------|--------------------------|
| 1           | 14,4                     |
| 3           | 12,18                    |
| 5           | 9,84                     |
| 7           | 6,88                     |
| 9           | 3,99                     |
| 11          | 1,63                     |
| 13          | 0,39                     |
| 15          | 0,88                     |
| 17          | 0,94                     |
| <b>THDi</b> | <b>123%</b>              |



**Figura 1.** Reducción de la capacidad de un transformador, en función del número de bombas de calor conectadas.

## DISTINTAS ESTRATEGIAS DE EFICIENCIA DE CONSUMO

Resulta frecuente considerar el factor de potencia en una barra de una red como la figura de máxima eficiencia eléctrica y, efectivamente, es cierto cuando se considera la carga total alimentada por esa barra; sin embargo, cuando el sistema considerado es más amplio, resulta más adecuado considerar como condición de máxima eficiencia, la minimización de las pérdidas de transporte.

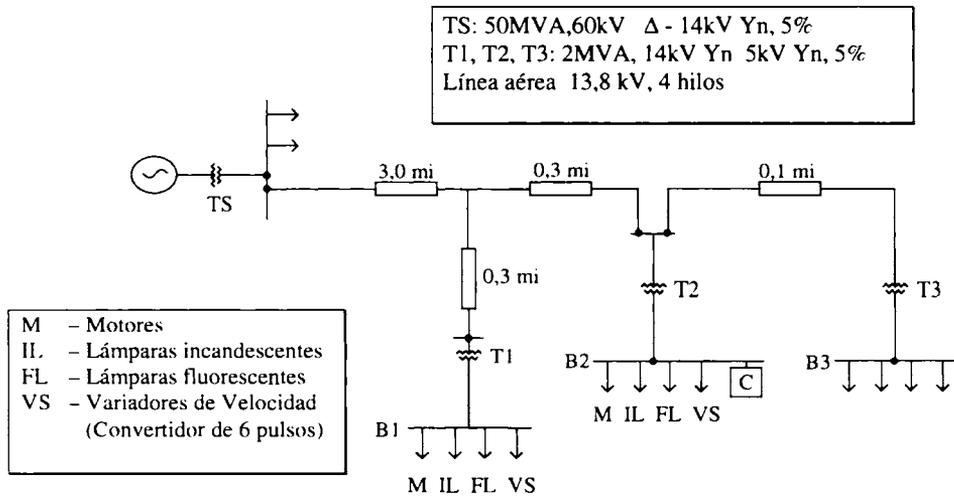


Figura 2. Esquema del subsistema objeto del estudio de Emanuel & Yang.

En [2], se realiza un interesante estudio en un subsistema de distribución, figura 2, en el que se consideran tres barras -1, 2, 3-, cuyas cargas se caracterizan en la tabla II. En la tabla III, se indica el desarrollo frecuencial y la distorsión de la tensión en las tres barras.

Tabla II. Valores medios de la demanda y del factor de potencia de las cargas.

|                    |         | Motores | Lámparas  |         | Convert. 6-pulsos | Total (kVA) |
|--------------------|---------|---------|-----------|---------|-------------------|-------------|
|                    |         |         | Fluoresc. | Incand. |                   |             |
| Potencia (kVA)     | Barra 1 | 500     | 170       | 100     | 310               | 1080        |
|                    | Barra 2 | 625     | 330       | 100     | 1040              | 2095        |
|                    | Barra 3 | 500     | 165       | 70      | 205               | 940         |
| Total (kVA)        |         | 1.625   | 665       | 270     | 1.555             | 4115        |
| Factor de potencia |         | 0,80    | 0,84      | 1,0     | 0,86              |             |

Tabla III. Caso base. Valores eficaces (V) del desarrollo frecuencial y THD de la tensión.

| Barra | THD (%) | Orden del armónico |     |     |     |     |     |     |     |
|-------|---------|--------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|       |         | 1                  | 3   | 5   | 7   | 9   | 11  | 13  | 15  |
| 1     | 4,37    | 267,6              | 3,2 | 5,1 | 6,3 | 2,1 | 5,4 | 4,9 | 0,9 |
| 2     | 5,74    | 265,4              | 3,3 | 6,9 | 8,4 | 2,3 | 7,3 | 6,7 | 1,0 |
| 3     | 4,38    | 266,9              | 3,2 | 5,1 | 6,4 | 2,2 | 5,4 | 4,9 | 0,9 |

La figura 3, muestra las ondas de tensión y corriente en la barra 2, donde está instalado el compensador C. Se estudian cuatro métodos de compensación, según las siguientes estrategias:

- Caso I. Instalación de un banco trifásico de condensadores de 1.050 kVA. La figura 4 representa las ondas de tensión y corriente en la barra 2.
- Caso II. Se transforma la batería de condensadores del Caso I en dos filtros sintonizados a los armónicos quinto y séptimo. La tabla IV indica los parámetros de los filtros, y la figura 5 es la representación temporal de la tensión y corriente en la barra 2.
- Caso III. Factor de potencia unidad en la barra 2. La figura 6, representa la tensión y corriente en la barra 2.
- Caso IV. Pérdidas mínimas de potencia en el subsistema. La figura 7, representa la corriente y tensión en la barra 2; se aprecia una ligera sobrecompensación.

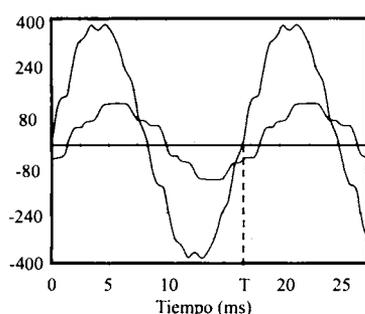


Figura 3. Representación temporal v-i en la barra 2 para el Caso Base.

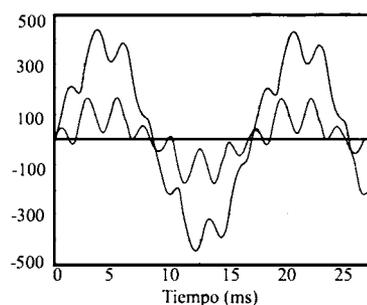


Figura 4. Representación temporal v-i en la barra 2 para el Caso I.

Tabla IV. Parámetros de los filtros a la frecuencia de 60 Hz.

| Filtro              | 1    | 2    |
|---------------------|------|------|
| $f_r$ (Hz)          | 300  | 420  |
| $X_C$ (m $\Omega$ ) | 336  | 672  |
| $X_L$ (m $\Omega$ ) | 13,4 | 13,4 |
| $R$ (m $\Omega$ )   | 0,27 | 0,27 |
| $S$ (kVA)           | 233  | 117  |

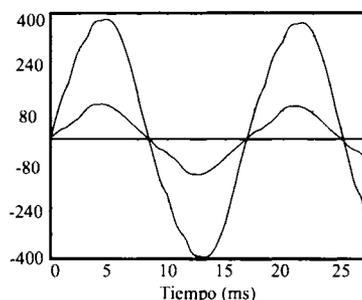


Figura 5. Representación temporal v-i en la barra 2 para el Caso II.

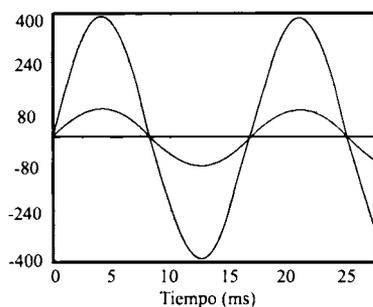


Figura 6. Representación temporal v-i en la barra 2 para el Caso III.

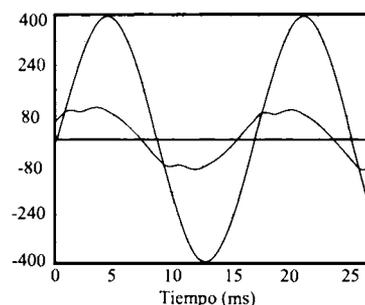
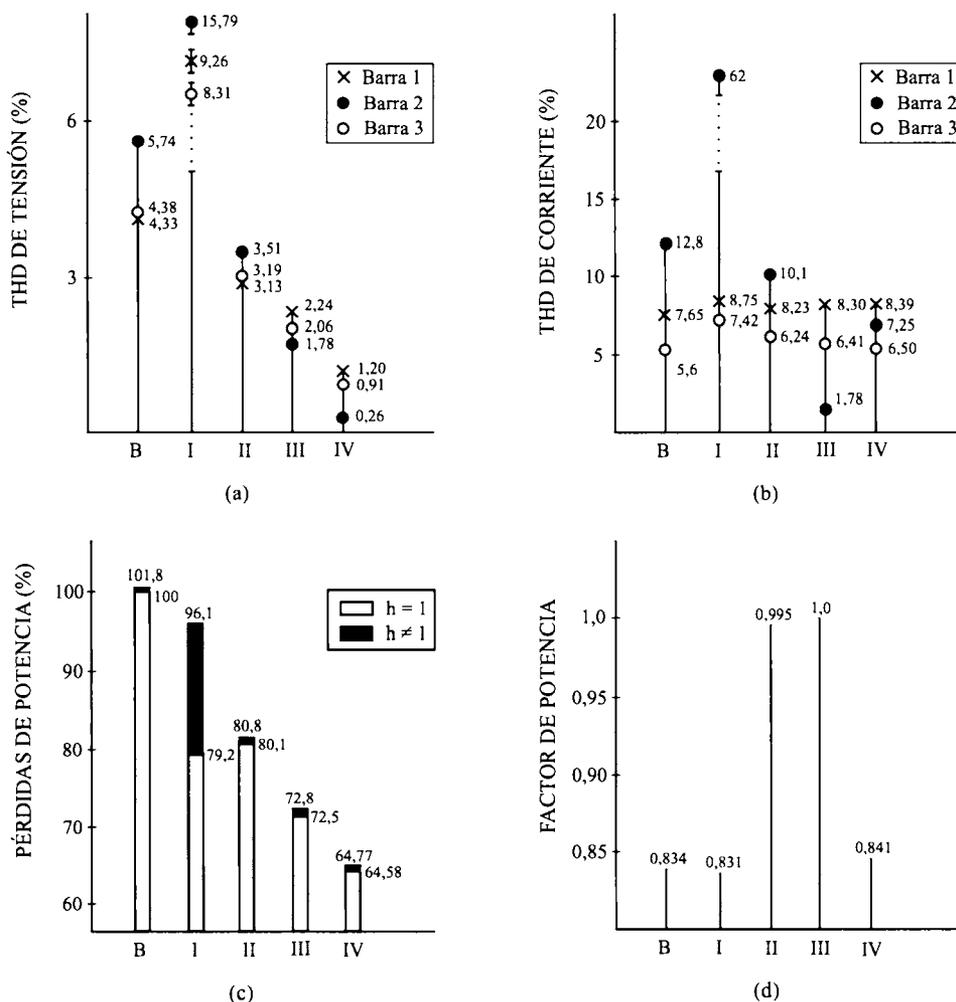


Figura 7. Representación temporal v-i en la barra 2 para el Caso IV.

Los resultados obtenidos, se resumen en la figura 8. En la 8(a) se representa la distorsión de tensión en los cinco casos; se aprecia que la conexión de la batería de condensadores –caso I– origina una resonancia que eleva hasta más del 15% el THD<sub>v</sub> en la barra 2.



**Figura 8.** Distintas magnitudes para los cinco casos en estudio. (a) THD de tensión en las barras 1, 2, y 3. (b) THD de corriente en las barras 1, 2 y 3. (c) Pérdidas de potencia fundamental y armónica. (d) Factor de potencia en la barra 2.

En la figura 8(b), se indica la distorsión de corriente; de nuevo el caso I da el valor más elevado para la barra 2.

Con referencia a las pérdidas de potencia –figura 8(c)– el caso base es el que alcanza un mayor nivel; sin embargo, en el I se aprecia una importante tasa de potencia armónica. El caso IV, por hipótesis, corresponde al valor mínimo.

Con referencia al factor de potencia en la barra 2 –figura 8(d)–, se observa que en el caso IV –minimización de pérdidas– el factor de potencia es de 0,841 capacitivo, como puede observarse en la figura 7.

## COMPENSACIÓN DE LOS DESEQUILIBRIOS

Los efectos de los desequilibrios se manifiestan en las pérdidas suplementarias que tienen lugar en las máquinas rotativas de corriente alterna, originadas por la componente inversa de la tensión, cuya amplitud es función del desequilibrio de la red trifásica. Estas componentes inversas, originadas por las cargas trifásicas desequilibradas o por las monofásicas, tienen carácter fasorial, sumándose geométricamente a la componente

inversa preexistente en la red, de acuerdo a sus respectivas fases; por tanto, una nueva carga bien puede disminuir la componente inversa o en el caso más desfavorable –coincidencia de fase– sumarse sus valores eficaces, con lo que podría dar lugar a un importante incremento en la tasa de componente inversa. Aunque el aumento de pérdidas, anteriormente descrito, suele venir potenciado por el efecto de las tensiones armónicas suele ser menos perjudicial, al ofrecer las máquinas una impedancia fuertemente inductiva, con lo que su valor aumenta con la frecuencia, amortiguándose en gran medida, los armónicos de intensidad. La legislación vigente admite que las máquinas rotativas de corriente alterna deben soportar un nivel del 2% de tensión inversa sin calentamientos excesivos; por tanto, una tasa superior a este valor podría originar un régimen de funcionamiento peligroso.

Sin embargo, nuestro mayor interés –en este trabajo– se centra en el incremento de pérdidas en la línea, originado por la conexión de cargas desequilibradas [3].

En el diseño de redes compensadoras, se imponen las siguientes condiciones:

- Los receptores, a conectar para lograr el equilibrio, no han de consumir potencia activa, es decir, han de ser elementos reactivos, por lo que no se introducen -teóricamente- pérdidas de potencia.
- Se corrige el factor de potencia hasta el valor unitario, con lo que se aumenta el rendimiento eléctrico de la red, lo que supondrá una reducción del consumo de energía eléctrica, de la densidad de corriente y de la caída de tensión en la línea de alimentación.

Nótese que las redes que van a diseñarse son, falsamente, equilibradas ya que están constituidas por impedancias diferentes; sin embargo, su comportamiento –bajo el punto de vista del consumo– resulta equilibrado.

### 1. Circuitos compensadores clásicos

A continuación, se exponen algunas conexiones clásicas para el equilibrio de redes.

- *Receptor monofásico de factor de potencia unidad*

En este caso, se utiliza el circuito de la figura 9, montaje de Steinmetz en el que  $\bar{S}_{ab} = P$ , es el receptor monofásico conectado a la red trifásica. Los otros receptores, para equilibrar la red, han de consumir las siguientes potencias:

$$\bar{S}_{bc} = -\frac{jP}{\sqrt{3}} \quad (1)$$

$$\bar{S}_{ca} = \frac{jP}{\sqrt{3}} \quad (2)$$

Con las condiciones impuestas a  $\bar{S}_{bc}$  y  $\bar{S}_{ca}$ , se verifica  $Q = 0$ .

A continuación, se comprueba que el circuito resulta equilibrado; sea  $I_{ab} = I$ , el valor eficaz de la intensidad que consume el receptor  $S_{ab}$ .

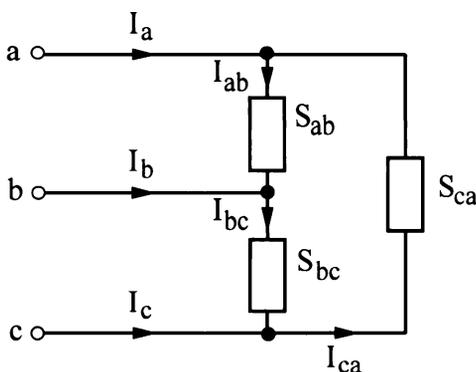


Figura 9. Montaje de Steinmetz.

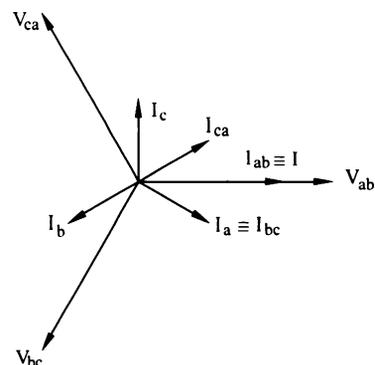


Figura 10. Diagrama fasorial del circuito de Steinmetz.

Las intensidades  $\bar{I}_{bc}$  e  $\bar{I}_{ca}$ , pueden calcularse a partir de sus potencias:

$$\bar{S}_{bc} = \bar{V}_{bc} \bar{I}_{bc}^* \quad (3)$$

$$\bar{S}_{ca} = \bar{V}_{ca} \bar{I}_{ca}^* \quad (4)$$

Operando, se obtiene:

$$\bar{I}_{bc} = \left( \frac{I}{\sqrt{3}} \right) \angle -30^\circ \quad (5)$$

$$\bar{I}_{ca} = \left( \frac{I}{\sqrt{3}} \right) \angle 30^\circ \quad (6)$$

La figura 10 es el diagrama fasorial del circuito de la figura 9.

Las intensidades de línea, se calculan en función de las de receptor:

$$\bar{I}_a = \bar{I}_{ab} - \bar{I}_{ca} = \left( \frac{I}{\sqrt{3}} \right) \angle -30^\circ \quad (7)$$

$$\bar{I}_b = \bar{I}_{bc} - \bar{I}_{ab} = \left( \frac{I}{\sqrt{3}} \right) \angle -150^\circ \quad (8)$$

$$\bar{I}_c = \bar{I}_{ca} - \bar{I}_{bc} = \left( \frac{I}{\sqrt{3}} \right) \angle 90^\circ \quad (9)$$

Por tanto, las tres corrientes constituyen una red equilibrada. La potencia aparente generada, toma el valor:  $\bar{S} = 3\bar{E}_a \bar{I}_a^* = V_L I$  que coincide con el consumo de la carga monofásica.

El método de Steinmetz, como todos aquéllos que precisen la conexión de bobinas, tiene el inconveniente de que las reactancias reales no tienen un factor de potencia nulo, por lo que su consumo de potencia activa es apreciable originando, frecuentemente, un nivel inadmisibles de pérdidas; por otra parte, su precio por *kVA* es muy superior al de las baterías de condensadores. Consecuentemente, en los circuitos compensadores se han de emplear, muy especialmente, los condensadores como elementos de corrección.

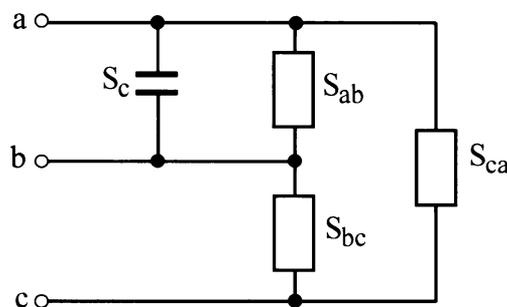


Figura 11. Generalización del montaje de Steinmetz.

La mayoría de las cargas industriales demandan potencia reactiva inductiva: motores, transformadores, lámparas de arco, hornos de inducción. Sea un receptor monofásico  $S \angle \theta$ , ( $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ); por tanto:

$$\bar{S}_{ab} = S \angle \theta = S \cos \theta + j S \sin \theta \quad (10)$$

Si  $j S \sin \theta = 0$ , resulta el caso anterior; por tanto, se ha de conectar un condensador, en derivación, cuya potencia  $\bar{S}_c$  sea  $-j S \sin \theta$ ; la figura 11, representa el montaje de Steinmetz en el caso general en que el receptor monofásico tenga carácter inductivo.

- Dos receptores monofásicos  $S \angle 30^\circ$ ,  $S \angle -30^\circ$

En la figura 12, se muestra el circuito propuesto, que es un receptor estrella con la segunda fase en cortocircuito, o bien un triángulo abierto (rama a-c). Se demuestra que si los receptores  $S_a$  y  $S_c$  consumen las potencias propuestas, la red trifásica resulta equilibrada. La figura 13, muestra su diagrama fasorial.

Sea  $\bar{V}_{ab} = \sqrt{3}V \angle 30^\circ$ , es decir,  $\bar{E}_a = V$ . Si  $\bar{S}_a = S \angle 30^\circ$  y  $\bar{S}_c = S \angle -30^\circ$ , se verifica que  $\bar{Z}_a = Z \angle 30^\circ$  y  $\bar{Z}_c = Z \angle -30^\circ$ . Por tanto:

$$\bar{I}_a = \sqrt{3}V / Z \quad (11)$$

$$\bar{I}_c = \sqrt{3} aV / Z \quad (12)$$

$$\bar{I}_b = -(\bar{I}_a + \bar{I}_c) = \sqrt{3} a^2 V / Z \quad (13)$$

Si  $I = \sqrt{3}V / Z$ , resulta:

$$\bar{I}_a = I, \quad \bar{I}_b = a^2 I, \quad \bar{I}_c = aI \quad (14)$$

por tanto, las corrientes están equilibradas y el factor de potencia es la unidad.

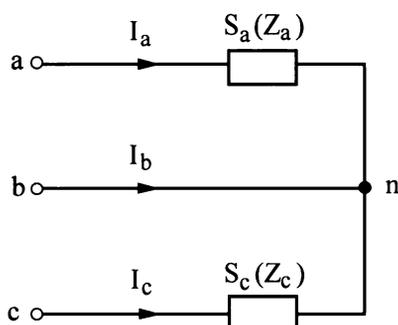


Figura 12. Conexión en triángulo abierto de las cargas  $S_a$  y  $S_c$ .

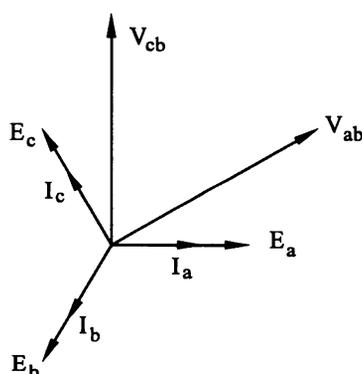


Figura 13. Diagrama fasorial del circuito de la figura 12.

- Par de receptores monofásicos que verifican  $P_a = P_c$

Las condiciones del apartado anterior, no son fáciles de verificar por una pareja de receptores industriales; en el presente supuesto, se determinan las condiciones adicionales que han de cumplir dos cargas monofásicas

que consumen la misma potencia activa para verificar las condiciones del apartado anterior. En la figura 14, se representan los triángulos de potencia de  $S'_a(OAB)$  y  $S'_c(OAF)$ .

Condiciones de compensación:

$$S'_a \operatorname{sen} \theta'_a - S_{Ca} = P \operatorname{tg} 30^\circ \quad (15)$$

$$S'_c \operatorname{sen} \theta'_c - S_{Cc} = -P \operatorname{tg} 30^\circ \quad (16)$$

De acuerdo con (15-16), para que los receptores  $\bar{S}'_a, \bar{S}'_c$ , cumplan las condiciones de equilibrio, se han de conectar, en derivación con ellos, sendas baterías de condensadores que verifiquen:

$$S_{Ca} = S'_a \operatorname{sen} \theta'_a - P/\sqrt{3} \quad (17)$$

$$S_{Cc} = S'_c \operatorname{sen} \theta'_c + P/\sqrt{3} \quad (18)$$

Si el número de receptores monofásicos fuera mayor de dos, su conexión puede realizarse, en montajes equilibrados, bien en triángulo o estrella o, también, en dos grupos cuyas potencias activas sean similares.

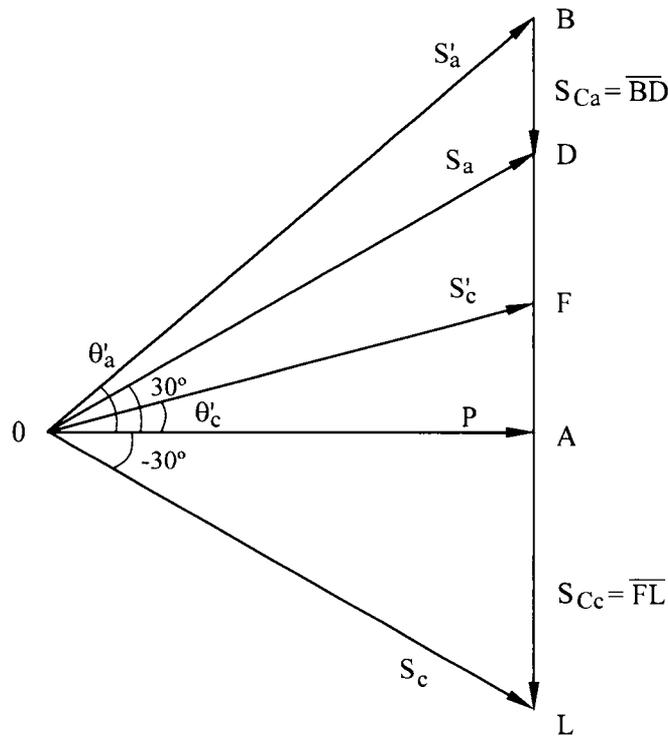


Figura 14. Triángulos de potencia de dos cargas que verifican  $P_a = P_c$ .

## 2. Generalización

En [4], se demuestra que existen infinitos grupos de tres fuentes, que pueden suministrar un conjunto de corrientes equilibradas; este teorema, puede aplicarse para el diseño general de redes trifásicas, a través de las características de las cargas monofásicas integrantes, de forma que el consumo resulte equilibrado con factor de potencia unidad.

Considérese, a tal efecto, el circuito trifásico de la figura 15, equilibrado en tensiones de alimentación, cuyo receptor, en triángulo, absorbe las intensidades de línea  $I_a, I_b$  e  $I_c$ , cuyos fasores forman el triángulo equilátero

$abc$  de la figura 16. Se demuestra que cualquier grupo de corrientes  $I_{ab}, I_{bc}, I_{ca}$ , tales que sus fasores tengan un origen común y sus extremos estén, respectivamente, en los vértices  $a, b, c$ , del triángulo equilátero de la figura 16, dan lugar a corrientes de línea equilibradas [5].

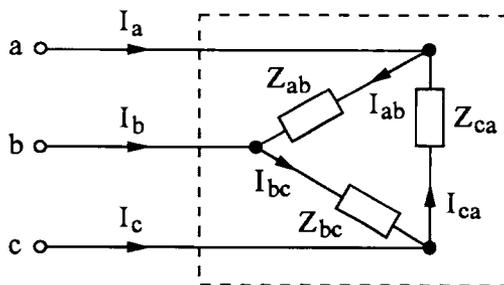


Figura 15. Red trifásica, con carga en triángulo.

Por tanto, en relación a la figura 16, cualquier punto del plano -bien del tipo P o del O- puede ser el origen de un grupo de corrientes que verifican la condición de consumo equilibrado, con factor de potencia unidad. Así, el punto  $O$ , define el consumo de un receptor equilibrado, es decir,  $I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = I_a / \sqrt{3} = I$ .  $O_1$  -coincidente con el vértice  $a$ - corresponde al funcionamiento en triángulo abierto:  $I_{ab} = 0$ ,  $I_{bc} = I_b$ ,  $I_{ca} = -I_a$ . Según se desplace el origen -desde  $O_1$  hasta  $O_4$ -, el consumo del receptor  $Z_{ab}$  -siempre de carácter resistivo- va aumentando. Para el tramo  $O_1O$  -en un punto tal como el  $O_2$ - la fase  $bc$  tiene un consumo inductivo y la  $ca$  capacitivo. El punto  $O$  es la frontera de funcionamiento; efectivamente, a partir de  $O$  el receptor  $Z_{ab}$  consume una potencia mayor que la red equilibrada y la demanda de reactiva de las fases  $bc, ca$  se invierte. En el punto  $O_3$ , se verifica:  $I_{ab} = 1,5 I$ ,  $I_{bc} = I_{ca} = I_{ab} / \sqrt{3}$ . Por último,  $O_4$  corresponde a la conexión de Steinmetz:  $I_{ab} = 3I$ , la fase  $bc$  es capacitiva pura y la fase  $ca$  es inductiva pura, siendo  $I_{bc} = I_{ca} = \sqrt{3} I$ .

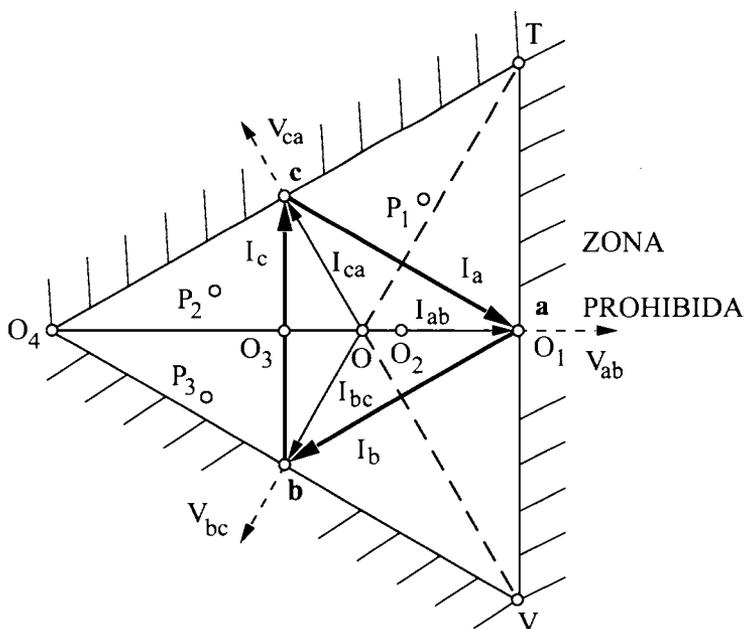


Figura 16. Diagrama fasorial de las corrientes de la red de la figura 15.

Los puntos  $P_1, P_2$  y  $P_3$  de la figura 16, pueden ser origen de grupos de corrientes que también den lugar a redes equilibradas, sin embargo, pierden la simetría de consumo que definen los  $O$ ; en cualquier punto del segmento  $O_1O_4$ , la fase  $ab$  siempre tiene un factor de potencia unidad y las  $bc-ca$ , consumen corrientes idénticas

con el mismo factor de potencia, uno de tipo inductivo y el otro de carácter capacitivo. Por el contrario, los puntos  $P$  consumen corrientes asimétricas.

El triángulo  $TVO_4$  delimita lo que puede definirse como *Zona Prohibida*, es decir, los puntos que están fuera del triángulo no pueden ser origen de grupos de corrientes, porque darían lugar a intensidades que no podrían circular por las cargas de la figura 15, por resultar los desfases tensión-corriente superiores a  $\pm 90^\circ$ .

Un receptor monofásico se define, habitualmente, por su potencia aparente y su factor de potencia; por tanto, conocidas las corrientes  $\bar{I}_{ab}$ ,  $\bar{I}_{bc}$ ,  $\bar{I}_{ca}$ , las potencias aparentes complejas tendrán el valor:

$$\bar{S}_{ab} = \bar{V}_{ab} \bar{I}_{ab}^* = S_{ab} \angle \theta_{ab} = P_{ab} + jQ_{ab} \quad (19)$$

$$\bar{S}_{bc} = \bar{V}_{bc} \bar{I}_{bc}^* = S_{bc} \angle \theta_{bc} = P_{bc} + jQ_{bc} \quad (20)$$

$$\bar{S}_{ca} = \bar{V}_{ca} \bar{I}_{ca}^* = S_{ca} \angle \theta_{ca} = P_{ca} + jQ_{ca} \quad (21)$$

A continuación, se indican algunas aplicaciones, de diseño general, de redes compensadoras.

- *Compensación por tercera carga*

Conocidas las corrientes de dos receptores monofásicos, determinar la de un tercero que cumpla las condiciones prefijadas. Sean  $I_{ab}$ ,  $I_{ca}$ , las corrientes consumidas por los receptores monofásicos  $Z_{ab}$ ,  $Z_{ca}$ , cuyo diagrama fasorial se muestra en la figura 17(a).  $I_{ab}$ ,  $I_{ca}$ , definen la corriente  $I_a$ ; en función de  $I_a$  se determina el triángulo  $abc$  de corrientes equilibradas de línea y, por tanto, la intensidad  $I_{bc}$  del receptor que ha de conectarse, para dar lugar a un consumo equilibrado.

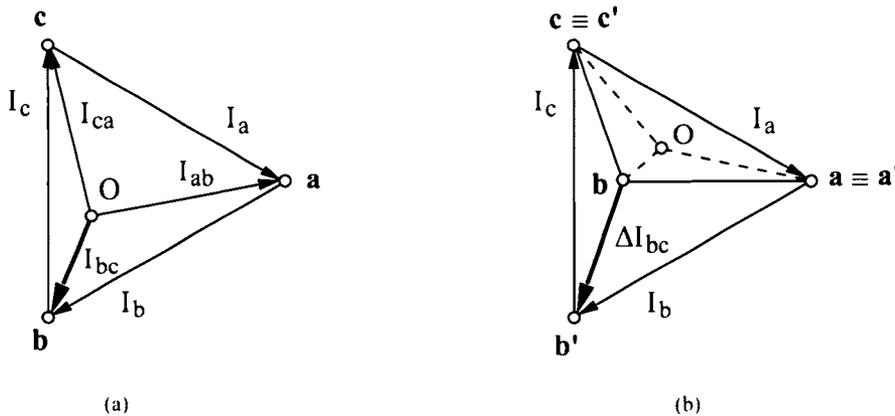


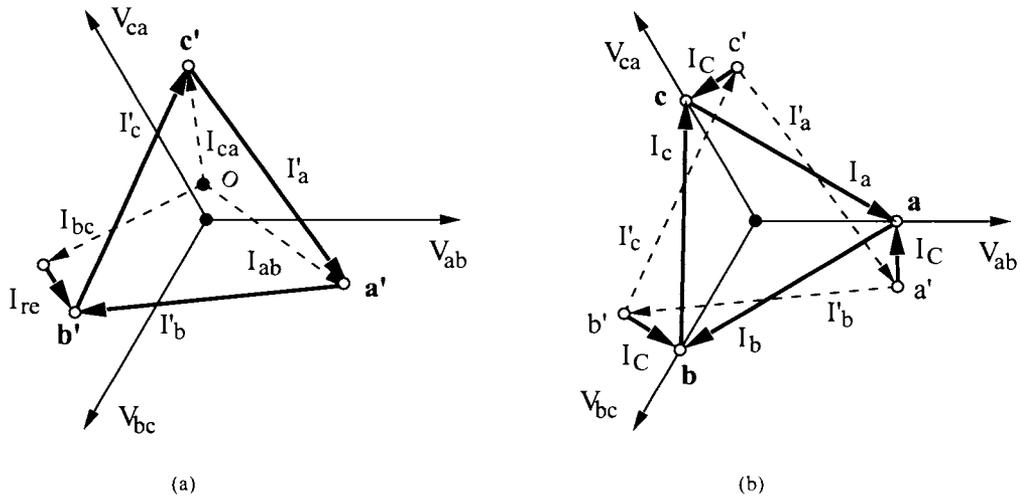
Figura 17. Proceso de compensación. (a) Por tercera carga. (b) Mediante carga adicional.

- *Compensación por carga adicional*

Dado un sistema de intensidades desequilibrado –triángulo  $abc$  de la figura 17(b)–, debe caracterizarse la carga monofásica que lo equilibra. A partir del triángulo  $abc$ , se determina el vértice  $b'$  y, por tanto, el consumo  $\Delta I_{bc}$  de la carga monofásica -conectada a la tensión  $V_{bc}$  - que equilibra el consumo.

- *Compensación de un grupo de cargas monofásicas*

Sea un conjunto de  $n$  cargas monofásicas, que deben agruparse en tres subconjuntos, de forma que resulten equilibradas sus distintas topologías de funcionamiento. En la figura 18(a), se muestra el diagrama fasorial del conjunto de cargas; para que las intensidades de línea resulten equilibradas, es preciso conectar otro receptor, entre las fases  $b$ - $c$ , que absorba la corriente  $I_{rc}$ , que se denomina *corriente residual*; si las intensidades de línea estuvieran equilibradas, la corriente residual sería nula. La figura 18(b), indica el efecto de la corriente  $I_c$ , demandada por una batería equilibrada de condensadores, que optimiza el factor de potencia del sistema.

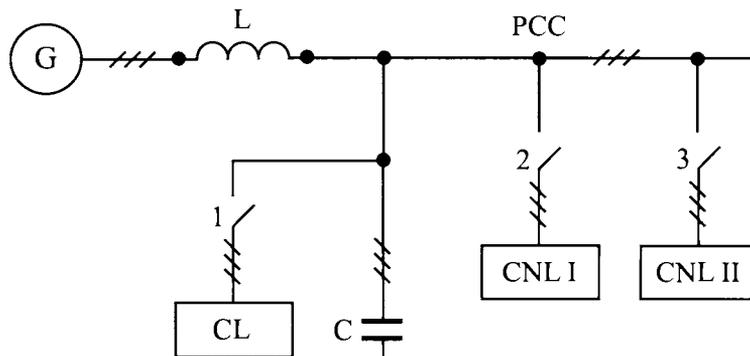


**Figura 18.** Proceso de compensación de un grupo de cargas monofásicas (a) Equilibrado de corrientes. (b) Optimización del factor de potencia.

### PROBLEMÁTICA DE LAS BATERÍAS DE CONDENSADORES

La mejora del factor de potencia se realiza, habitualmente, mediante la conexión de baterías de condensadores hasta compensar la energía reactiva, sin tener en cuenta los nocivos efectos que puede originar la presencia de armónicos. A continuación, se realiza un estudio de varios regímenes de trabajo en una red simple.

Sea la red de la figura 19, que consta de una fuente trifásica sinusoidal equilibrada que mantiene, en un valor constante de  $11 \text{ kV}$ , la componente fundamental de la tensión en el punto de conexión común (PCC). La potencia de cortocircuito es de  $43,21 \text{ MVA}$ ; se desprecian los efectos de resistencia/capacidad de la línea. CL representa el consumo de una empresa que está constituida -únicamente- por receptores lineales, siendo su consumo de  $12,1 \text{ MVA}$  con un factor de potencia de  $0,866$  inductivo; para acogerse a las bonificaciones que establece la Normativa Española de Tarifas Eléctricas tiene conectada, de forma permanente, una batería de condensadores de  $6.050 \text{ kVar}$ , manteniendo su factor de potencia en un valor unidad.



**Figura 19.** Esquema unifilar de la red trifásica objeto del estudio.

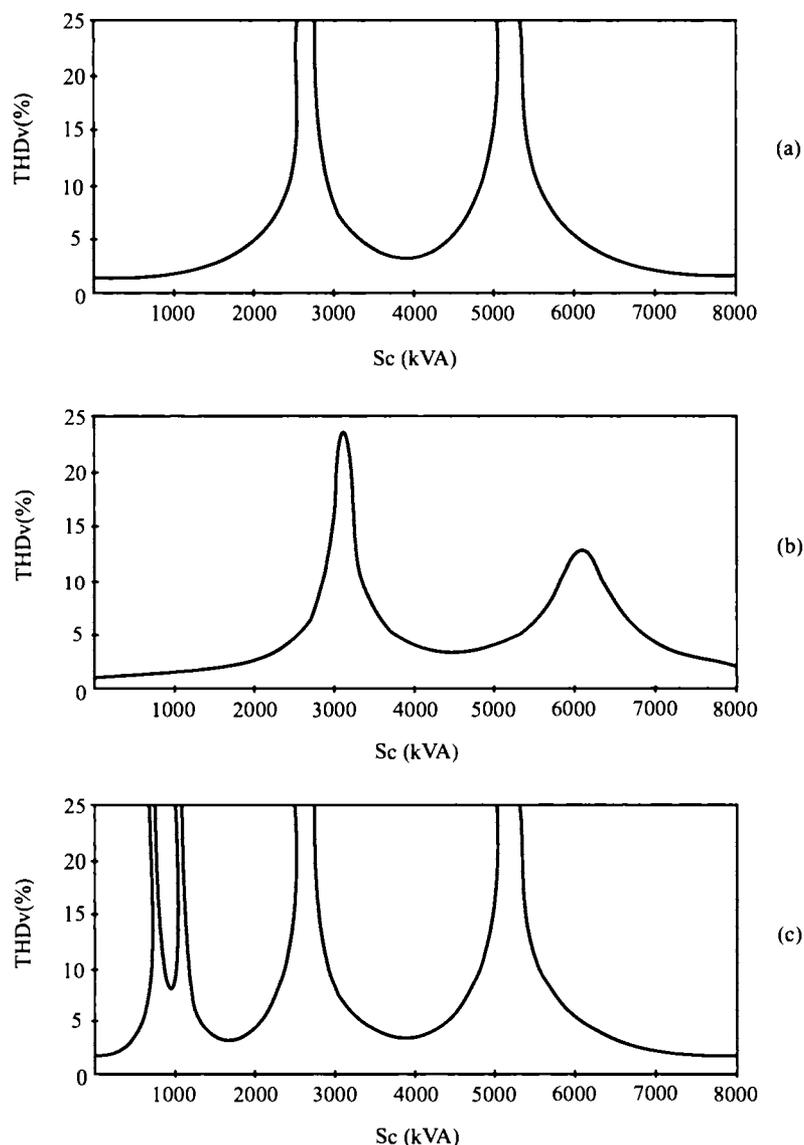
Transcurrido un cierto tiempo, se conecta al mismo PCC, otra empresa -CNL I- que introduce armónicos de corriente de quinto y séptimo orden, de un valor eficaz de  $10 \text{ A}$ . Posteriormente, se conecta otra empresa -CNL II- que inyecta armónicos de órdenes 11 y 13, de  $5 \text{ A}$  de valor eficaz. Se supone, que la conexión de estas nuevas cargas no modifica la potencia de cortocircuito del PCC. Se consideran los siguientes regímenes de funcionamiento:

• **Caso a.** Interruptor 1 cerrado, los 2 y 3 abiertos. La carga lineal está consumiendo una potencia activa de  $10,488\text{ MW}$  y una potencia reactiva de  $6,05\text{ MVar}$ , compensada por la batería de condensadores que da lugar a un valor unidad del factor de potencia del sistema.

• **Caso b.** Interruptor 2 cerrado, los 1 y 3 abiertos. El consumo no-lineal de CNL I, origina que en el PCC, haya componentes del quinto y séptimo armónicos, presentando la tensión un  $THD$  del  $4,48\%$ , siendo el  $THD$  de la intensidad consumida por la batería de condensadores del  $22,74\%$ .

• **Caso c.** Interruptores 1 y 2 cerrados y el 3 abierto. La frecuencia de resonancia de la red es de  $250\text{ Hz}$ , con lo que se amplifica el quinto armónico, inyectado por CNL I, dando lugar a que el factor de potencia de la empresa lineal disminuya a un valor de  $0,948$ ; el  $THD$ , en el PCC, aumenta a un  $12,65\%$  y el  $THD$  de la corriente consumida por la batería de condensadores adquiere el valor del  $63,4\%$ .

• **Caso d.** Interruptores 2 y 3 cerrados, y el 1 abierto. Al incorporar un nuevo receptor no-lineal, que inyecta armónicos de órdenes 11 y 13, las tasas de distorsión armónica pasan a  $4,49\%$  y  $22,92\%$ , para la tensión del PCC y la intensidad de la batería, respectivamente. Estos valores son ligeramente superiores a los del caso b, ya que los nuevos armónicos inyectados están muy alejados de la frecuencia de resonancia de la red.



**Figura 20.** Variación de la distorsión armónica de la tensión en función de la potencia de la batería de condensadores. (a) Caso b. (b) Caso c. (c) Caso d.

Se estudia el efecto que origina, la variación del valor de la potencia reactiva de la batería de condensadores, en la tasa de distorsión armónica de la tensión en el PCC; en el *caso a* la distorsión es nula por ser un circuito lineal sinusoidal.

Para el *caso b*, la expresión del *THD* de la tensión, en función de la potencia de la batería de condensadores, viene dada por:

$$THD_v = V_1 \sqrt{\sum_{h=2}^n \frac{I_h^2}{(hS_c - S_{cc}/h)^2}} \quad (22)$$

siendo  $S_{cc}$  la potencia de cortocircuito de la red.

La figura 20(a), muestra la representación gráfica de (22), donde se observa el efecto de las dos resonancias que presenta la red, correspondientes al tercer y quinto armónicos. En la figura 20(b) se pueden observar, igualmente, los efectos de las dos resonancias en el *caso c*; los valores de los dos picos del *THD* son inferiores, al caso anterior, por efecto de la conexión de la carga lineal. En la figura 20(c), correspondiente al caso d, queda de manifiesto el efecto de las cuatro resonancias que se producen, correspondientes a los armónicos de órdenes 3,5,11 y 13. Para este régimen es, también, aplicable la expresión (22).

La figura 20, pone de manifiesto que la batería de condensadores para la compensación de la reactiva origina resonancias, lo que da lugar a una tasa muy importante del armónico cuya frecuencia resulta próxima a la misma. En esta situación, la batería de condensadores puede consumir intensidades muy superiores a las nominales, pudiendo provocar su deterioro, como se aprecia en la figura 8(b).

La figura 20(c), muestra  $THD_v = f(S_c)$  en una red con presencia de cuatro armónicos, existiendo, por tanto, cuatro resonancias. En general, habrá tantos máximos como armónicos de órdenes diferentes estén presentes en la red, por lo que ha de elegirse una batería de condensadores que dé lugar a una frecuencia de resonancia suficientemente alejada de las frecuencias de los armónicos de mayor amplitud, originando que la distorsión de la tensión se mantenga en límites permisibles. Nótese que las frecuencias de resonancia varían con la potencia de cortocircuito y, por tanto, con la topología de la red.

## EFICIENCIA ENERGÉTICA Y PARÁMETROS ELÉCTRICOS DE CALIDAD

En general, el factor de potencia *FP*, suele llamarse rendimiento externo de una red, porque relaciona la potencia utilizable  $P$ , con la que es necesario aportar  $S$ ; por tanto, cuanto menor es el factor de potencia, mayor es la pérdida de potencia en la línea de transporte. Consecuentemente, los receptores que presentan un bajo factor de potencia y una alta distorsión armónica, dan lugar a unas mayores pérdidas en la línea, así como a un sobredimensionamiento de los sistemas de generación y transporte.

A continuación, se estudian las pérdidas originadas por receptores no-lineales, obteniéndose una formulación que relaciona el factor de desplazamiento y la distorsión armónica de la corriente, con las pérdidas en la línea. En una aproximación realista, se supone que la tensión de alimentación es sinusoidal, es decir,  $V = V_1$ ; por tanto:

$$S = V_1 I \quad (23)$$

La distorsión de la corriente *THDi* es  $I_h / I_1$ , siendo  $I_h$  el valor eficaz de la intensidad armónica e  $I_1$  el de la componente fundamental. Luego:

$$I = I_1 \sqrt{1 + THDi^2} \quad (24)$$

siendo  $I$  el valor eficaz de la corriente. Además:

$$P_1 = S_1 FP_1 \quad (25)$$

siendo  $S_1$ ,  $P_1$ ,  $FP_1$ , las potencias aparente, activa y el factor de potencia de la componente fundamental, respectivamente.  $FP_1$ , también, se designa como factor de desplazamiento.

La potencia aparente  $S$ , puede expresarse:

$$S = S_1 \sqrt{1 + THDi^2} \quad (26)$$

El factor de potencia  $FP$ , será:

$$FP = \frac{P_1}{S} = \frac{FP_1}{\sqrt{1 + THDi^2}} \quad (27)$$

Se demuestra [3], que se verifica con gran aproximación:

$$\frac{P_{mn}}{P_j} \approx FP^2 \quad (28)$$

siendo  $P_{mn}$ ,  $P_j$ , las pérdidas mínimas en la línea y las que –realmente– se disipan en un determinado régimen de funcionamiento, respectivamente. Luego:

$$\frac{P_{mn}}{P_j} \approx \frac{FP_1^2}{1 + THDi^2} \quad (29)$$

Así, para un pequeño electrodoméstico que tuviera un  $THDi$  de 173%, y un factor de potencia 0,4, la relación  $P_{mn} / P_j$  sería de 0,04, por tanto, se originarían, en su línea de alimentación, unas pérdidas 25 veces superiores a las mínimas, es decir, las que produciría un receptor lineal de factor de potencia unidad.

Como caso particular, se estudia la eficiencia real de varios tipos de lámparas. Se designa  $Ef$ , la eficacia de una lámpara, expresada en  $lm/W$ , y  $K_{Ef}$  la relación de eficiencias entre una lámpara de alto rendimiento y la de una incandescente siendo en general, un parámetro mayor que la unidad. Para poder comparar las pérdidas se adopta, como hipótesis, que el nivel de iluminación debe ser el mismo para todas; por tanto:

$$Ef_1 P_1 = Ef_2 P_2 = \dots = Ef_n P_n = constante \quad (30)$$

siendo  $P_1, P_2, \dots, P_n$  las potencias consumidas por las lámparas 1, 2, ..., n, respectivamente.

Sea  $Ef_c$ , la eficacia de una lámpara compacta y  $Ef_i$ , la de una incandescente; se verifica:

$$K_{Ef} = \frac{Ef_c}{Ef_i} = \frac{P_i}{P_c} = \frac{I_i}{I_c} \quad (31)$$

siendo  $I_i$  la intensidad consumida por la lámpara incandescente, e  $I_c$  la corriente resistiva, de componente fundamental, de la lámpara no-lineal.

Las pérdidas mínimas, en relación con las que tiene cada lámpara, son las siguientes:

$$\frac{P_{mn}}{P_{lc}} = \frac{FP_c^2}{1 + THDi_c^2} \quad (32)$$

$$\frac{P_{mn}}{P_{li}} = \frac{FP_i^2}{1 + THDi_i^2} \quad (33)$$

siendo  $P_{lc}$ ,  $P_{li}$  las pérdidas originadas, en la línea, por la lámpara compacta y la incandescente, respectivamente.

Se designa  $\alpha$  la relación de pérdidas, entre ambos tipos de lámparas, viniendo dada por la expresión:

$$\alpha = \frac{P_{lc}}{P_{li}} = \left( \frac{FP_i}{FP_c} \right)^2 \left( \frac{1 + THDi_c^2}{1 + THDi_i^2} \right) \frac{1}{K_{Ef}^2} \quad (34)$$

Para una lámpara incandescente,  $FP_i \approx 1$ ,  $THDi_i \approx 0$ , el valor de  $\alpha$  resulta:

$$\alpha \approx \frac{1 + THDi_c^2}{K_{Ef}^2 FP_c^2} \quad (35)$$

Según (34) si  $\alpha$  es mayor que 1, son superiores las pérdidas en la lámpara compacta que en la incandescente; para  $\alpha < 1$ , resulta lo contrario.

Utilizando los datos aportados por Verdeber y colaboradores [6], se ha obtenido la tabla V; puede observarse que hay lámparas –como la de 15 W, 60 Hz– que originan unas pérdidas de un valor superior al doble que la incandescente de 100 W, considerada como referencia. Nótese, igualmente, que la lámpara más eficiente –la de 18 W, AF– da lugar a unas pérdidas del mismo orden que la incandescente de referencia.

Se ha puesto de manifiesto que resulta equívoco considerar, únicamente, la eficiencia luminosa como parámetro de calidad de una lámpara; por tanto, deben aplicarse las expresiones (34) o (35) para determinar, con exactitud, la eficiencia real de cada lámpara [7].

El mismo problema se plantea en cualquier receptor electrónico cuya fuente de alimentación tenga deficientes características tanto de distorsión como de factor de potencia. Hoy en día, existen fuentes emuladoras de resistencia, que con un coste, ligeramente, superior al de las convencionales, incorporan en su diseño unas óptimas características de funcionamiento: baja distorsión y alto factor de potencia [10-11]. Un equipo de alto rendimiento energético, dotado de una alimentación de este tipo, podría definirse como de *eficiencia total*.

Tabla V. Valores de  $\alpha$  para diferentes tipos de lámparas.

| TIPO DE LÁMPARA | INCANDESC. |             | FLUORESCENTES COMPACTAS |      |      |                 |      |      |      |
|-----------------|------------|-------------|-------------------------|------|------|-----------------|------|------|------|
|                 | 100 W      | 100 W TRIAC | 60 Hz                   |      |      | ALTA FRECUENCIA |      |      |      |
|                 |            |             | 7 W                     | 15 W | 20 W | 11 W            | 15 W | 18 W | 20 W |
| Potencia (W)    | 101,3      | 88,5        | 9,3                     | 19,7 | 20,3 | 10,7            | 14,3 | 17,3 | 23,3 |
| Corriente (A)   | 0,85       | 0,81        | 0,16                    | 0,40 | 0,34 | 0,13            | 0,18 | 0,31 | 0,32 |
| $FP_i$          | 1,00       | 0,92        | 0,50                    | 0,41 | 0,50 | 0,67            | 0,65 | 0,47 | 0,61 |
| $Ef$ (lm/W)     | 17,2       | 14,5        | 34                      | 28   | 51   | 57              | 65   | 73   | 59   |
| $THDi$ (%)      | 3,7        | 29          | 9,1                     | 18   | 15,7 | 100             | 106  | 162  | 114  |
| $K_{Ef}$        | 1          | 0,84        | 1,98                    | 1,63 | 2,96 | 3,31            | 3,78 | 4,24 | 3,43 |
| $\alpha$        | 1,00       | 1,80        | 1,03                    | 2,32 | 0,47 | 0,41            | 0,35 | 0,91 | 0,53 |

### PROPUESTA DE SUSTITUCIÓN DEL COMPLEMENTO $K_r$

En la legislación española de Tarifas Eléctricas, se define el *complemento por energía reactiva*,  $K_r$  (%):

$$K_r (\%) = \frac{17}{\cos^2 \varphi} - 21 \quad (36)$$

viniendo  $\cos \varphi$  definido por:

$$\cos \varphi = \frac{W_a}{\sqrt{W_a^2 + W_r^2}} \quad (37)$$

siendo  $W_a$ ,  $W_r$ , las energías activa y reactiva, respectivamente, consumidas en el período de facturación.

De la definición anterior, se deduce que su validez se limita bien a redes monofásicas sinusoidales o a circuitos trifásicos equilibrados, igualmente, sinusoidales. Por tanto, cuanto más se desvíe el consumo de la instalación objeto de medición, de este régimen, mayor será el error cometido al aplicar el coeficiente  $K_r$ .

En la tabla VI, se muestra la similitud entre las magnitudes  $P_{Lmn} / P_{Li}$  y  $FP_i^2$ ; obsérvese que el máximo error cometido al adoptar  $FP_i^2$ , resulta del 2,95%, siendo el valor medio del orden del 1,25%.

En la tabla VI, se indican las pérdidas en la línea para los distintos casos estudiados. Puede observarse que  $P_{Lmn} / P_{Li}$  resulta, aproximadamente, igual a  $FP_i^2$ ; el error cometido  $\varepsilon(\%)$ , viene dado por:

$$\varepsilon(\%) = \frac{100(P_{Lmn} / P_{Li} - FP_i^2)}{P_{Lmn} / P_{Li}} \quad (38)$$

En base a los resultados obtenidos, se propone un nuevo coeficiente  $K_*$ , —de formulación similar al actual— en el que se sustituye  $\cos\varphi$  por  $FP$ . [8-9].

$$K_*(\%) = \frac{17}{FP^2} - 21 \quad (39)$$

**Tabla VI.** Magnitudes relacionadas con las pérdidas de línea.

| MAGNITUD                  | CASO A.1 | CASO A.2 | CASO B | CASO C.1 | CASO C.2 |
|---------------------------|----------|----------|--------|----------|----------|
| $P_{Lmn} / P_{Li}$        | 0,203    | 0,400    | 0,191  | 0,905    | 0,064    |
| $FP_i^2$                  | 0,197    | 0,399    | 0,194  | 0,903    | 0,064    |
| $\varepsilon(\%)$         | 2,95     | 0,25     | -1,57  | -1,57    | 0        |
| $\Delta P_{Li} / P_{Lmn}$ | 3,92     | 1,50     | 4,27   | 0,11     | 15,52    |

La tabla VII muestra, para medidas de campo realizadas [9], los valores de  $K_r$  y  $K_*$ . Aplicando la legislación vigente, en todos los casos, salvo el C.1, se obtiene un descuento del 4% en concepto de bonificación por energía reactiva; en el régimen C.1, sólo se consigue un 3,7% de bonificación. Sin embargo,  $K_*$  toma valores muy diferentes: el máximo descuento se obtiene en el caso C.1, correspondiendo recargo para los restantes, siendo en tres de ellos superior al máximo permisible.

**Tabla VII.** Valores de  $K_r$  y  $K_*$  para las medidas de campo realizadas con la instrumentación MEPERT.

| CASO | $\cos\varphi$ | $K_r$   | $FP_*$ | $K_*$       |
|------|---------------|---------|--------|-------------|
| A.1  | 1             | - 4 %   | 0,44   | > $K_{*mx}$ |
| A.2  | 1             | - 4 %   | 0,63   | 21,8 %      |
| B    | 0,98 (c)      | - 4 %   | 0,44   | > $K_{*mx}$ |
| C.1  | 0,99 (i)      | - 3,7 % | 0,95   | - 2,2       |
| C.2  | 0,26 (c)      | - 4%    | 0,25   | > $K_{*mx}$ |

La validez de aplicación de  $K_r$  resulta idéntica a la de  $\cos\phi$ , es decir, en circuitos monofásicos sinusoidales, o trifásicos equilibrados sinusoidales; sin embargo,  $K_r$  podría emplearse en cualquier red, siendo un parámetro que considera no sólo el efecto reactivo, sino también el de los desequilibrios y la distorsión armónica.

Por último, se simula el coste adicional anual que originaría la empresa del caso C, en su régimen de trabajo 2. De [3], se obtiene:  $S_1 = 25,2 \text{ MVA}$ ,  $P_1^+ = 6,4 \text{ MW}$ ; se asigna a  $P_{Lmn}$  un 4,7% de  $P_1^+$ , es decir,  $300 \text{ kW}$ , y se asume que este régimen de funcionamiento se establece un 50% del año,  $H_{C2} = 4.380$  horas.

La energía mínima perdida en la línea, es:

$$W_{Lmn} = P_{Lmn} H_{C2} = 1.314 \text{ MWh/año} \quad (40)$$

El incremento de energía perdida en la línea en el Caso C.2, tiene el valor:

$$\Delta W_{LC2} = 14,52 W_{Lmn} = 19.079 \text{ MWh/año} \quad (41)$$

Si se asigna un precio de 8 pesetas al  $kWh$ , el coste del incremento de la energía perdida en la línea es superior a 150 millones de pesetas anuales.

Téngase en cuenta que se originan situaciones similares, siempre que las baterías de condensadores estén conectadas a la red, de forma permanente.

## CONCLUSIONES

La distorsión armónica, además de aumentar las pérdidas en el hierro de los transformadores, disminuye su capacidad tanto más cuanto más alta es la proporción de cargas no-lineales conectadas al mismo, y mayor es su distorsión conjunta.

Resulta frecuente considerar el factor de potencia en una barra de una red como la figura de máxima eficiencia eléctrica y, efectivamente, es cierto cuando se considera la carga total alimentada por esa barra; sin embargo, cuando el sistema es más amplio, resulta más adecuado adoptar como condición de máxima eficiencia, la minimización de las pérdidas de transporte.

Para reducir el incremento de las pérdidas en la línea por la conexión de cargas desequilibradas, se diseñan distintos circuitos compensadores con un doble objetivo: el equilibrio de la red, y la corrección de su factor de potencia; como el circuito compensador no debe significar un aumento de consumo de potencia, sólo se conectan elementos reactivos, especialmente, baterías de condensadores.

La mejora del factor de potencia se realiza, habitualmente, mediante la conexión de baterías de condensadores hasta compensar la energía reactiva, sin tener en cuenta los nocivos efectos que puede originar la presencia de armónicos. Se pone de manifiesto que las baterías de condensadores, originan resonancias lo que da lugar a una tasa muy importante del armónico cuya frecuencia resulta próxima a la misma; en esta situación, la batería de condensadores puede consumir intensidades muy superiores a las nominales, pudiendo provocarse su deterioro.

La característica de la distorsión de tensión en función de la potencia de la batería, muestra que habrá tantos máximos de distorsión como armónicos de órdenes diferentes estén presentes en la red, por lo que ha de elegirse una batería de condensadores que dé lugar a una frecuencia de resonancia, suficientemente, alejada de las frecuencias de los armónicos de mayor amplitud, para que la distorsión de la tensión se mantenga en límites permisibles. Nótese que la frecuencia de resonancia varía con la potencia de cortocircuito y, por tanto, con la topología de la red.

Los receptores que presentan un bajo factor de potencia y una alta distorsión armónica, dan lugar a unas mayores pérdidas en la línea, así como a un sobredimensionamiento de los sistemas de generación y transporte; por tanto, resulta equívoco considerar, únicamente, la eficiencia energética de una carga como su único parámetro de calidad. Hoy en día, existen fuentes de alimentación, emuladoras de resistencia, que con un coste, ligeramente, superior al de las convencionales, disponen de unas óptimas características de funcionamiento.

En España se utiliza el  $\cos\phi$  para evaluar el rendimiento eléctrico de una instalación, y se determina considerando la energía aparente como la resultante de la activa y de la reactiva clásica. Esta formulación es

válida para circuitos monofásicos lineales y para redes trifásicas sinusoidales lineales equilibradas; sin embargo, en general, no puede aplicarse. Dada la inevitable existencia de perturbaciones en las redes de suministro y teniendo en cuenta que, en la facturación, se totaliza la energía registrada –frecuentemente–, a través de un contador electromecánico tipo Ferraris que comete errores de cómputo en régimen distorsionado, debe plantearse la necesidad de emplear medidores con una arquitectura digital, capaces de actuar de forma fiable, en cualquier red de potencia; con esta instrumentación podrían calcularse todos los parámetros, tanto tarifarios como de calidad de suministro, así actuales como los que puedan aprobarse en el futuro, ya que ante cualquier modificación de la normativa, sólo sería necesaria una adaptación de su software.

Del estudio realizado, queda de manifiesto el aumento de coste que supone un reducido factor de potencia no sólo para las líneas de la compañía eléctrica, sino también para las del cliente industrial. Por tanto, parece aconsejable la reforma de los criterios tarifarios españoles, habiéndose definido un nuevo coeficiente  $K_1$ , sustitutivo del  $K_1$  vigente, que incluye todos los factores que inciden en el rendimiento del transporte de la energía eléctrica.

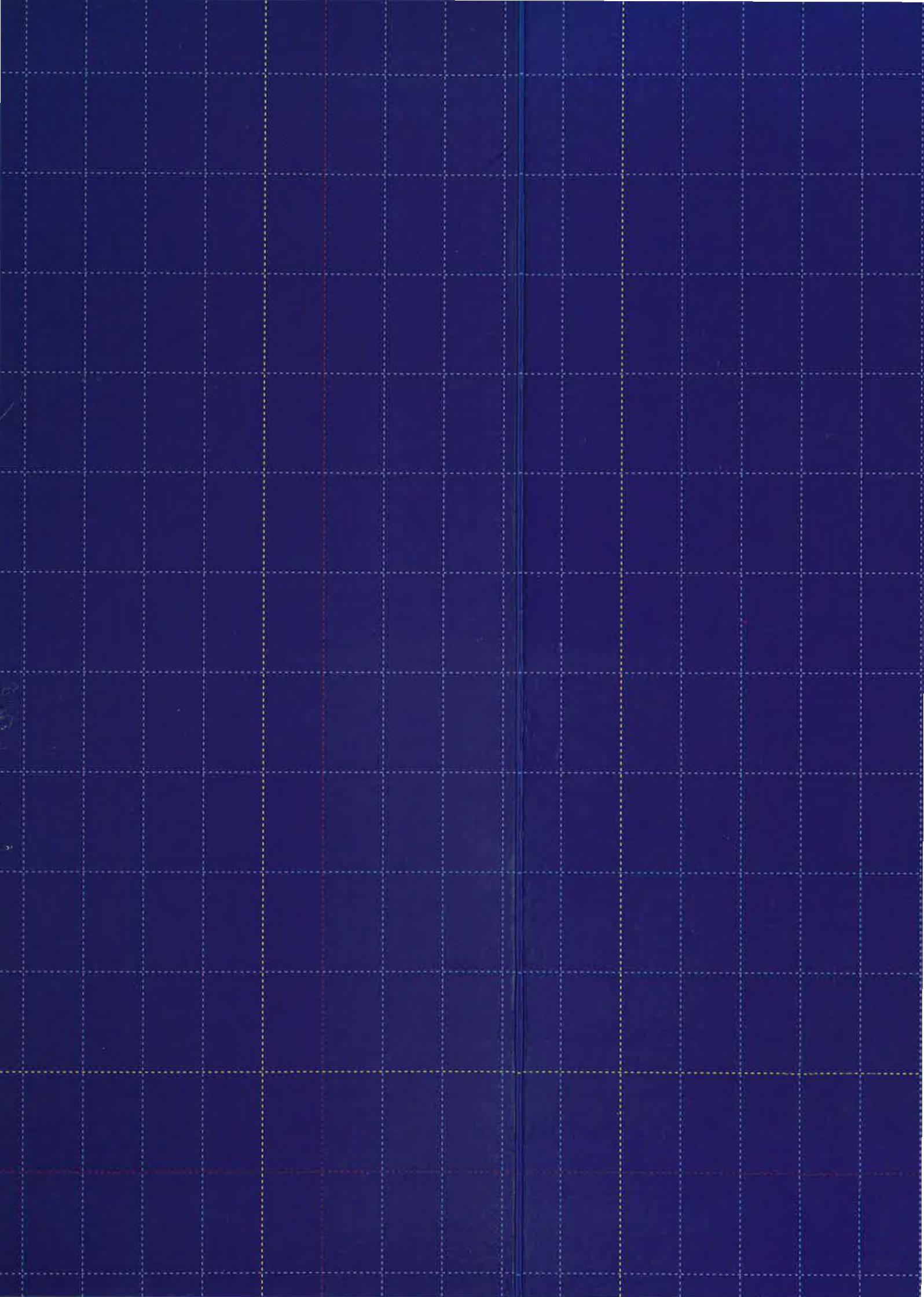
## REFERENCIAS

- [1] Arrillaga, J. Eguiluz, L.I. “*Armónicos en Sistemas de Potencia*”. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cantabria (1995).
- [2] Emanuel, A. E., Yang, M. “*On the Harmonic Compensation in Nonsinusoidal Systems*”, IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 8, No. 1. (January, 1993).
- [3] Eguiluz, L.I. “*Perturbaciones y Rendimiento de la Red*”. XVII Cursos de Verano de la Universidad de Cantabria. Laredo (Julio/Agosto, 2001).
- [4] Eguiluz, L.I. “*Circuitos equivalentes de una red activa con tres terminales*”. DYNA, nº 5. (Mayo, 1976).
- [5] Eguiluz, L.I.; Lavandero, J.C.; Falagán, J.L.; Mañana, M. “*Técnicas de equilibrado de redes trifásicas utilizando el software OERT, implementado en la instrumentación MEPERT*”. 5<sup>as</sup> Jornadas Hispano-Lusas de Ingeniería Eléctrica. Salamanca. (Julio, 1996).
- [6] R. Verdeber, O. Morse, W. Alling. “*Harmonics from Compact Fluorescent Lamps*”. IEEE Trans. on Industry Applications. Vol. 29, No. 3, (May/June, 1993).
- [7] Eguiluz, L. I. “*Eficiencia Total*”. Jornadas “La Ingeniería Energética y Ambiental en el siglo XXI”. Santander (Mayo, 2001).
- [8] L.I. Eguiluz, P. Benito, J.C. Lavandero. “*Propuesta de una nueva normativa para la penalización del consumo de energía reactiva*”. III Congreso Nacional de Energía. La Serena, Chile. (1996).
- [9] Eguiluz, L.I., Mañana, M., Lavandero, J.C., Lara, P. “*El futuro en la facturación de la energía eléctrica*”. Revista Energía. (Julio/Agosto, 1998).
- [10] Pejovic, P. “*Three-Phase High Power Factor Rectifier Based on the Third Harmonic Current Injection with Passive Resistance Emulation*” Power Electronics Specialists Conference, 2000. PESC 00. 2000. IEEE 31<sup>th</sup> Annual. Vol. 3, pp. 1342 – 1347.
- [11] Prado, R.N.; Bonaldo, S.A.; Moreira, M.C. y Vidor, D.L.R. “*Electronic Ballast with a High Power Factor for Fluorescent Lamps*”. 27<sup>th</sup> Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference. Vol.2, 1996, pp. 1.215-1.220.



SERVICIO DE  
PUBLICACIONES  
UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

*Febrero 2003*





SERVICIO DE  
PUBLICACIONES  
UNIVERSIDAD DE CANTABRIA